

1. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

①  $3x^2 + 1 = 0$

②  $y = -x^2 + 5x + 2$

③  $y = (x-1)(x+3) - x^2$

④  $y = ax^2 + bx + c \ (a \neq 0)$

⑤  $y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{7}{8}$

해설

①  $3x^2 + 1 = 0$  은 이차방정식이다.

③  $y = (x-1)(x+3) - x^2 = 2x - 3$  이므로 일차함수이다.

2. 다음은 이차함수  $y = 2x^2 - 1$  의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
  - ② 꼭짓점의 좌표는  $(0, -1)$ 이다.
  - ③  $y = 2x^2$  의 그래프를  $y$  축의 방향으로  $-1$  만큼 평행이동한 그래프이다.
  - ④ 축의 방정식은  $x = 1$  이다.
  - ⑤ 점  $(1, 1)$ 을 지난다.

**해설**

$y = 2x^2 - 1$  의 그래프는  $y = 2x^2$  그래프를  $y$  축으로  $-1$  만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는  $(0, -1)$  이고 축의 방정식은  $x = 0$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

3. 점 (2, 5) 는 이차함수  $y = 2x^2 + q$  위의 점일 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① (-3, 0)

② (0, 3)

③ (0, -3)

④ (3, 0)

⑤ (-3, 3)

해설

$y = 2x^2 + q$  의 그래프가 점 (2, 5) 를 지나므로

$$5 = 2(2)^2 + q \quad \therefore q = -3$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 (0, -3) 이다.

4. 이차함수  $y = (x+2)^2 + 3$  의 그래프와  $x$  축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

①  $y = (x-2)^2 + 3$

②  $y = (x-2)^2 - 3$

③  $y = -(x+2)^2 - 3$

④  $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤  $y = (x+2)^2 + 3$

해설

$x$  축 대칭이므로  $y$  대신에  $-y$  를 대입하면  
 $y = -(x+2)^2 - 3$  이다.

5. 이차함수  $y = x^2 + 2ax + 4$  의 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(1, b)$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가  $(1, b)$  이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

6. 이차함수  $f(x) = -2x^2 - 3x + a$  의 그래프가 두 점  $(-1, 7)$ ,  $(2, b)$  를 지날 때, 상수  $a, b$  를 차례대로 나열하면?

①  $a = 4, b = -6$

②  $a = -4, b = -6$

③  $a = 4, b = -8$

④  $a = 6, b = -6$

⑤  $a = 6, b = -8$

해설

점  $(-1, 7)$  를  $f(x) = -2x^2 - 3x + a$  가 지나므로  $7 = -2(-1)^2 - 3(-1) + a, a = 6$  이다.

$f(x) = -2x^2 - 3x + 6$  이고 점  $(2, b)$  를 지나므로  $b = -2(2)^2 - 3(2) + 6, b = -8$  이다.

7. 원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 그래프  $y = f(x)$  에 대하여  $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$  일 때, 다음 중 이 그래프 위의 점이 아닌 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ (1, -2)      ㉡  $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{9}\right)$       ㉢ (3, -12)  
 ㉣  $\left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}\right)$       ㉤ (-4, -30)

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개      ④ 4 개      ⑤ 5 개

해설

$f(x) = ax^2$  에 대하여  $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}a$ ,  $f(-2) = 4a$  이므로  
 $2f\left(\frac{1}{2}\right) - f(-2) = 7$ ,  $2 \times \frac{1}{4} \times a - 4a = 7$ ,  $-7a = 14$ ,  $a = -2$   $\therefore f(x) = -2x^2$   
 ㉢  $f(3) = -2 \times (-3)^2 = -18 \therefore (3, -18)$   
 ㉤  $f(-4) = -2 \times (-4)^2 = -32 \therefore (-4, -32)$   
 따라서 주어진 그래프 위의 점이 아닌 것은 ㉢, ㉤의 2 개이다.

8. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 점  $(1, k)$  를 지난다고 한다.  $k$  의 값은?

① 1      ② 3      ③ 5      ④ 12      ⑤ 27

해설

$y = 3x^2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼 평행이동한 함수의 식은

$y = 3(x+2)^2$  이고, 점  $(1, k)$  를 지나므로

$$k = 3(1+2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

9. 이차함수  $y = -3(x+4)^2 - 2$ 의 그래프는 이차함수  $y = ax^2$ 의 그래프를  $x$ 축의 방향으로  $p$ 만큼,  $y$ 축의 방향으로  $q$ 만큼 평행이동한 것이다. 이 때,  $a+p+q$ 의 값은?

- ① -1      ② -3      ③ -5      ④ -7      ⑤ -9

**해설**

$y = ax^2$ 을  $x$ 축으로  $p$ 만큼,  $y$ 축으로  $q$ 만큼 평행이동한 식은  $y = a(x-p)^2 + q$ 이다.  
 $\therefore a = -3, p = -4, q = -2$   
 $\therefore a + p + q = -3 + (-4) + (-2) = -9$

10. 이차함수  $y = -4x^2 + kx + 2$  의 그래프에서  $x$  의 값이 증가하면  $y$  의 값도 증가하는  $x$  의 값의 범위가  $x < \frac{1}{2}$  일 때,  $k$  의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답:  $k = 4$

해설

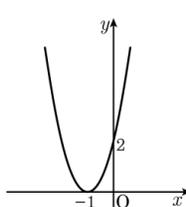
축의 방정식  $x = \frac{1}{2}$  이므로

$$\begin{aligned} y &= -4x^2 + kx + 2 \\ &= -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 3 \\ &= -4x^2 + 4x + 2 \end{aligned}$$

$$\therefore k = 4$$

11. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이고,  $y$  절편이 2 인 포물선의 식을  $y = a(x-p)^2$  이라 할 때,  $a + p$  의 값은?

- ① -3      ② -2      ③ -1  
④ 1        ⑤ 2



해설

꼭짓점의 좌표가  $(-1, 0)$  이므로  
 $y = a(x+1)^2$  이고,  $y$  절편이 2 이므로  
 $2 = a(0+1)^2, a = 2$   
 $y = 2(x+1)^2$   
 $a = 2, p = -1$   
 $\therefore a + p = 2 - 1 = 1$

12. 이차함수  $y = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 10$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $p$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $q$  만큼 평행이동시켰더니  $y = -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2$  와 포개어졌다.  $pq$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{3}(x-1-p)^2 + 10 + q \\ &= -\frac{1}{3}(x+4)^2 - 2 \\ -1-p &= 4, p = -5 \\ 10+q &= -2, q = -12 \\ \therefore pq &= 60\end{aligned}$$

13. 이차함수  $y = x^2 - 6x + k$  의 그래프가  $x$  축과 만나지 않게 되는  $k$  의 값의 범위는?

- ①  $k < 6$                       ②  $k > -6$                       ③  $k > 9$   
④  $k < -9$                       ⑤  $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

14.

$a+b=1$ 이고,  $a^2+b^2=-1$ 일 때,  $a^{22}+b^{46}$ 의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: -1



15. 이차함수  $y = 3x^2$  의 그래프는 점  $(a, 12)$  를 지나고, 이차함수  $y = bx^2$  과  $x$  축에 대하여 대칭이다. 이 때,  $ab$  의 값은?

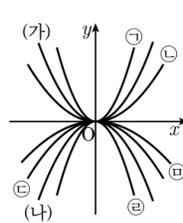
- ①  $\pm 2$       ②  $\pm 3$       ③  $\pm 5$       ④  $\pm 6$       ⑤  $\pm 7$

해설

$y = 3x^2$  에  $(a, 12)$  를 대입하면  $a = \pm 2$  이다.  
 $x$  축과 대칭인 함수는  $x^2$  의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이므로  $b = -3$  이다.  
 $\therefore ab = \pm 6$

16. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고,  $y = x^2 \cdots$ (가),  $y = -x^2 \cdots$ (나)이다.  $-1 < a < 0$  일 때,  $y = -ax^2$  의 그래프로 알맞은 것은?

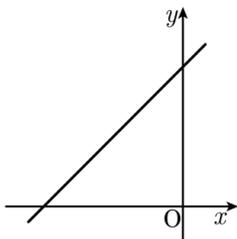
- ① ㉠      ② ㉡      ③ ㉢  
 ④ ㉣      ⑤ ㉤



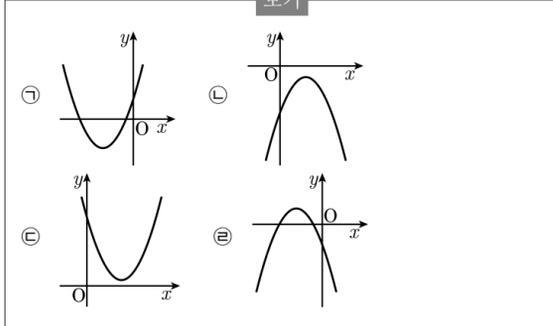
**해설**

$0 < -a < 1$  이므로 (가)와  $x$  축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

17. 일차함수  $y = ax + b$  의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수  $y = -a(x - b)^2 - a$  의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : B

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로  $a > 0$  이고 ( $y$ -절편)  $> 0$  이므로  $b > 0$  이다.  
 따라서  $y = -a(x - b)^2 - a$  의 그래프는 위로 볼록하고,  $b > 0$ ,  $-a < 0$  이므로 꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

18. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

①  $y = -(x-2)^2$

②  $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③  $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④  $y = -3x^2 + x$

⑤  $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

$a$ 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

$a$ 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

③  $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤  $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

19. 이차함수  $y = -3x^2 - 6x + 2$  의 그래프의 꼭짓점의 좌표가  $(a, b)$  이고,  
y 축과의 교점의 y 좌표가  $q$  일 때,  $\frac{a+b}{q}$  의 값은?

- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

**해설**

$y = -3x^2 - 6x + 2$  의 식을  $y = a(x+p)^2 + q$  의 꼴로 바꾸면  
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$  이므로

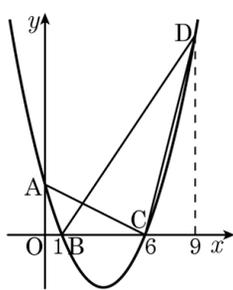
i) 꼭짓점의 좌표는  $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로  $x = 0$  을 대입하면

$q = 2$

따라서  $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$  이다.

20. 다음 그림은 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가  $\frac{15}{2}$  일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

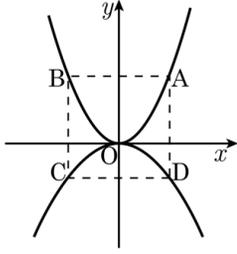
$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

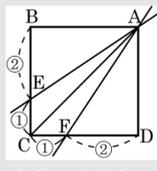
$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

21. 두 함수  $y = x^2$ ,  $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1      ② 2      ③ 3      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A점의  $x$ 좌표를 구하면

$$2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$$

$$\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$$

정사각형의 넓이는  $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각 넓이는

$$\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27} \text{에서}$$

$$\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times \textcircled{2} \times \frac{1}{2}$$

$$\textcircled{2} = \frac{16}{9}$$

$$\text{직선 AF의 기울기는 } \frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$$

마찬가지 방법으로 AE의 기울기를 구하면  $\frac{2}{3}$

$$\therefore \text{두 기울기의 곱은 } \frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$

22.  $f(2) = 16$ ,  $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$  를 만족하는 함수  $f(x)$  에 대하여  $f(-16) = \frac{a}{b}$  일 때,  $a - b$  의 값을 구하여라. (단,  $a, b$  는 서로소이다.)

▶ 답:

▷ 정답: 229

해설

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$  에서  $x = 2$  를 대입하면  $f(2) = f(16) \times 4$

$\therefore f(16) = 4$

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$  에서

$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)}$  이고

$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x)$  이므로

$f(-x) = f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4)$   
 $= \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4)$

이 식에  $x = 16$  을 대입하면

$f(-16) = \frac{4}{(-220)} \times (-284) = \frac{284}{55}$  이다.

$a = 284, b = 55$

따라서  $a - b = 229$  이다.

23. 세 이차함수  $y = x^2 - 2x$ ,  $y = x^2 - 6x + 8$ ,  $y = x^2 - 4x + 2$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

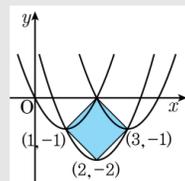
해설

$$y = x^2 - 2x \quad \dots \textcircled{A}$$

$$y = x^2 - 6x + 8 \quad \dots \textcircled{B}$$

$$y = x^2 - 4x + 2 \quad \dots \textcircled{C}$$

그래프 ㉠은 그래프 ㉡과 그래프 ㉢의 꼭짓점을 지나고 세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로 세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2 \text{이다.}$$

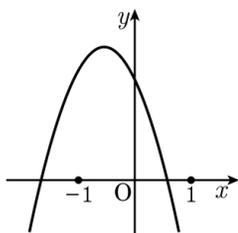
24. 다음 중 이차함수에 대한 설명이 옳지 않은 것은?

- ①  $y = x^2$ 에서  $x > 0$ 일 때,  $x$ 값이 증가하면  $y$ 값도 증가한다.
- ②  $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는  $x = b$ 를 축으로 하고 점  $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ③  $y = ax^2$ 과  $y = -ax^2$ 의 그래프는  $x$ 축에 대하여 대칭이다.
- ④  $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서  $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤  $y = ax^2$ 에서  $a < 0$ 일 때,  $a$ 가 커지면 폭이 넓어진다.

**해설**

- ① 아래로 볼록이므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서  $x$ 값이 증가하면  $y$ 값도 증가한다.
- ②  $x = 0$ ( $y$ 축)을 축으로 하고,  $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 한다.
- ③  $y = ax^2$ 과  $y = -ax^2$ 의 그래프는  $x$ 축에 대하여 대칭이다.
- ④  $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서의  $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ⑤  $y = ax^2$ 에서  $a < 0$ 일 때  $a$ 가 커지면  $|a|$ 가 작아지므로 폭은 넓어진다.

25. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



- ①  $a > 0$       ②  $b < 0$       ③  $c < 0$   
④  $a + b + c > 0$       ⑤  $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로  $a < 0$
- ② 축이  $y$  축의 왼쪽에 있으므로  $ab > 0$  따라서  $b < 0$  이다.
- ③  $y$  절편이 양수이므로  $c > 0$
- ④  $x = 1$  일 때,  $y = a + b + c < 0$
- ⑤  $x = -1$  일 때,  $y = a - b + c > 0$