

1. 명제 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이면 a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.'의 대우는?
- ① $a = b = c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 이다.
 - ② $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이면 a, b, c 가 모두 서로 다른 수이다.
 - ③ a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.
 - ④ a, b, c 가 모두 서로 같은 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.
 - ⑤ $a \neq b \neq c$ 이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.

해설

‘ a, b, c 중에 서로 같은 두 수가 있다.’ 이면 ‘ $a = b$ 또는 $b = c$ 또는 $a = c$ ’ 이므로 이것의 부정은 ‘ $a \neq b$ 이고 $b \neq c$ 이고 $a \neq c$ ’ 이다. 즉, ‘ a, b, c 는 모두 서로 다른 수이다.’
또, $(a-b)(b-c)(c-a) = 0$ 의 부정은 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이므로 주어진 명제의 대우는 ‘ a, b, c 가 모두 서로 다른 수이면 $(a-b)(b-c)(c-a) \neq 0$ 이다.’

2. $a > b > 0$ 인 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{1+a}$ 와 $\frac{b}{b+1}$ 의 대소 관계는?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$
③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$
⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} &= \frac{a+ab-b-ab}{(1+a)(1+b)} \\ &= \frac{a-b}{(1+a)(1+b)} > 0 \\ (\because a > b > 0)\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

해설

$$a > b > 0 \text{ 이면 } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$\text{양변에 1을 더하면 } \frac{1+a}{a} < \frac{1+b}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

3. $f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f\left(\frac{2x}{-x+2}\right) = x^2 - 3x \text{ 일 때}$$

$$\frac{2x}{-x+2} = 2 \text{ 에서 } 2x = 2(-x+2), 2x = -2x+4$$

$$\therefore x = 1$$

이것을 주어진 식에 대입하면

$$f\left(\frac{2}{-1+2}\right) = 1 - 3$$

$$\therefore f(2) = -2$$

4. 분수식 $2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \frac{1}{2 - \dots}}}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

(준식) = a 라 하면

$$2 - \frac{1}{a} = a \rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \rightarrow (a - 1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

5. 두 실수 a, b 에 대하여 $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 이 성립할 때, $\sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{b^2} + |2a|$ 를 간단히 하면?

① $-2a$

② $a - 2b$

③ $-2a + 2b$

④ $2a - 2b$

⑤ $3a$

해설

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}} \text{ 이면 } a \geq 0, b < 0$$

$$\begin{aligned} \sqrt{(a-b)^2} - \sqrt{b^2} + |2a| &= |a-b| - |b| + |2a| \\ &= a - b + b + 2a = 3a \end{aligned}$$

6. 함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동 한 그래프와 곡선 $y = \frac{40}{x} (x > 0)$ 이 만나는 점의 x 좌표가 10일 때, 상수 a 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로
2만큼 평행이동시키면
 $y = \sqrt{a(x-2)}$

이 그래프와 곡선 $y = \frac{40}{x}$ 이 만나는 점의
 x 좌표는 10이므로

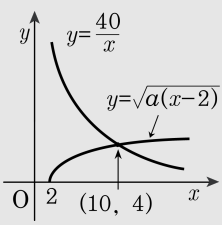
$$y\text{좌표는 } y = \frac{40}{10} = 4$$

즉 교점의 좌표는 (10, 4)

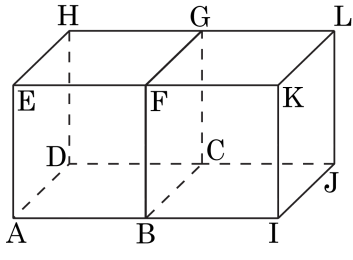
이것을 $y = \sqrt{a(x-2)}$ 대입하면

$$4 = \sqrt{a(10-2)} = \sqrt{8a}$$

$$\therefore a = 2$$

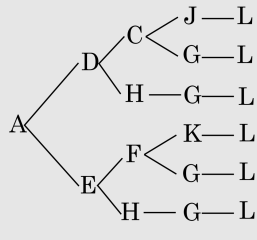


7. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



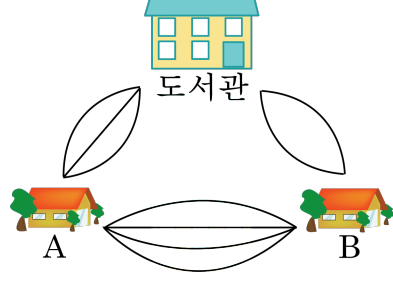
- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6 가지이다.

8. A 군의 집과 B 양의 집에서 도서관으로 직접 가는 길은 각각 3 가지, 2 가지가 있고, A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 가는 길은 4 가지가 있다. A 군의 집을 출발하여 B 양의 집과 도서관을 각각 한 번씩만 들린 후 다시 A 군의 집으로 되돌아오는 방법의 수는?



- ① 18 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

- (i) A 군의 집에서 도서관을 거쳐 B 양의 집으로 간 다음도서관을 거치지 않고 A 군의 집으로 되돌아오는방법의 수는 $3 \times 2 \times 4 = 24$ (가지)
(ii) A 군의 집에서 도서관을 거치지 않고 B 양의 집으로 간 다음 도서관을 거쳐 A 군의 집으로 되돌아오는방법의 수는 $4 \times 2 \times 3 = 24$ (가지)
따라서, 구하는 방법의 수는 $24 + 24 = 48$ (가지)

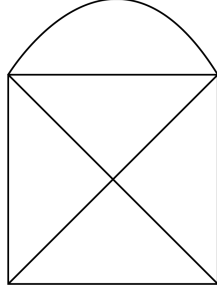
9. 100 원, 300 원, 500 원짜리 3 종류의 사탕이 있다. 이 사탕을 1000 원어치 사는 방법의 수는?

① 7 개 ② 10 개 ③ 13 개 ④ 15 개 ⑤ 17 개

해설

500 원을 기준으로 생각한다.
100 원을 A , 300 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 0 개 :
 $(A, B) = (1, 3), (4, 2), (7, 1), (10, 0)$
(2) 500 원 1 개 : $(A, B) = (2, 1), (5, 0)$
(3) 500 원 2 개 : $(A, B) = (0, 0)$
 $\therefore$ 총 7 개

10. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

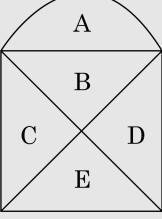


▶ 답 : 36 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



그림에서 A, B 영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i) C, D 영역에 같은 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×2 가지

ii) C, D 영역에 다른 색을 칠하고 E 영역을 칠하는 경우 : 2×1 가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

11. 1, 2, 3, 4, 5 를 일렬로 나열하여 다섯 자리의 정수 a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 를 만들 때, $a_i = i$ 가 되지 않는 정수의 개수를 구하여라. (단, $i = 1, 2, 3, 4, 5$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 44 개

해설

$a_1 = 1$ 이 아니므로 a_1 이 2, 3, 4, 5인 경우에 대하여 a_2, a_3, a_4, a_5 를 각각 구해보면 정수의 개수는 44 개이다.

12. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로
 ${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

13. IMPORT의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, I와 T가 양 끝에 오는 경우의 수는?

① 36

② 42

③ 48

④ 54

⑤ 60

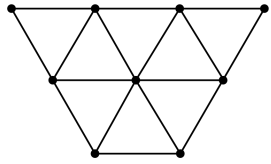
해설

I와 T를 양 끝에 오게 하는 경우의 수 : 2

나머지 문자를 배열하는 경우의 수 : 4!

$4! \times 2 = 48$

14. 다음 그림과 같이 도형 위에 9 개의 점이 놓여 있다. 9 개의 점 중에서 서로 다른 세 점을 택하여 만들 수 있는 삼각형의 개수는?



- ① 71 ② 73 ③ 75 ④ 77 ⑤ 79

해설

9 개의 점 중에서 세 점을 택하는 방법의 수는
 ${}_9C_3 = 84$ (개)
일직선 위에 있는 세 점을 택하는 방법의 수는
 ${}_4C_3 + {}_3C_3 \times 5 = 9$ (개)
따라서 구하는 삼각형의 개수는 $84 - 9 = 75$ (개)

15. 수련회에 참가한 여학생 5 명과 남학생 6 명을 4 개의 방에 배정하려고 한다. 여학생은 1 호실에 3 명, 2 호실에 2 명을 배정하고, 남학생은 3 호실과 4 호실에 각각 3 명씩 배정하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답 : 200 가지

해설

여학생 5 명을 1, 2 호실에 각각 3 명, 2 명씩

배정하는 방법의 수는 ${}_5C_3 \times {}_2C_2 = 10$ (가지)

남학생 6 명을 3, 4 호실에 각각 3 명씩

배정하는 방법의 수는

$${}_6C_3 \times {}_3C_3 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 20 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 모든 방법의 수는 $10 \times 20 = 200$ (가지)

16. 세 조건 p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 라 하면 $P \cup Q = P, P \cap R = \emptyset$ 인 관계가 성립한다. 이 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

- ① $p \rightarrow \sim r$
- ② $\sim p \rightarrow \sim q$
- ③ $q \rightarrow r$
- ④ $q \rightarrow \sim r$
- ⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

$$P \cup Q = P \Rightarrow Q \subset P \Rightarrow q \rightarrow p \Leftrightarrow \sim p \rightarrow \sim q$$
$$P \cap R = \emptyset \Rightarrow p \rightarrow \sim r \Leftrightarrow r \rightarrow \sim p \quad q \rightarrow p, p \rightarrow \sim r \text{ 이므로 } q \rightarrow \sim r$$

17. 다음 중에서 p 는 q 이기 위한 필요조건이고 충분조건은 아닌 것을 고르면? (단, 모든 문자는 실수)
- ① $p : a > 3, q : a^2 > 9$
 - ② $p : a^2 = ab, q : a = b$
 - ③ $p : |a| < |b|, q : a < b$
 - ④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 = -2$
 - ⑤ $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

해설

- ① 충분조건
- ③ 아무런 조건관계가 아니다.
- ④ 아무런 조건관계가 아니다. 진리집합을 구해보면 $P = \{-1, 3\}, Q = \emptyset$ 에서 $P \supset Q$ 관계로 보아 필요조건이라고 하지 않도록 주의하자.
- ⑤ 필요충분조건

18. 자연수 전체의 집합 N 에서 N 으로의 함수에 대하여 $f(x) = (x \text{를 } 3 \text{으로 나눈 나머지})$ 로 정의할 때, 다음 보기 중 옳은 것을 골라라.

보기

- ㉠ $f(10) = 1$
- ㉡ $f(x) = 2$ 를 만족하는 두 자리 자연수 x 의 개수는 29개이다.
- ㉢ 임의의 자연수에 대하여 $f(x) = f(x^2)$ 이다.

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $10 = 3 \times 3 + 1$ 즉 나머지 1
 $\therefore f(10) = 1$
㉡ $f(x) = 2$ 를 만족하는 자연수는 x 를 3으로 나누면 나머지가 2 이므로 $x = 3n + 2$ (n 은 음이 아닌 정수)이고 두 자리수이므로
 $10 \leq 3n + 2 \leq 99$, 즉 $8 \leq 3n \leq 97$, $\frac{8}{3} \leq n \leq \frac{97}{3}$
 $\therefore n = 3, 4, 5, 6 \dots, 32$ 이므로 30개이다.
㉢ $x = 2$ 일 때, $f(2) = 2$ 이고 $f(2^2) = f(3 \times 1 + 1) = 1$ 이므로 $f(x) \neq f(x^2)$ 이다.
따라서, 옳은 것은 ㉠뿐이다.

19. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② -2 ③ 2 ④ -3 ⑤ 0

해설

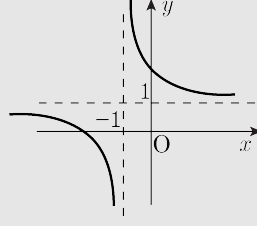
$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ \Rightarrow & a^3 + b^3 + c^3 = 3abc \quad (\because a + b + c = 0) \quad \cdots \textcircled{1} \\ & a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= a\frac{(b+c)}{bc} + b\frac{(c+a)}{ca} + c\frac{(a+b)}{ab} \\ &= \frac{-a^2}{bc} + \frac{-b^2}{ca} + \frac{-c^2}{ab} \quad (\because a + b + c = 0) \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= -3 \quad (\because \textcircled{1}) \end{aligned}$$

20. 분수함수 $y = \frac{x+3}{x+1}$ 의 정의역이 $\{x \mid -1 < x \leq 1\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\{y \mid y < 2\}$ ② $\{y \mid y \leq 2\}$ ③ $\{y \mid y \leq -2\}$
④ $\{y \mid y \geq 2\}$ ⑤ $\{y \mid y \geq -2\}$

해설

$$y = \frac{x+3}{x+1} = \frac{(x+1)+2}{x+1} = 1 + \frac{2}{x+1}$$



$x = 1$ 일 때, $y = \frac{1+3}{1+1} = 2$ 이므로,

치역은 $\{y \mid y \geq 2\}$

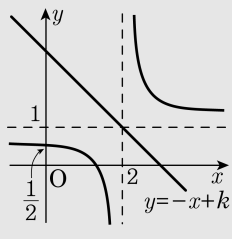
21. 분수함수 $y = \frac{x-1}{x-2}$ 의 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여 대칭일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

- ① -1
- ② 1
- ③ 3
- ④ 5
- ⑤ 7

해설

$$y = \frac{x-1}{x-2}$$
$$= \frac{(x-2)+1}{x-2}$$
$$= \frac{1}{x-2} + 1$$

따라서, 점근선이
 $x = 2, y = 1$ 인 분수함수이므로 그래프는
다음과 같다.
다음 그래프가 직선 $y = -x + k$ 에 대하여
대칭이라면
직선이 두 점근선의 교점인 $(2, 1)$ 을 지나야 하므로
 $1 = -2 + k$
 $\therefore k = 3$



22. 함수 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$
- ㉡ $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$
- ㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
- ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } f(-x) &= \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)} \\ \text{㉡ } f\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{\frac{1}{x}+1}{\frac{1}{x}-1} = \frac{1+x}{1-x} \neq f(x) \\ \text{㉢ } f^{-1}(x) &= \frac{x+1}{x-1} = f(x) \end{aligned}$$

따라서 ㉠, ㉢

23. 다음 등식 $x = \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}}$ 을 만족하는 x 값을 간단히 한 것은?

- ① $\frac{1 \pm \sqrt{7}}{2}$ ② $\frac{3}{2} \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$ ③ 1.5
 ④ $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{7})$ ⑤ $\frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

해설

$$\begin{aligned}
 x &= \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \cdots}}} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2} + x} \\
 \Rightarrow x^2 &= \frac{3}{2} + x \\
 \Rightarrow x^2 - x - \frac{3}{2} &= 0 \\
 x &= \frac{1 \pm \sqrt{7}}{2} \\
 x &= \frac{1 + \sqrt{7}}{2} (\because x > 0)
 \end{aligned}$$

24. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4=495$

25. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 에 대하여 함수 $f : A \rightarrow A$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 2) \\ 4 & (x = 1) \end{cases} \quad \text{로 정의한다.}$$

이때, $f^{100}(1) - f^{100}(4)$ 의 값을 구하여라.
(단, $f^{n+1} = f \cdot f^n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$))

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

주어진 함수는 2 이상의 숫자는 1을 빼주고,
1은 4로 대응시킴을 의미한다.
다음 그림처럼 f 를 계속 합성하면
4번째에는 모든 원소가 자기자신으로 대응한다.
 $\therefore f^4(x) = x$
 $\therefore f^{100}(x) = f^{96}(x) = f^{92}(x) = \dots = f^4(x) = x$
 $\therefore f^{100}(1) - f^{100}(4) = 1 - 4 = -3$

