

1. $2 \times n$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{5}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것은?

① 100

② 200

③ 300

④ 400

⑤ 500

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $2 \times n$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2가 두 번 곱해져 있고, $\frac{n}{5}$ 이 제곱이므로 n 은 5가 세 번 곱해져 있다.

$$\therefore n = 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

2. 자연수 a 의 약수의 개수를 $N(a)$ 로 나타낼 때 $N(600) \times N(a) = 96$ 인 자연수 a 중에서 가장 작은 수를 구하면?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$$600 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \text{ 이므로 } N(600) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

$$24 \times N(a) = 96 \quad \therefore N(a) = 4$$

약수의 개수가 4 개인 가장 작은 자연수는

$$6 = 2 \times 3 \text{ 이다.}$$

3. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1$, $b = 2$ 이다.

$$\therefore a + b = 3$$

4. 두 자연수 a, b 의 최대공약수는 24 이다. $a, b, 32$ 의 공약수를 모두 구하면?

① 1

② 1, 2

③ 1, 2, 4

④ 1, 2, 4, 8

⑤ 1, 2, 4, 8, 16

해설

a, b 의 공약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24 이다.

32 의 약수는 1, 2, 4, 8, 16, 32 이다.

따라서 두 수의 공약수는 1, 2, 4, 8 이다.

5. 두 자연수 $2^2 \times 5^2 \times 15$, $2^2 \times 5^{\square} \times 14$ 의 공약수의 개수가 12개일 때 $\square$ 안에 들어가기에 적당하지 않은 수는?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$2^2 \times 5^3 \times 3$, $2^2 \times 5^{\square} \times 7$ 공약수의 개수가 12 개이므로 $2^2 \times 5^x$ 에서 $3 \times (x + 1) = 12 \quad \therefore x = 3$ 따라서, 최대공약수는 $2^2 \times 5^3$
 $\therefore \square \geq 3$

6. $2^7 = a$, $13^b = 169$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은?

① 120

② 122

③ 124

④ 126

⑤ 128

해설

$2^7 = 128$, $13^2 = 169$ 이므로 $a = 128$, $b = 2$ 이다. 따라서 $a - b = 126$ 이다.

7. a 가 자연수일 때, $f(a)$ 는 a 의 약수의 개수를 나타낸다고 정의한다.
 x 는 1 이상이고 150 이하이고, $f(x) = 3$ 일 때, x 의 값의 개수는?

① 6 개

② 5 개

③ 4 개

④ 3 개

⑤ 2 개

해설

$f(x) = 3$ 에서 약수의 개수가 3 개인 수는
(소수)² 이므로

150 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는
 $2^2, 3^2, 5^2, 7^2, 11^2$ 의 5 개

8. 세 변의 길이가 88m, 96m, 120m인 삼각형 모양인 땅의 가장자리에 일정한 간격으로 말뚝을 박으려고 한다. 세 모퉁이에는 반드시 말뚝을 박고, 가능한 적은 수의 말뚝을 박을 때, 필요한 말뚝의 수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 38 개

해설

88, 96, 120 의 최대공약수는 8이므로 8m 간격으로 말뚝을 박으면 된다.

$$\begin{aligned} &\therefore (\text{필요한 말뚝의 수}) \\ &= (88 \div 8) + (96 \div 8) + (120 \div 8) \\ &= 11 + 12 + 15 \\ &= 38(\text{개}) \end{aligned}$$

9. 온도가 15°C 인 방에 온풍기와 전구 2 개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A 는 3 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B 는 5 분간 켜지고 3 분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2 개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1 분에 0.1°C 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는 0.1°C 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2 개를 연결한 지 2 시간 후의 방의 온도를 구하여라.

▶ 답 : $^{\circ}\text{C}$

▷ 정답 : 19 $^{\circ}\text{C}$

해설

전구 A 는 6 분 주기를 갖고 전구 B 는 8 분의 주기를 가지므로, 전구 A 와 B 는 24 분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24 분 동안 A , B 가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,

전구 A 가 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 6 ~ 9 분, 12 ~ 15 분, 18 ~ 21 분

전구 B 가 켜지는 시간 : 0 ~ 5 분, 8 ~ 13 분, 16 ~ 21 분

→ 전구 A , B 가 동시에 켜지는 시간 : 0 ~ 3 분, 8 ~ 9 분, 12 ~ 13 분, 18 ~ 21 분

→ 24 분 중 A , B 가 동시에 켜지는 시간은 총 8 분이고, 이것은 24 분 동안 온풍기가 8 분간 꺼지고 16 분간 켜지 있다는 것을 말하므로, 매 24 분마다 온도는 0.8°C 씩 올라간다.

$$\therefore 2 \text{ 시간 후의 방의 온도} = 15 + \left(\frac{120}{24}\right) \times 0.8 = 19 (^{\circ}\text{C})$$

10. 24, 36, x 세 자연수의 최대공약수가 12 일 때, 최소공배수 360 일 때 세 자연수의 합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

▷ 정답 : 180

해설

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $x = 2^2 \times 3 \times n$ 또는 $x = 2^3 \times 3 \times n$,
 $360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 $n = 5$ 이다.

→ $x = 60$, $x = 120$

∴ (세 자연수의 합) = 120, 180