

1. 자연수 A의 양의 제곱근을  $a$ , 자연수 B의 음의 제곱근을  $b$ 라고 할 때, 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $A < B$ )

보기

- |                       |                       |
|-----------------------|-----------------------|
| $\text{㉠ } a + b = 0$ | $\text{㉡ } ab < 0$    |
| $\text{㉢ } a^2 < b^2$ | $\text{㉣ } a - b > 0$ |

- ① ㉠, ㉡      ② ㉠, ㉢      ③ ㉡, ㉣  
④ ㉠, ㉢, ㉣      ⑤ ㉡, ㉢, ㉣, ㉣

해설

$|a| < |b| \dots(1)$   
 $a > 0, b < 0 \dots(2)$   
(1), (2)에 의해  $\text{㉠ } a + b < 0$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

①  $(\sqrt{3})^2$

②  $\sqrt{9}$

③  $\sqrt{\frac{1}{3}(3)^3}$

④  $\sqrt{3\sqrt{3^4}}$

⑤  $\sqrt{(-3)^2}$

해설

①, ②, ③, ⑤ : 3

④ :  $3\sqrt{3}$

3. 두 자연수  $x, y$ 에 대하여  $\sqrt{120xy}$ 가 가장 작은 정수가 되도록  $x, y$ 의 값을 정할 때, 다음 중  $x$ 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$\sqrt{120xy} = \sqrt{2^3 \times 3 \times 5 \times xy} = 2\sqrt{30xy}$$

$$xy = 30$$

$$(x, y) = (1, 30), (2, 15), (3, 10), (5, 6), \\ (6, 5), (10, 3), (15, 2), (30, 1)$$

4.  $\sqrt{59+a} = b$ 라 할 때,  $b$ 가 자연수가 되도록 하는 가장 작은 자연수  $a$ 와 그 때의  $b$ 의 합  $a+b$ 의 값은?

- ① 11      ② 12      ③ 13      ④ 14      ⑤ 15

해설

59보다 큰 제곱수는 64, 81, 100, ... 이므로  
 $59 + a = 64, 81, 100, \dots$   
 $\therefore a = 5, 22, 41, \dots$   
따라서 가장 작은 자연수  $a = 5$ ,  $b = \sqrt{59+5} = 8$ 이다.  
 $\therefore a + b = 5 + 8 = 13$

5.  $-1 < x < y < 0$  일 때, 다음 중 1 보다 큰 수를 고르면?

- ①  $\sqrt{xy}$                       ②  $\sqrt{-\frac{y^2}{x}}$                       ③  $\sqrt{-\frac{y}{x^2}}$   
④  $\sqrt{-x^2y}$                       ⑤  $\sqrt{-xy^2}$

해설

$-1 < x < y < 0$  이므로  $xy < 1$  이고  $\frac{y}{x} < 1$ ,  $\frac{x}{y} > 1$

①  $\sqrt{xy} < 1$

②  $\sqrt{-\frac{y^2}{x}} < \sqrt{-y} < 1$

③  $\frac{x}{y} > 1, -\frac{1}{y} > 1$  이므로  $\sqrt{-\frac{x}{y^2}} > 1$

④  $\sqrt{-x} < 1$  이므로 양변에  $\sqrt{xy}$  를 곱하면  $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$

⑤  $\sqrt{-y} < 1$  이므로 양변에  $\sqrt{xy}$  를 곱하면  $\sqrt{-x^2y} < \sqrt{xy} < 1$   
따라서 1 보다 큰 것은 ③뿐이다.

6.  $4 < \sqrt{2n} < 7$  을 만족하는 자연수  $n$  의 값 중에서 최댓값을  $a$ , 최솟값을  $b$  라 할 때,  $a+b$  의 값은?

- ① 32      ② 33      ③ 34      ④ 35      ⑤ 36

해설

$$4^2 < (\sqrt{2n})^2 < 7^2$$

$$16 < 2n < 49$$

$$\therefore 8 < n < \frac{49}{2} = 24.5$$

$$\therefore \text{최댓값 } a = 24, \text{ 최솟값 } b = 9$$

$$\therefore a + b = 24 + 9 = 33$$

7. 유리수  $a$  와 무리수  $b$  가  $a > 0, b > 0$  일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ①  $b\sqrt{a}$  는 항상 무리수이다.
- ②  $\frac{b}{\sqrt{a}}$  는 항상 유리수이다.
- ③  $b-a$  는 항상 무리수이다.
- ④  $ab$  는 항상 무리수이다.
- ⑤  $b - \sqrt{a}$  는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

**해설**

$a = 2, b = \sqrt{2}$  라 하면

①  $b\sqrt{a} = 2$  유리수이지만  $a = 1, b = \sqrt{3}$  일 때는 무리수

②  $\frac{b}{\sqrt{a}} = 1$  유리수이지만  $a = 1, b = \sqrt{3}$  일 때는 무리수

③  $b-a = \sqrt{2} - 2$  항상 무리수

④  $ab = 2\sqrt{2}$  항상 무리수

⑤  $b - \sqrt{a} = 0$  유리수이지만  $a = 1, b = \sqrt{3}$  일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ③, ④, ⑤이다.

8.  $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고,  $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수  $n$ 에 대하여  $S(n)$ 의 값이 자연수가 되는  $n$ 을 모두 고르면?

- ① 8      ② 15      ③ 35      ④ 50      ⑤ 99

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots +$$

$$(\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

$$\textcircled{1} n = 8 \text{ 일 때, } S(n) = 3 - 1 = 2$$

$$\textcircled{2} n = 15 \text{ 일 때, } S(n) = 4 - 1 = 3$$

$$\textcircled{3} n = 35 \text{ 일 때, } S(n) = 6 - 1 = 5$$

$$\textcircled{4} n = 50 \text{ 일 때, } S(n) = \sqrt{51} - 1$$

$$\textcircled{5} n = 99 \text{ 일 때, } S(n) = 10 - 1 = 9$$

따라서 ①, ②, ③, ⑤가 답이다.

9. 연립방정식  $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \end{cases}$  를 풀면?

①  $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{2}$

②  $x = \frac{18}{7}\sqrt{2}, y = \frac{17}{7}\sqrt{3}$

③  $x = \frac{17}{7}\sqrt{2}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

④  $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}, y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$

⑤  $x = \frac{17}{7}\sqrt{3}, y = \frac{18}{7}\sqrt{3}$

해설

$$\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 5\sqrt{6} \cdots \text{㉠} \\ \sqrt{3}x - 2\sqrt{2}y = -2 \cdots \text{㉡} \end{cases}$$

㉠  $\times 2\sqrt{2}$  + ㉡  $\times \sqrt{3}$  을 하면

$$\begin{array}{r} 4x + 2\sqrt{6}y = 20\sqrt{3} \\ +) 3x - 2\sqrt{6}y = -2\sqrt{3} \\ \hline 7x = 18\sqrt{3} \end{array}$$

$$\therefore x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$$

㉡에  $x = \frac{18}{7}\sqrt{3}$  을 대입하면

$$\frac{54}{7} - 2\sqrt{2}y = -2, \quad \sqrt{2}y = \frac{34}{7}$$

$$y = \frac{17}{7}\sqrt{2}$$

10.  $\sqrt{1.43}$ 의 값을  $a$ 라 하고,  $\sqrt{b} = 1.105$ 일 때,  $a, b$ 의 값은?

수	0	1	2	3	...
1.0	1,000	1,005	1,010	1,015	...
1.1	1,049	1,054	1,058	1,063	...
1.2	1,095	1,100	1,105	1,109	...
1.3	1,140	1,145	1,149	1,153	...
1.4	1,183	1,187	1,192	1,196	...

①  $a = 1.000, b = 1.13$

②  $a = 1.005, b = 1.15$

③  $a = 1.049, b = 1.42$

④  $a = 1.196, b = 1.22$

⑤  $a = 1.192, b = 1.23$

**해설**

표에서 1.43을 찾으면 1.196이므로  $\sqrt{1.43} = 1.196$ 이고, 제곱근의 값이 1.105인 것을 찾으면 1.22이므로  $\sqrt{1.22} = 1.105$ 이다. 따라서  $a = 1.196, b = 1.22$ 이다.

11.  $a^2+3ab+b^2=5, a^2-ab+b^2=1$  일 때,  $\frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab}$

의 값을 모두 구한 것은?

- ①  $\pm\frac{1}{3}$     ②  $\pm 1$     ③  $\pm\frac{5}{3}$     ④  $\pm\frac{2}{3}$     ⑤  $\pm\frac{4}{3}$

해설

$$a^2+3ab+b^2=5 \cdots \text{㉠}$$

$$a^2-ab+b^2=1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉠} - \text{㉡} \text{ 을 하면 } ab=1 \cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉢을 ㉠에 대입하면 } a^2+b^2=2 \text{ 이므로 } a+b=\pm 2$$

$$\therefore \frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab}$$

$$= \frac{(a+b)(a^2+b^2)-ab(a+b)}{3ab} = \pm\frac{2}{3}$$

12.  $(a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d)$  를 전개하면?

- ①  $2ad + 2bc$       ②  $3ad + 3bc$       ③  $4ad + 4bc$   
④  $3ad - 3bc$       ⑤  $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a + b + c - d)(-a + b + c + d) + (a + b - c + d)(a - b + c + d) \\ &= \{(b + c) + (a - d)\}\{(b + c) - (a - d)\} + \{(a + d) + (b - c)\}\{(a + d) - (b - c)\} \\ &= (b + c)^2 - (a - d)^2 + (a + d)^2 - (b - c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$

13.  $(a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d)$  를 전개하면?

- ①  $3ac + 3bd$       ②  $4ac + 4bd$       ③  $5ad + 5bc$   
④  $4ad - 4bc$       ⑤  $5ad - 5bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+c-d)(a-b+c+d) + (a+b-c+d)(-a+b+c+d) \\ &= \{(a+c) + (b-d)\}\{(a+c) - (b-d)\} + \{(b+d) + (a-c)\}\{(b+d) - (a-c)\} \\ &= (a+c)^2 - (b-d)^2 + (b+d)^2 - (a-c)^2 \\ &= a^2 + 2ac + c^2 - b^2 + 2bd - d^2 + b^2 + 2bd + d^2 - a^2 + 2ac - c^2 \\ &= 4ac + 4bd \end{aligned}$$

14.  $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$  일 때,  $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$  의 값은?

①  $\pm 1$

②  $\pm 2$

③  $\pm 3$

④  $\pm 4$

⑤  $\pm 5$

해설

$\frac{y}{x} = A, \frac{x}{y} = \frac{1}{A}$  이라 하면

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \text{ 는 } A^2 + \frac{1}{A^2} = 2,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$

15. 다음 중 인수분해한 것이 옳지 않은 것은?

①  $4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$

②  $\frac{1}{4}x^2 + x + 1 = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)^2$

③  $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$

④  $3x^2 + 6x + 3 = 3(x + 1)^2$

⑤  $x^2 + 10x + 25 = (x + 5)^2$

해설

③  $x^2 - x + \frac{1}{4} = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2$

16.  $x^2 + Ax + 12 = (x + a)(x + b)$  일 때, 다음 중 상수  $A$  의 값이 될 수 없는 것은?(단,  $a, b$  는 정수)

- ① 8      ② -13      ③ -8      ④ -7      ⑤ 1

해설

$ab = 12$ 가 되는 경우  
( $\pm 1, \pm 12$ ), ( $\pm 2, \pm 6$ ), ( $\pm 3, \pm 4$ )  
 $A = a + b$ 이므로  
 $A$ 가 될 수 있는 수는  $\pm 13, \pm 8, \pm 7$

17.  $ab - 6a + 5b - 48 = 0$ 을 만족하는 정수  $a, b$ 의 순서쌍의 개수는? (단,  $a > 0, b > 0$ )

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

$$\begin{aligned} ab - 6a + 5b - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6a - 48 &= 0 \\ b(a+5) - 6(a+5) - 18 &= 0 \\ (a+5)(b-6) &= 18 \\ a > 0, b > 0 \text{ 이므로 } a+5 > 5 \\ \text{(i) } a+5 = 18, b-6 = 1 \\ a = 13, b = 7 \\ \text{(ii) } a+5 = 9, b-6 = 2 \\ a = 4, b = 8 \\ \text{(iii) } a+5 = 6, b-6 = 3 \\ a = 1, b = 9 \\ \therefore \text{ 순서쌍 } a, b \text{의 개수는 3개} \end{aligned}$$

18.  $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$  을 인수분해하면?

①  $(x + y + z)(x - y + z)$

②  $(x + y + z)(x - y - z)$

③  $(x - y + z)(x - y - z)$

④  $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤  $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y)\end{aligned}$$

19. 다항식  $x^2 - 4xy + 3y^2 - 6x + 2y - 16$  을 인수분해 하였더니  $(x+ay+b)(x+cy+d)$  가 되었다. 이때,  $a-b+c-d$  의 값은?

- ① 0      ② 1      ③ 2      ④ 3      ⑤ 4

해설

$x$  에 관한 내림차순으로 정리하여 인수분해하면

$$x^2 - 2(2y+3)x + 3y^2 + 2y - 16$$

$$= x^2 - 2(2y+3)x + (y-2)(3y+8)$$

$$= (x-y+2)(x-3y-8)$$

$$\therefore a = -1, b = 2, c = -3, d = -8$$

$$\therefore a - b + c - d = 2$$

20. 두 정수  $a, b$  가  $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$  을 만족할 때, 순서쌍  $(a, b)$  는 모두 몇 개 존재하는가? (단,  $a > 2b > 0$ )

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

$$(a-1)^2 - 4b^2 = 33 \text{ 에서}$$

$$(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$$

$a > 2b > 0$  이므로

$$33 \times 1 = 33 \text{ 또는 } 11 \times 3 = 33$$

따라서 조건을 만족하는  $(a, b)$  는  $(18, 8), (8, 2)$  2개 존재한다.

21.  $x = 2 + \sqrt{3}$ ,  $y = 2 - \sqrt{3}$  일 때,  $x^2 - y^2 + 4x - 4y$  의 식의 값을 구하면?

- ① -4      ② 4      ③  $8\sqrt{3}$       ④  $16\sqrt{3}$       ⑤ 24

해설

$x, y$ 의 합과 차를 구하면

$$x + y = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$$

$$x - y = 2 + \sqrt{3} - (2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^2 - y^2 + 4x - 4y$$

$$= (x + y)(x - y) + 4(x - y)$$

$$= (x - y)(x + y + 4)$$

$$= 2\sqrt{3} \times (4 + 4) = 16\sqrt{3}$$

22. 부피가  $x^3 + x^2y - x - y$  인 직육면체의 밑면의 가로와 세로의 길이가 각각  $x-1, x+1$  일 때, 이 직육면체의 높이를 구하면?

①  $x+y$

②  $x-y^2$

③  $x^2+y$

④  $x+y^2$

⑤  $x-y$

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x^2y - x - y \\ &= x^2(x+y) - (x+y) \\ &= (x+y)(x+1)(x-1) \text{ 이다.} \\ & \text{따라서 직육면체의 높이는 } x+y \text{ 이다.} \end{aligned}$$