

1. 16의 약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

해설

16의 약수는 1, 2, 4, 8, 16이다.
따라서 5개이다.

2. 다음 수 중에서 합성수의 개수를 구하여라.

1 3 5 15 31 35 53

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

각각의 수의 약수를 구해 보면
1 의 약수 : 1
3 의 약수 : 1, 3
5 의 약수 : 1, 5
15 의 약수 : 1, 3, 5, 15
31 의 약수 : 1, 31
35 의 약수 : 1, 5, 7, 35
53 의 약수 : 1, 53
따라서 합성수는 15, 35 이므로 그 개수는 모두 2 개이다.

3. 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 1 은 소수이다.
- ㉡ 합성수는 약수가 3 개 이상인 수이다.
- ㉢ 6 의 배수 중 소수는 없다.
- ㉣ 10 이하의 소수는 모두 5 개이다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉢
- ④ ㉠, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

- ㉠ 1 은 소수가 아니다.
- ㉢ 10 이하의 소수는 2, 3, 5, 7 이다.

4. 다음 중 350 의 약수가 아닌 것은?

① 2

② 2×5

③ 2×7

④ $2^2 \times 5^2$

⑤ $2 \times 5^2 \times 7$

해설

$350 = 2 \times 5^2 \times 7$ 이므로 ④ $2^2 \times 5^2$ 은 약수가 아니다.

5. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은?

- ① 2, 6 ② 3, 7 ③ 4, 10 ④ 8, 12 ⑤ 10, 20

해설

최대공약수가 1 인 두 수는 서로소이다.

① 2 와 6 의 최대공약수는 2 이다.

③ 4 와 10 의 최대공약수는 2 이다.

④ 8 과 12 의 최대공약수는 4 이다.

⑤ 10 과 20 의 최대공약수는 10 이다.

따라서 서로소인 두 수는 3 과 7 이다.

6. 세 자연수 8, 12, 16 의 최소공배수는?

① 24

② 32

③ 36

④ 40

⑤ 48

해설

만드시 소수로만 나누는 것이 아니라 공통으로 나누어지는 수 중에서 가능한 한 큰 수로 나누어도 된다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \quad 12 \quad 16} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 4 \quad 6 \quad 8} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 2 \quad 3 \quad 4} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 3 \quad 2 \\ \hline \end{array}$$

$$(\text{최소공배수}) : 2 \times 2 \times 2 \times 1 \times 3 \times 2 = 48$$

7. 토마토 15 개, 키위 21 개를 최대한 많은 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 했더니 모두 3개씩 남았다. 학생은 최대 몇 명인가?

① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

15 개, 21 개를 똑같이 나누면 3 개씩 남는다면, $(15-3)$ 개, $(21-3)$ 개를 똑같이 나누면 나누어 떨어진다. 이러한 수 중 가장 큰 수는 12와 18의 최대공약수 6이다.

8. 두 자연수의 최대공약수가 5, 최소공배수가 60 일 때, 두 수의 곱은?

- ① 200 ② 250 ③ 300 ④ 350 ⑤ 400

해설

(두 수의 곱)=(최대공약수) $\times$ (최소공배수) 이므로
(두 수의 곱)= 5×60
따라서 두 수의 곱은 300 이다.

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $8000 = 8 + 10^3$

② $5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7 = 5^2 \times 7^3$

③ $2^4 = 2 + 2 + 2 + 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \frac{3}{11}$

해설

① $8000 = 8 \times 10^3$

③ $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$

④ $4 \times 4 \times 4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6$

⑤ $\frac{1}{11} \times \frac{1}{11} \times \frac{1}{11} = \left(\frac{1}{11}\right)^3$

10. 72 의 소인수를 모두 구하면?

① 8, 9

② 2, 3

③ $2^3, 3^2$

④ 11, 51

⑤ 2, 36

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$ 이므로 소인수는 2 와 3 이다.
 $\therefore 2, 3$

11. 자연수 a, b 에 대하여 $2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하는 b 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$2^2 \times 5 \times a = b^2$ 을 만족하려면 $2^2 \times 5 \times a$ 를 소인수분해했을 때 각 소인수의 지수가 짝수여야 한다. 따라서 만족하는 자연수 b 의 최솟값은 $a = 5$ 일 때 $2 \times 5 = 10$ 이다.

12. $3^4 \times x$ 는 약수의 개수가 10 개인 자연수이다. 다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 3^5

해설

약수의 개수는 $3^4 \times x$ 에서

$(4+1) \times (\square+1) = 5 \times 2 = 10$ 또는 $(9+1) = 10$ 이 될 수 있다.
즉 x 가 될 수 있는 수는 3과 서로소이고 지수가 1인 수 또는 3^5 이다.

그러므로 알맞지 않은 것은 3 이다.

13. 두 수 $2^a \times 7^3 \times 11^3$, $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 의 최대공약수가 88일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

최대공약수가 $88 = 2^3 \times 11$ 이고
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 2 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 2 의 지수가 3 이어야 한다.
같은 방식으로
 $2^a \times 7^3 \times 11^3$ 에서 11 의 지수가 3 이므로
 $2^4 \times 5^2 \times 11^b$ 에서 11 의 지수가 1 이어야 한다.
따라서 $a = 3$, $b = 1$

14. 두 자연수 28, 126 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 4 개

▷ 정답 : 4 개

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로
두 수의 최대공약수는 2×7
 $\therefore$ 약수의개수는 $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)

15. 세 수 $2^2 \times 3^3 \times 5$, $2^3 \times 3 \times 5^2$, $2^3 \times 3^2 \times 7$ 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

세 수의 최대공약수는 $2^2 \times 3$ 이므로
공약수의 개수는 $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)

16. 이벤트 행사에 참여한 어느 단체가 지우개 36 개, 공책 60 권, 볼펜 72 개를 받았다. 이들 지우개, 공책, 볼펜을 하나도 빠짐없이 될 수 있는 대로 많은 사람들에게 똑같이 나누어 주려면 몇 명의 사람들에게 나누어 줄 수 있는가?

① 15 명 ② 14 명 ③ 12 명 ④ 6 명 ⑤ 4 명

해설

$36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$, $72 = 2^3 \times 3^2$
36, 60, 72 의 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

17. 고속버스 터미널에서 대전행 버스는 10 분마다 한 대씩, 광주행 버스는 15 분마다, 여수행 버스는 18 분마다 한 대씩 출발한다. 세 버스가 오전 9 시에 동시에 출발했을 때, 바로 다음으로 동시에 출발하는 시각은?
- ① 오전 9 시 30 분

② 오전 10 시

③ 오전 10 시 30 분

④ 오후 9 시

⑤ 오후 9 시 30 분

해설

10 , 15 , 18 의 최소공배수를 구한다.

5) 10 15 18

2) 2 3 18

3) 1 3 9

1 1 3

∴ $5 \times 2 \times 3 \times 1 \times 1 \times 3 = 90$
따라서 오전 9 시부터 90 분 후인 오전 10 시 30 분에 동시에 출발한다.

18. 360 을 가장 작은 자연수로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 이 때, 나누어야 하는 가장 작은 자연수는?

① 1 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

따라서 나누어야 하는 가장 작은 자연수는 $2 \times 5 = 10$ 이다.

19. 가로 길이가 96cm, 세로 길이가 120cm 인 직사각형 모양의 벽이 있다. 이 벽에 남는 부분이 없이 가능한 한 큰 정사각형 모양의 타일을 붙이려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는?

① 4 cm ② 6 cm ③ 20 cm ④ 24 cm ⑤ 48 cm

해설

가장 큰 정사각형 모양의 타일의 한 변의 길이는 96, 120 의 최대공약수 : 24

20. 가로, 세로의 길이가 각각 21cm, 15cm 이고, 높이가 7cm 인 직육면체 모양의 블록을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하면?

① 90cm

② 95cm

③ 100cm

④ 105cm

⑤ 110cm

해설

정육면체는 가로, 세로의 길이와 높이가 같다. 따라서 21, 15, 7의 최소공배수는 105 이므로 정육면체의 한 모서리의 길이는 105 cm 이다.

21. 5로 나누면 4가 남고, 6로 나누면 5가 남고, 8로 나누면 7이 남는 자연수 중에서 세 번째로 작은 값은?

① 119 ② 120 ③ 239 ④ 240 ⑤ 359

해설

구하는 수는 (5, 6, 8의 공배수)-1이고,
5, 6, 8의 최소공배수는 120이다.
120의 배수는 120, 240, 360 ... 이고,
구하는 자연수는 119, 239, 359 ... 이다.
따라서 세 번째로 작은 자연수는 359이다.

22. 두 분수 $\frac{1}{8}$ 과 $\frac{1}{12}$ 의 어느 것에 곱해도 자연수가 되는 100 미만의 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 8 과 12 의 공배수이어야 한다.
공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.
 n 의 값 중 가장 작은 수는 24 이다.
따라서 100 미만의 자연수이므로 24, 48, 72, 96 이고 4 개이다.

23. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로
 $2^{11}, 3^{11}, \dots$
소인수가 2 개일 때, $12=4 \times 3=6 \times 2$
 $2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$
 $2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$
소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$
 $2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$
따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.
 $\therefore 84 - 60 = 24$

24. 두 자연수 a, b 에 대하여 $2 \times 5^a \times 11^b$ 의 약수가 12 개일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(1+1) \times (a+1) \times (b+1) = 12$$

$$(a+1) \times (b+1) = 6$$

$$a+1=2, b+1=3 \text{ 또는 } a+1=3, b+1=2$$

$$a=1, b=2 \text{ 또는 } a=2, b=1$$

$$\therefore a+b=1+2=3$$

25. 두 자리의 두 정수의 최소공배수가 792 이고 최대공약수가 11 이라고 한다. 이때, 이를 만족하는 두 정수의 합을 구하면?

① 87 ② 99 ③ 175 ④ 183 ⑤ 187

해설

$792 = 2^3 \times 3^2 \times 11$ 이고, 두 수는 최대공약수 11 의 배수이고,
두 자리 수이므로 $11 \times 2^3 = 88$ 과 $11 \times 3^2 = 99$ 가 된다.
 $\therefore 88 + 99 = 187$