

1. 1 부터 50 까지의 자연수를 모두 곱하면 $A \times (2 \times 5)^n$ 이 될 때, n 의 값을 구하면?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 49 \times 50$ 에서

2 의 배수의 개수 : 25 개

2^2 의 배수의 개수 : 12 개

2^3 의 배수의 개수 : 6 개

2^4 의 배수의 개수 : 3 개

2^5 의 배수의 개수 : 1 개

5의 배수의 개수 : 10 개

5^2 의 배수의 개수 : 2 개이므로

$$\begin{aligned}\therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 50 &= 2^{47} \times 5^{12} \times \cdots \\ &= A \times (2 \times 5)^{12}\end{aligned}$$

$$\therefore n = 12$$

2. 다음 중 240 을 바르게 소인수분해한 것은?

- ① $2^4 \times 3 \times 5$ ② $2^3 \times 3 \times 7$ ③ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$
④ $2^3 \times 3 \times 5^2$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)240} \\ 2 \overline{)120} \\ 2 \overline{)60} \\ 2 \overline{)30} \\ 3 \overline{)15} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 240 = 2^4 \times 3 \times 5$$

3. 다음 중 72와 서로소인 것을 모두 고르면?

- ① 3 ② 5 ③ 13 ④ 24 ⑤ 36

해설

- ① 72와 3의 최대공약수는 3이므로 서로소가 아니다.
④ 72와 24의 최대공약수는 24이므로 서로소가 아니다.
⑤ 72와 36의 최대공약수는 36이므로 서로소가 아니다.
따라서 주어진 수 중에서 72와 서로소인 것은 5와 13이다.

4. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 가장 작은 소수는 2 이다.
- ② 100 과 243 는 서로소이다.
- ③ 두 자연수가 서로소이면 두 자연수는 소수이다.
- ④ 두 자연수가 서로소가 아니면 두 자연수는 소수가 아니다.
- ⑤ 10 보다 작은 자연수 중에서 소수는 4 개이다.

해설

③ 반례 : 3 과 4 는 서로소이지만 4 는 소수가 아니다.

5. 28의 약수이면서 42의 약수도 되는 수를 모두 찾아 그 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

28 과 42 의 공약수를 구하면 된다.

$28 = 2^2 \times 7$, $42 = 2 \times 3 \times 7$ 이므로

28과 42 의 공약수는 1, 2, 7, 2×7 이고 합은 $1 + 2 + 7 + 14 = 24$ 이다.

6. 4의 배수이면서 동시에 6의 배수인 수가 아닌 것은?

- ① 12 ② 24 ③ 40 ④ 108 ⑤ 120

해설

4와 6의 최소공배수인 12의 배수가 아닌 수를 찾으면 된다.

7. 두 자연수 3, 4 중 어느 수로 나누어도 나머지가 1 인 가장 작은 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

3, 4 의 최소공배수는 12 이므로 구하는 자연수는 $12 + 1 = 13$

8. 두 자연수의 곱이 84 이고 최대공약수가 1 일 때, 최소공배수는?

- ① 42 ② 84 ③ 90 ④ 168 ⑤ 336

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
 $84 = 1 \times (\text{최소공배수})$
따라서 최소공배수는 84 이다.

9. 120 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값이 될 수 없는 것은?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^3 \times 3 \times 5$

③ $2 \times 3^3 \times 5$

④ $2 \times 3 \times 5 \times 7^2$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 로 소인수분해되므로 소인수 2, 3, 5의 지수가 홀수인 수를 곱한다.

$2^2 \times 3 \times 5$ 은 2² 을 곱하였으므로 제곱수가 될 수 없다.

10. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

11. 다음 중 약수의 개수가 다른 것은?

① 54

② 24

③ 40

④ 56

⑤ 16

해설

① $54 = 2 \times 3^3 \rightarrow 8$ 개

② $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow 8$ 개

③ $40 = 2^3 \times 5 \rightarrow 8$ 개

④ $56 = 2^3 \times 7 \rightarrow 8$ 개

⑤ $16 = 2^4 \rightarrow 5$ 개

12. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2+1)(n+1) = 24$$

$$n+1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

13. 세 수 $2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 의 최대공약수는?

- ① $2^3 \times 3^3 \times 5^2$ ② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ③ $2^2 \times 3^3 \times 5^3$
④ $2^3 \times 3^2 \times 5$ ⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5$

해설

$2^2 \times 3^2 \times 5^2$, $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3^4 \times 5^3$ 에서
최대공약수: $2^2 \times 3^2 \times 5$ (지수가 작은 쪽)

14. 다음 최소공배수를 구하여라.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ \square \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ \square \overline{) \quad \square \quad 10} \\ \quad 2 \quad \square \end{array}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 16 \quad 40} \\ 2 \overline{) \quad 8 \quad 20} \\ 2 \overline{) \quad 4 \quad 10} \\ \quad 2 \quad 5 \end{array}$$

최소공배수 : $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 80$

15. 세 수 9, 18, 27 의 공배수 중 500 이하의 자연수는 모두 몇 개인가?

- ① 3 개 ② 5 개 ③ 7 개 ④ 9 개 ⑤ 11 개

해설

9, 18, 27 의 공배수는 최소공배수 54 의 배수이므로 500 이하의 자연수는 $500 \div 54 = 9 \cdots 14$ 이므로 9 개이다.

16. 가로 6cm , 세로 9cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이 때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 6cm ② 9cm ③ 15cm ④ 18cm ⑤ 36cm

해설

6 과 9 의 최소공배수가 구하는 정사각형의 한 변이므로 18cm 가 된다.

17. 두 자연수 $2^a \times 3^3$, $2 \times 3^b \times c$ 의 최대공약수는 18, 최소공배수가 270 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

최대공약수 $18 = 2 \times 3^2$,
최소공배수 $270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이므로
 $a = 1$, $b = 2$, $c = 5$
 $\therefore a + b + c = 8$

18. 어떤 자연수를 12로 나누었더니, 몫이 5이고 나머지가 7이었다. 이 수를 13으로 나누었을 때의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

어떤 자연수를 A라 하면 $A = 12 \times 5 + 7 = 13 \times 5 + 2$ 이므로 $a = 5$, $b = 2$ 이므로 $a + b = 5 + 2 = 7$ 이다.

19. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 2^5 \times 7$

② $\frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1}{5^4}$

③ $\frac{1}{3 \times 3 \times 7 \times 7} = \frac{1}{3^2 \times 7^2}$

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{9})^7$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c^2$

해설

① $3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 = 3^2 \times 5^2 \times 7$,

④ $\frac{1}{7^4 \times 7^5} = (\frac{1}{7})^9$,

⑤ $a \times a \times a \times b \times b \times c = a^3 \times b^2 \times c$

20. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 10 이하의 소수는 모두 4 개이다.
- ② 17 은 소수이다.
- ③ 1 을 제외한 모든 홀수는 소수이다.
- ④ 2 는 소수이다.
- ⑤ 소수의 약수는 2 개이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다. 따라서 9 는 홀수이지만 소수가 아니다.

21. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2$, $b = 3$, $c = 5$, $x = 4$, $y = 3$, $z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

22. 두 분수 $\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 23

해설

$\frac{115}{n}, \frac{92}{n}$ 를 자연수로 만드는 n 은 115와 92의 공약수이다. 따라서 자연수 n 은 115와 92의 최대공약수인 23의 약수 1, 23이다.

23. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

25. 한 개의 원주 위를 같은 방향으로 일정한 속도로 움직이는 세 점 A, B, C가 있다. 점 A는 한 바퀴 도는 데 8초 걸리고, 점 B는 1분에 20바퀴, 점 C는 1분에 30바퀴를 돈다고 한다. 어떤 시각에 A, B, C가 동시에 점 P를 통과했을 때, 이 시각에서 15분 후 사이에는 점 P를 동시에 몇 번 통과하는지 구하여라.

▶ **답:** 번

▶ 정답 : 37번

해설

한 바퀴 도는 데 A는 8초, B는 3초, C는 2초가 걸리므로 8, 3, 2의 최소공배수인 24초마다 점 P를 동시에 통과한다.
 $15 \times 60 = 900(\text{초})$ 에서 $900 \div 24 = 37.5$ 이므로 37번 통과한다.