1. 등식 $3x+4=a(x-1)+b(x+1)+3$이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=1,\ b=0$　② $a=-1,\ b=2$　③ $a=1,\ b=-2$

④ $a=0,\ b=2$　⑤ $a=1,\ b=2$

해설

우변을 전개하여 좌변과 계수를 비교하면

$a+b=3,\ -a+b+3=4$

연립하여 풀면 $a=1,\ b=2$

2. 수직선 위의 두 점 A(−3), B(−7) 사이의 거리를 구하면?

① 8 ② 6 ③ 4 ④ 2 ⑤ 1

해설

$\therefore\ |-7-(-3)| = 4$

3. 점 A$(-1,\ -1)$에 대하여 점 P$(2,\ 3)$과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

① Q$(-4,\ 5)$ ② Q$(4,\ -5)$ ③ Q$(-4,\ -5)$

④ Q$(-2,\ -3)$ ⑤ Q$(1,\ 1)$

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
$\overline{PA} = \overline{QA}$이다.
즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.
Q$(x,\ y)$라 하면, 점 P$(2,\ 3)$과
점 Q를 이은 선분의 중점이 A$(-1,\ -1)$이므로

$$\frac{x+2}{2} = -1,\ \frac{y+3}{2} = -1$$

$\therefore\ x = -4,\ y = -5$
$\therefore$ Q$(-4,\ -5)$

4. 평행이동 $(x,\ y) \Rightarrow (x+a,\ y+4)$ 에 의하여 점$(2,\ 1)$ 이 점 $(1,\ b)$ 로 옮겨질 때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $(2,\ 1)$ 이 평행이동 $(x,\ y) \Rightarrow (x+a,\ y+4)$에 의하여 옮겨진 점이 $(1, b)$ 이므로

$2+a=1$, $1+4=b$

$\therefore\ a=-1$, $b=5$

$\therefore\ a+b=4$

5. 다음 중 옳은 것은?

① $\{5\} \subset \{5, 9\}$　② $2 \subset \{1, 3\}$　③ $4 \in \{1, 3, 5\}$

④ $\emptyset \in \{3\}$　⑤ $0 \in \emptyset$

해설

집합 $\{5\}$ 는 집합 $\{5, 9\}$ 의 부분집합이다.

6. 두 집합 A = {한국, 브라질, 독일, 터키}, B = {이탈리아, 프랑스, 독일, 포르투갈}에 대해 $A \cap B$는?

① {한국}　② {브라질}

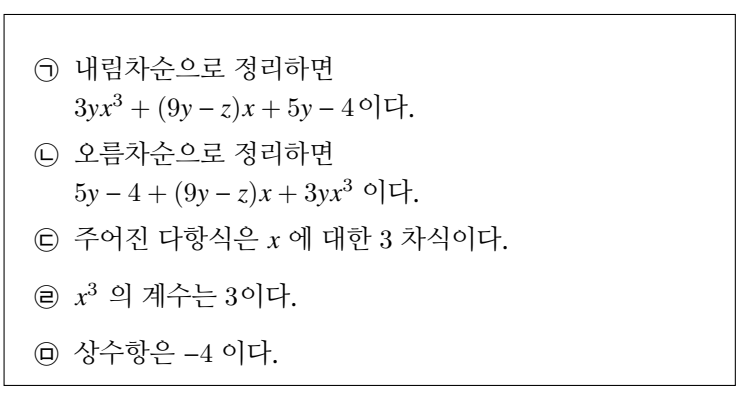
③ {독일}　④ {한국, 독일}

⑤ {독일, 터키, 포르투갈}

해설

$A \cap B$ = {독일}

7. x 에 대한 다항식 $3x^3y+5y-xz+9xy-4$ 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?



㉠ 내림차순으로 정리하면
$3yx^3+(9y-z)x+5y-4$ 이다.

㉡ 오름차순으로 정리하면
$5y-4+(9y-z)x+3yx^3$ 이다.

㉢ 주어진 다항식은 x 에 대한 3 차식이다.

㉣ x^3 의 계수는 3이다.

㉤ 상수항은 -4 이다.

① ㉠, ㉢
② ㉠, ㉡, ㉢
③ ㉠, ㉡
④ ㉠, ㉢, ㉣, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉣ x^3 의 계수는 $3y$ 이다.
㉤ 상수항은 $5y-4$ 이다.

8. 다항식 $6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$을 $3x - 2$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $Q(1) + R$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 13

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3 = (3x - 2)Q(x) + R$
양변에 $x = 1$을 대입하면, $13 = Q(1) + R$
$\therefore\ Q(1) + R = 13$

해설

$6x^3 - 7x^2 + 17x - 3$를 $3x - 2$로 직접 나누거나 조립제법을 이용하여 몫과 나머지를 구할 수 있다.

9. x 에 대한 다항식 $4x^3-3x^2+ax+b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -37

해설

$P(x)=4x^3-3x^2+ax+b$ 라 하고 $P(x)$ 가
$(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
$P(-1)=P(3)=0$
$P(-1)=-4-3-a+b=0 \ \therefore \ a-b=-7$
$P(3)=108-27+3a+b=0 \ \therefore \ 3a+b=-81$
$\therefore \ a=-22, \ b=-15$

10. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$ 의 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}, (A \cap B)^c = \{5, 6, 8, 9, 10\}, (A \cup B)^c = \{5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B = \{1, 2, 3, 9, 10\}$
② $A - B = \{6\}$
③ $A \cap B = \{1, 2, 3\}$
④ $B^c = \{5, 6, 8\}$
⑤ $B \cap A^c = \{8, 9, 10\}$

해설

⑤ $B \cap A^c = \{9, 10\}$ 이다.

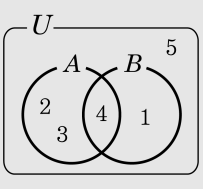
11. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고 A, B 가 다음 조건을 만족할 때, 집합 B 의 부분집합인 것은?

㉠ $A \cap B = \{4\}$	㉡ $A - B = \{2, 3\}$
㉢ $(A \cup B)^c = \{5\}$	

① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$ ④ $\{2, 5\}$ ⑤ $\{4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 4\}$ 이다. 따라서 B 의 부분집합인 것은 $\{4\}$ 이다.

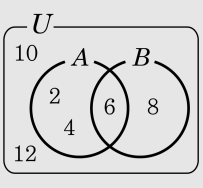


12. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 $A = \{2, 4, 6\}, B = \{6, 8\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 의 원소의 합은?

① 15 ② 17 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{2, 4, 6, 8\})^c = \{10, 12\}$ 이므로 원소의 합은 $10 + 12 = 22$ 이다.



13. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$　② $x \le 1$ 또는 $x \ge 2$

③ $x \ge 1$ 또는 $x \le 2$　④ $x \le 1$ 그리고 $x \ge 2$

⑤ $1 \le x \le 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$의 부정은 $1 \le x \le 2$이다.

14. 명제 'x 가 4의 배수가 아니면 x 는 2의 배수가 아니다.'는 거짓이다. 다음 중에서 반례인 것은?

① $x=1$ ② $x=12$ ③ $x=10$

④ $x=8$ ⑤ $x=4$

해설

가정을 만족시키면서 결론을 만족시키지 않는 것이 반례가 된다. 즉, $x=10$ 은 4의 배수가 아니지만 2의 배수가 되므로 반례로 적당하다.

15. $\sim p \rightarrow \sim q$ 의 역이 참일 때, 다음 중 반드시 참인 명제는?

① $q \rightarrow p$　② $p \rightarrow q$　③ $\sim p \rightarrow \sim q$

④ $\sim p \rightarrow q$　⑤ $p \rightarrow \sim q$

해설

'명제가 참이면 그의 대우는 항상 참이다.'

$\sim p \rightarrow \sim q \Leftrightarrow$ 역 : $\sim q \rightarrow \sim p$(참)

$\sim q \rightarrow \sim p \Leftrightarrow$ 대우 $p \rightarrow q$(참)

16. x에 대한 방정식 $ix^2+(1+i)x+1=0$의 해를 구하여라. (단, $x \neq i$)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

양변에 $-i$를 곱하면
$(-i)\cdot ix^2-i(1+i)x-i=0$
$x^2+(1-i)x-i=0$
$(x-i)(x+1)=0$
$x \neq i$이므로 $x=-1$

17. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 7 = 0$의 두 근이 모두 정수일 때, 상수 a의 값이 아닌 것은?

① -7　② -3　③ -1　④ 1　⑤ 3

해설

이차방정식의 두 근을 α , β $(\alpha \le \beta)$ 라 하면
근과 계수와의 관계에서
$\alpha + \beta = -a \cdots\cdots ①$
$\alpha\beta = -a - 7 \cdots\cdots ②$
② − ①에서 $\alpha\beta - (\alpha + \beta) = -7$
$\alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = -6$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = -6$
α , β 가 정수이므로 $\alpha - 1$, $\beta - 1$은 -6의 약수이다.
$\therefore (\alpha - 1, \beta - 1) = (-6, 1), (-3, 2), (-2, 3), (-1, 6)$
$\therefore (\alpha,\ \beta) = (-5, 2), (-2, 3), (-1, 4), (0, 7)$
$a = -\alpha - \beta$이므로
이 때, $a = 3$, -1 , -3 , -7

18. 다음 보기 중 참인 명제를 모두 고르면?

① $x^2+y^2=0$ 이면 $x=0$ 이고 $y=0$ 이다. (단, x, y는 실수)

② $x+y$, xy 가 모두 실수이면 x, y 도 모두 실수이다.

③ 자연수 n 에 대하여 n^2 이 홀수이면 n 도 홀수이다.

④ $x+y>1$ 이면 $x>1$ 이고 $y>1$ 이다.

⑤ x 가 16 의 약수이면 x 는 8 의 약수이다.

해설

① 실수 범위에서 $x=0$, $y=0$ 일 경우에만 성립하므로 참이다.
③ 홀수끼리 곱하면 항상 홀수가 나오므로 참이다.

19. 실수 x 에 대하여 명제 '$ax^2+a^2x-6\neq 0$ 이면 $x\neq 2$ 이다.' 가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a\neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
즉, '$x=2$ 이면 $ax^2+a^2x-6=0$ 이다.' 가 참이므로
$4a+2a^2-6=0,\ 2a^2+4a-6=0,$
$a^2+2a-3=0,\ (a+3)(a-1)=0$
$\therefore\ a=-3$ 또는 $a=1$
따라서 a 의 값의 합은 $-3+1=-2$

20. 실수 x에 대하여 다음 명제가 참일 때, a의 최솟값을 구하여라.

$x > a$이면 $\lvert x-2 \rvert > 4$

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

주어진 명제가 참이므로
대우 '$\lvert x-2 \rvert \le 4$ 이면 $x \le a$ 이다.' 가 참이다.
$\lvert x-2 \rvert \le 4$ 에서
$-4 \le x-2 \le 4$, $-2 \le x \le 6$이므로
$\therefore\ a \ge 6$
따라서 a 의 최솟값은 6이다.

21. 두 실수 x, y에 대하여 다음 명제가 참일 때, 실수 k의 최솟값을 구하여라.

$x+y<8$이면 $x<-2$ 또는 $y<k$

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
따라서 $x \geq -2$이고 $y \geq k$이면 $x+y \geq 8$
$x \geq -2$, $y \geq k$에서 $x+y \geq k-2$이므로
$k-2 \geq 8$, $\therefore\ k \geq 10$
따라서 k의 최솟값은 10이다.

22. 양수 x 에 대하여 명제 '$ax^2 - a^2x + 2 \neq 0$ 이면 $x \neq 1$ 이다.' 가 참이기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.
'$x = 1$ 이면 $ax^2 - a^2x + 2 = 0$ 이다.' 가 참이므로
$a - a^2 + 2 = 0,\ a^2 - a - 2 = 0$
$(a+1)(a-2) = 0$
$\therefore\ a = -1$ 또는 $a = 2$
$a > 0$ 이므로 $a = 2$

23. 명제 $p \rightarrow \sim q$ 와 $\sim p \rightarrow r$ 가 모두 참일 때, 다음 중에서 반드시 참이라고 할 수 <u>없는</u> 것은?

① $q \rightarrow \sim p$　② $\sim r \rightarrow p$　③ $q \rightarrow r$

④ $\sim r \rightarrow \sim q$　⑤ $q \rightarrow \sim r$

해설

$p \rightarrow \sim q$ 가 참이면 대우

$\underset{㉠}{\underline{q \rightarrow \sim p(①)}}$ 도 참이다.

$\underset{㉡}{\underline{\sim p \rightarrow r}}$ 가 참이면 대우 $\sim r \rightarrow p(②)$ 도 참이다.

㉠, ㉡에서 $q \rightarrow \sim p$ 가 참이고 $\sim p \rightarrow r$ 가 참이므로 $q \rightarrow r(③)$ 도 참이다.
또한, $q \rightarrow r$ 가 참이므로 대우인 $\sim r \rightarrow \sim q(④)$ 도 참이다.
따라서, 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ⑤이다.

24. 다음 두 조건으로 알 수 있는 것은?

㉠ 어떤 사람은 안경을 끼지 않았다.
㉡ 여자는 모두 안경을 꼈다.

① 남자는 모두 안경을 꼈다.

② 안경을 끼지 않은 여자도 있다.

③ 여자는 모두 안경을 끼지 않았다.

④ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

⑤ 남자는 모두 안경을 끼지 않는다.

해설

안경을 낀 사람의 집합을 A, 여자의 집합을 B 라고 하면

㉠ $A^c \neq \phi$

㉡ $B \subset A \Rightarrow A^c \subset B^c$

안경을 쓰지 않는 사람은 여자가 아니다.

$\therefore$ 안경을 끼지 않은 남자도 있다.

25. 자연수 n에 대하여 이차방정식 $n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근을 α_n, β_n이라할 때, $(\alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_{2006}) + (\beta_1 + \beta_2 + \cdots + \beta_{2006})$의 값은?

① $\frac{2004}{2006}$ ② $\frac{2005}{2006}$ ③ $\frac{2006}{2007}$ ④ $\frac{2007}{2008}$ ⑤ $\frac{2007}{2009}$

해설

$n(n+1)x^2 - x + 2006 = 0$의 두 근이 α_n, β_n이므로

$\alpha_n + \beta_n = \frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$

준식$= (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + \cdots + (\alpha_{2006} + \beta_{2006})$

$= (\frac{1}{1} - \frac{1}{2}) + (\frac{1}{2} - \frac{1}{3}) + \cdots + (\frac{1}{2006} - \frac{1}{2007})$

$= 1 - \frac{1}{2007} = \frac{2006}{2007}$

26. 15% 의 소금물 200g 이 있을 때, 물 xg 을 증발시켜서 30% 이상 60% 이하의 소금물을 만들려고 한다. x 의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $100 \le x \le 150$

해설

15% 의 소금물 200g 의 소금의 양은 $\frac{15}{100} \times 200 = 30(\text{g})$ 이다.

따라서 물 xg 을 뺐을 때의 농도를 나타내면 $\frac{30}{200-x} \times 100$ 이다.

이 값이 30% 이상 60% 이하 이므로, $30 \le \frac{30}{200-x} \times 100 \le 60$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 30 \le \frac{30}{200-x} \times 100 \\ \frac{30}{200-x} \times 100 \le 60 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면 $\begin{cases} x \ge 100 \\ x \le 150 \end{cases}$ 이다.

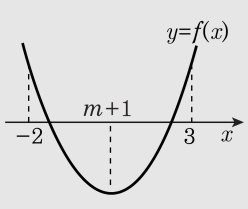
따라서 증발시켜야 하는 물의 양 x 의 범위는 $100 \le x \le 150$ 이다.

27. 이차방정식 $x^2-2(m+1)x+m+3=0$의 두 실근이 -2와 3사이에 있을 때, 정수 m의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2개

해설



$f(x)=x^2-2(m+1)x+m+3$ 으로 놓으면

(i) $\frac{D}{4}=(m+1)^2-(m+3)\geq 0$ 에서

$(m-1)(m+2)\geq 0$

$\therefore m\leq -2$ 또는 $m\geq 1$ ····· ㉠

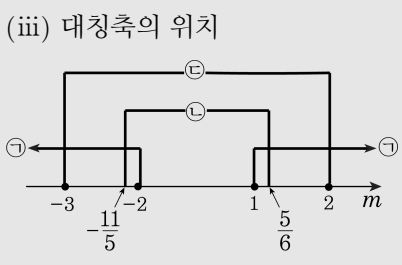
(ii) $f(-2)=5m+11>0$ 에서

$m>-\frac{11}{5}$,

$f(3)=6-5m>0$ 에서 $m<\frac{6}{5}$

$\therefore -\frac{11}{5}<m<\frac{6}{5}$ ····· ㉡

(iii) 대칭축의 위치



$-2<m+1<3$

$\therefore -3<m<2$ ····· ㉢

㉠, ㉡, ㉢에서 $-\frac{11}{5}<m\leq -2$ 또는 $1\leq m<\frac{6}{5}$

따라서, 정수 m은 -2, 1두 개다.

28. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $(A-B)\cup X=X$, $(A\cup B)\cap X=X$를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A=\{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 5 이하의 홀수$\}$

① 2개 ② 4개 ③ 8개 ④ 16개 ⑤ 32개

해설

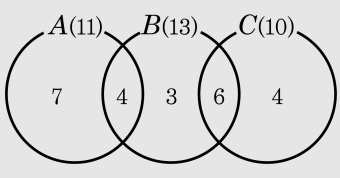
$A=\{1,\ 2,\ 4,\ 8\}$, $B=\{1,\ 3,\ 5\}$
$(A-B)\cup X=X$이므로 $(A-B)\subset X$
$(A\cup B)\cap X=X$이므로 $X\subset(A\cup B)$
$\{2,\ 4,\ 8\}\subset X\subset\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 8\}$
집합 X는 $A\cup B$의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$(개)

29. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 11$, $n(B) = 13$, $n(C) = 10$, $n(A \cap B) = 4$, $n(B \cup C) = 17$, $A \cap C = \varnothing$ 일 때, $A \cup B \cup C$ 의 원소의 개수는?

① 12 ② 17 ③ 24 ④ 30 ⑤ 34

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$\therefore\ n(A \cup B \cup C) = 24$

30. 다음은 a, b 가 실수일 때, 보기 중에서 서로 동치인 것끼리 짝지어 놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

보기

㉠ $ab = 0$
㉡ $a^2 + b^2 = 0$
㉢ $a^2 + b^2 > 0$
㉣ $a = 0$ 이고 $b = 0$
㉤ $a = 0$ 또는 $b = 0$
㉥ $a = 0$ 이고 $b \neq 0$
㉦ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
㉧ $ab = 0$ 이고 $b \neq 0$
㉨ $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$

① ㉠과 ㉤ ② ㉡와 ㉣ ③ ㉢과 ㉦
④ ㉥와 ㉧ ⑤ ㉢과 ㉨

해설

$ab \leftrightarrow a = 0$ 또는 $b = 0$
$a^2 + b^2 \leftrightarrow a = 0$ 이고 $b = 0$
$a^2 + b^2 > 0 \leftrightarrow a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$
$ab = 0$ 이고 $b \neq 0 \leftrightarrow a = 0$ 이고 $b \neq 0$