1. 두 점 A $(-3, 2)$, B $(4, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0,\ 0)$ ② $(1,\ 0)$ ③ $(2,\ 0)$

④ $(3,\ 0)$ ⑤ $(4,\ 0)$

해설

$\mathrm{P}(x, 0)$ 이라 놓으면 두 점 사이의 거리의 공식에 의하여

$\sqrt{(x+3)^2+(2-0)^2} = \sqrt{(x-4)^2+(5-0)^2} \Rightarrow 14x = 28 \Rightarrow x = 2$

$\therefore$ P $(2, 0)$

2. $\overline{AB} = 7$, $\overline{BC} = 8$, $\overline{AC} = 5$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 할 때, $\overline{AM}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{21}$

해설

$\overline{BM} = 4$, $\overline{AM} = x$ 이므로 중선정리에 의해

$7^2 + 5^2 = 2(x^2 + 4^2) \therefore x = \sqrt{21}$

3. A(1, -5), B(6, 5) 를 잇는 선분 AB를 3 : 2로 내분하는 점 P의 좌표는?

① $(3, -1)$ ② $(4, 1)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

④ $(2, 2)$ ⑤ $(9, 25)$

해설

내분점 구하는 공식을 이용한다.

$$\mathrm{P} = \left(\frac{3\times 6 + 2\times 1}{3+2}, \frac{3\times 5 + 2\times(-5)}{3+2}\right) = (4, 1)$$

4. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 3)$, $\mathrm{B}(2,\ 2)$, $\mathrm{C}(3,\ 1)$를 꼭짓점으로 하는 $\triangle \mathrm{ABC}$의 무게중심이 $\mathrm{G}(a,\ b)$이다. $a+b$의 값은?

① -4 ② -2 ③ 2 ④ 4 ⑤ 0

해설

세 점의 좌표를 알 때
무게중심을 구하는 공식에서
$a=(1+2+3)\div 3=2, b=(3+2+1)\div 3=2$
따라서 $a+b=2+2=4$

5. 네 점 $\mathrm{O}(0,0), \mathrm{A}(-3,0), \mathrm{B}(4,0), \mathrm{C}(2,5)$ 에 대하여 삼각형 AOC 의 넓이는 삼각형 BOC 의 넓이의 몇 배인가?

① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{7}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

해설

$\triangle \mathrm{AOC}$ 와 $\triangle \mathrm{BOC}$ 의 높이가 같으므로

$\triangle \mathrm{AOC}$ 와 $\triangle \mathrm{BOC}$ 의 넓이의 비는 두 삼각형의 밑변의 비와 같다.

$\overline{\mathrm{AO}} : \overline{\mathrm{BO}} = 3 : 4$ 이므로 $\triangle \mathrm{AOC}$ 의 넓이는 $\triangle \mathrm{BOC}$ 의 넓이의 $\frac{3}{4}$ 배이다.

6. 방정식 $x-3y+6=0$ 이 나타나는 직선의 기울기와 y 절편을 차례대로 구하면?

① $\frac{1}{3}$, -2 ② $\frac{1}{3}$, 2 ③ $-\frac{1}{3}$, 2

④ 3, -2 ⑤ -3, 2

해설

$x-3y+6=0$ 을 y 에 대하여 풀면

$3y=x+6,\ y=\frac{1}{3}x+2$

$\therefore$ 기울기 : $\frac{1}{3}$, y 절편 : 2

7. 다음 <보기> 중 직선 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 과 서로 수직인 직선을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $y = 2x + 1$ ㉡ $y = -2(x - 1)$

㉢ $y = -2x + 3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

서로 수직인 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이므로

직선 $y \frac{1}{2}x + 1$ 과 수직인 직선의 기울기는 -2 이다.

기울기가 -2 인 직선은 ㉡, ㉢ 이다.

8. 점 $(3, -5)$ 와 직선 $4x - 3y - 12 = 0$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$d = \frac{|4 \times 3 + (-3) \times (-5) + (-12)|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 3$$

9. 두 점 $\mathrm{A}(a,\ 2b+a)$, $\mathrm{B}(-a,\ a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$일 때, a^2+b^2의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(-a-a)^2+\{a-(2b+a)\}^2}$$
$$= \sqrt{4a^2+4b^2} = 2\sqrt{a^2+b^2} = 2\sqrt{5}$$
$$\therefore\ a^2+b^2=5$$

10. 두 직선 $2x+y+5=0,\ \ 3x-2y+4=0$의 교점과 $(1,\ 5)$를 지나는 직선의 방정식은?

① $2x-y+3=0$ ② $x+y-6=0$

③ $4x-y+1=0$ ④ $x+2y-11=0$

⑤ $3x-2y+7=0$

해설

$2x+y+5=0,\ \ 3x-2y+4=0$을
연립하여 교점을 구한다.

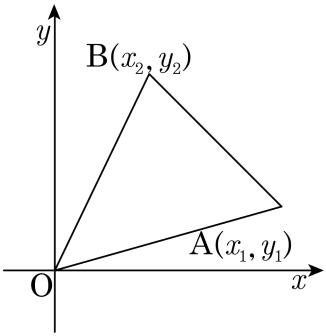
$\Rightarrow\ \ (-2,-1)$

$\therefore\ \ (-2,-1),\ \ (1,5)$를 지나는 직선의 방정식은

$$y=\frac{5-(-1)}{1-(-2)}(x-1)+5=2x+3$$

$\therefore\ \ 2x-y+3=0$

11. 원점 O(0, 0)와 두 점 A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)로 이루어진 삼각형 OAB의 넓이는?



① $\frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$ ② $\frac{1}{2}|x_1y_1 - x_2y_2|$ ③ $\frac{1}{2}|x_1y_1 + x_2y_2|$
④ $\frac{1}{2}|x_1x_2 - y_1y_2|$ ⑤ $\frac{1}{2}|x_1x_2 + y_1y_2|$

해설

$\overline{OA} = \sqrt{x_1^2 + y_1^2}$

직선 OA의 방정식은 $y = \frac{y_1}{x_1}x$

$\therefore\ y_1x - x_1y = 0$

점 B(x_2, y_2)에서

직선 $y_1x - x_1y = 0$까지의 거리 h는

$\frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$ 이다.

$\therefore\ \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot \overline{OA} \cdot h$

$= \frac{1}{2}\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \frac{|y_1x_2 - x_1y_2|}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}}$

$= \frac{1}{2}|x_1y_2 - x_2y_1|$

12. x, y 에 대한 이차방정식 $x^2 + y^2 + ax - 2y = 0$ 이 중심이 $\mathrm{C}(1, 1)$ 인 원을 나타낼 때, 이 원의 반지름의길이는?

① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ $\sqrt{2}$ ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 2

해설

$x^2+y^2+ax-2y=0$ 을 표준형으로 고치면 $\left(x+\frac{a}{2}\right)^2+(y-1)^2=\frac{a^2+4}{4}$ 이므로

중심의 좌표는 $\mathrm{C}\left(-\frac{a}{2},\ 1\right)$

반지름의 길이는 $\frac{\sqrt{a^2+4}}{2}$

$\therefore a=-2$

따라서 구하는 반지름의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다

13. 이차방정식 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 이 원을 나타내도록 상수 k 의 값의 범위를 정하면?

① $k < -5$ ② $k > -5$ ③ $-5 < k < 5$

④ $k < \sqrt{5}$ ⑤ $k > -\sqrt{5}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y - k = 0$ 을 표준형으로 고치면,
$(x-2)^2 + (y-1)^2 = k + 5$
이 때, $k + 5 > 0$ 이어야 하므로 $k > -5$

14. 중심이 $(1, 3)$ 이고, x 축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

x 축에 접하는 원의 반지름은 y 좌표의 절댓값과 같으므로,
$(x-1)^2 + (y-3)^2 = 9$

15. 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 동시에 접하는 원의 방정식의 반지름의 합을 구하여라.

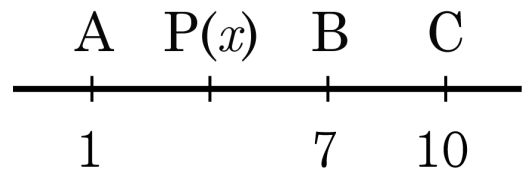
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

원이 점 $(2,\ 1)$ 을 지나고 x 축, y 축에 접하면
제 1 사분면에 위치하므로 반지름이 r 이면
중심이 $(r,\ r)$ 이다.
$(x-r)^2+(y-r)^2=r^2$ 이고
또한 $(2,\ 1)$ 을 지나므로
$(2-r)^2+(1-r)^2=r^2$,
$(r-1)(r-5)=0$
$\therefore\ r=1$ 또는 5
$\therefore\ (x-1)^2+(y-1)^2=1$ 또는 $(x-5)^2+(y-5)^2=5^2$
$\therefore 1+5=6$

16. 수직선 위의 세 점 A(1), B(7), C(10) 과 동점 P(x) 에 대하여 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$ 이 최소가 되는 점 P 의 좌표를 구하면?



① P(5) ② P(6) ③ P(7) ④ P(8) ⑤ P(9)

해설

$\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 + \overline{CP}^2$

$= (x-1)^2 + (x-7)^2 + (x-10)^2$

$= 3(x-6)^2 + 42$

따라서, $x = 6$ 일 때 최소가 된다.

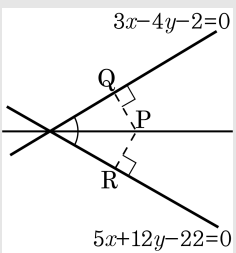
17. 두 직선 $3x-4y-2=0$, $5x+12y-22=0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax+by+c=0$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a는 양수, a, b, c는 정수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의
점 $\mathrm{P}(X,\ Y)$ 에 대하여 P에서
두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 하면



$\overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{PR}}$ 이므로

$$\frac{|3X-4Y-2|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|5X+12Y-22|}{\sqrt{25+144}}$$

$13(3X-4Y-2) = \pm 5(5X+12Y-22)$

즉, $13(3X-4Y-2) = 5(5X+12Y-22)$ 또는

$13(3X-4Y-2) = -5(5X+12Y-22)$ 정리하면

$x-8y+6=0$ 또는 $8x+y-17=0$ 에서

기울기가 양이므로

$\therefore\ x-8y+6=0$

$\therefore a+b+c=-1$

18. 수직선 위의 두 점 $P(2)$, $Q(x)$에 대하여 P, Q 두 점 사이의 거리가 4일 때, x의 값은 2개이다. 이 중에서 2보다 큰 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$x > 2$ 일 때, $x - 2 = 4$

$\therefore\ x = 6$

19. 수직선 위의 두 점 $A(5)$, $B(-2)$ 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\overline{AB} = \overline{BA} = |5 - (-2)| = |7| = 7$

20. 정점 $\mathrm{A}(1,\ 2)$와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$ ② $x-2y+5=0$ ③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$ ⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0 \cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$X=\dfrac{1+a}{2}$, $Y=\dfrac{2+b}{2}$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$