

1. 분수식 $\frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6}$ 을 간단히 하면 ?

① 1

② -2

③ $\frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

④ $\frac{x^2-2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)}$

⑤ $\frac{-x^2+2x+7}{(x+1)(x-2)(2x-3)}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{x^2+x-2} - \frac{x+1}{x^2-4x+3} \div \frac{2x^2+5x+3}{x^2-5x+6} \\ &= \frac{1}{(x+2)(x-1)} - \frac{x+1}{(x-3)(x-1)} \\ & \times \frac{(x-2)(x-3)}{(2x+3)(x+1)} \\ &= \frac{2x+3 - (x-2)(x+2)}{(x+2)(x-1)(2x+3)} \\ &= \frac{-x^2+2x+7}{(x-1)(x+2)(2x+3)} \end{aligned}$$

2. 다음 유리식을 간단히 하시오.

$$\frac{\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x}}{\frac{1}{1-x} - \frac{1}{1+x}}$$

- ① 1 ② x ③ $-x$ ④ $\frac{1}{x}$ ⑤ $-\frac{1}{x}$

해설

$$\text{(준식)} = \frac{\frac{(1+x) + (1-x)}{(1-x)(1+x)}}{\frac{(1+x) - (1-x)}{(1-x)(1+x)}} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x}$$

해설

주어진 식의 분모와 분자에 $(1-x)(1+x)$ 를 곱하면
(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) + \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)}{\frac{1}{1-x}(1-x)(1+x) - \frac{1}{1+x}(1-x)(1+x)} \\ &= \frac{(1+x) + (1-x)}{(1+x) - (1-x)} = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \end{aligned}$$

3. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

- ① $14 + \frac{2}{9}$ 분 ② 15분 ③ 18분
④ 20분 ⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

4. 함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

함수 $y = \frac{x}{x+2}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고

치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a, y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x+2)-2}{x+2} = \frac{-2}{x+2} + 1$ 에서

$a = -2, b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = -2+1 = -1$

5. $y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = \frac{ax+1}{x+b}$ 의 점근선이 $x=1, y=2$ 이므로

점근선 $x=1$ 에서 $y = \frac{ax+1}{x-1}$

점근선 $y=2$ 에서 $y = \frac{2x+1}{x-1}$

따라서 $a=2, b=-1$ 이므로

$\therefore a+b=2-1=1$

6. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

7. $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 을 간단히 하여라.

① $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}} \\ &= \frac{(1 - \sqrt{2} + \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})}{(1 + \sqrt{2} - \sqrt{3})(1 + \sqrt{2} + \sqrt{3})} \\ &= \frac{2(1 + \sqrt{3})}{(1 + 2 + 2\sqrt{2}) - 3} = \frac{1 + \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

9. $2 + \frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{37}{13}$ 을 만족시키는 정수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z$ 의

값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

2를 우변으로 이항하고 정리하면

$$\frac{1}{x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}}} = \frac{11}{13}$$

역수를 취하면 $x + \frac{1}{y + \frac{1}{z}} = \frac{13}{11} = 1 + \frac{2}{11}$

$\therefore x = 1$

또, $y + \frac{1}{z} = \frac{11}{2} = 5 + \frac{1}{2}$

$\therefore y = 5, z = 2$

따라서 $x + y + z = 8$

11. 나란히 놓인 10개의 의자에 A, B, C, D 의 4명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

- ① 760 ② 800 ③ 840 ④ 880 ⑤ 920

해설

10 개의 의자에 네 사람이 앉으므로 빈 의자는 6 개이다. 이 6 개의 의자 사이 및 양 끝의 7 자리에 의자에 앉은 네 사람을 배열하면 되므로 구하는 경우의 수는 $\Rightarrow {}_7 P_4 = 840$

12. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

- ① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

13. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
 $\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$
따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

14. 다음 등식을 만족시키는 n 의 값을 구하여라.

$${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

${}_{10}C_{n+2} = {}_{10}C_{2n+2}$ 에서
 $n+2 = 2n+2$ 일 때 : $n = 0$
 $n+2 = 10 - (2n+2)$ 일 때 : $3n = 6, n = 2$
 $\therefore n = 0$ or 2

15. 두 집합 $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ 에서 $Y = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow Y$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 f 의 개수를 구하여라. (단, $a \in X, b \in Y$)

$a < b$ 이면 $f(a) > f(b)$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5개

해설

Y 의 원소 5개 중 X 의 원소 $-1, 0, 1, 2$ 에 대응될 원소 4개를 뽑으면 된다.
 $\therefore {}_5C_4 = 5(\text{개})$

17. 5 명의 사람을 2 명, 2 명, 1 명씩 서로 색깔이 다른 3 개의 오리 보트에 나누어 타는 방법의 수는?

- ① 15가지 ② 60가지 ③ 90가지
④ 180가지 ⑤ 540가지

해설

$${}^5C_2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

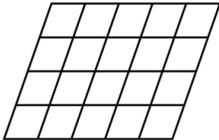
18. 함수 $y = -\frac{2}{x} + 2$ 의 그래프와 직선 $y = 2x + k$ 가 서로 만나지 않을 때, 정수 k 의 개수는?

- ① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

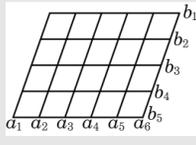
$-\frac{2}{x} + 2 = 2x + k$ 에서 $-2 + 2x = 2x^2 + kx$
 $2x^2 + (k-2)x + 2 = 0$ 이 이차방정식의 판별식을
 D 라 하면 $D = (k-2)^2 - 16 < 0$ 에서
 $k^2 - 4k - 12 < 0, (k+2)(k-6) < 0$
 $\therefore -2 < k < 6$
따라서 이를 만족하는 정수 k 의 값은
 $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$ 의 7개이다.

22. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

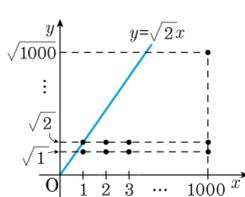
해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면 가로 축 ($a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$) 중에서 2 개와 세로 축 (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5) 중에서 2 개를 연결하면 생기게 되므로 구하는 평행사변형의 개수는

$${}^6C_2 \times {}^5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

23. 평면 위에 좌표가 (p, \sqrt{q}) 인 위치에 점들이 찍혀 있다. 원점을 지나고 기울기가 $\sqrt{2}$ 인 직선을 그을 때, 몇 개의 점들을 통과하는가? (단, $p = 1, 2, 3, \dots, 1000, q = 1, 2, 3, \dots, 1000$)



- ① 20 개 ② 21 개 ③ 22 개 ④ 23 개 ⑤ 24 개

해설

$\sqrt{q} = \sqrt{2}p$ 가 성립하는 자연수 p, q 의 쌍을 구한다.

$1 \leq p \leq 1000, 1 \leq q \leq 1000, q = 2p^2$ 에서

$1 \leq 2p^2 \leq 1000$

$$\therefore \sqrt{\frac{1}{2}} \leq p \leq \sqrt{\frac{1000}{2}}$$

p 는 자연수이므로 $p = 1, 2, 3, \dots, 22$

따라서, 22개다.

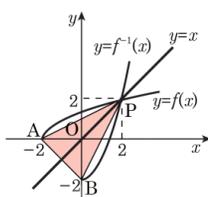
24. 임의의 자연수 n 에 대하여 $(1 + \sqrt{3})^n = a_n + b_n \sqrt{3}$ (a_n, b_n 은 유리수)로 나타낼 때, $a_5^2 - 3b_5^2$ 의 값은?

- ① -2^5 ② -3^2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2^5

해설

$$\begin{aligned}(1 + \sqrt{3})^n &= a_n + b_n \sqrt{3} \text{이라 하면} \\ (1 - \sqrt{3})^n &= a_n - b_n \sqrt{3} \text{의 꼴로 나타낼 수 있다.} \\ \therefore a_5^2 - 3b_5^2 &= (a_5 - b_5 \sqrt{3})(a_5 + b_5 \sqrt{3}) \\ &= (1 - \sqrt{3})^5 (1 + \sqrt{3})^5 \\ &= (-2)^5 = -2^5\end{aligned}$$

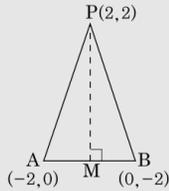
25. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x+2}$ 에 대하여 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축이 만나는 점을 A, $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프와 y 축이 만나는 점을 B라 하자. $y = f(x)$ 와 $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 만나는 교점을 P라고 할 때, 삼각형 ABP의 넓이를 구하면?



- ① 5 ② 6 ③ $4\sqrt{2}$
 ④ 8 ⑤ 10

해설

$y = f(x) = \sqrt{x+2}$ 의 정의역은 $\{x \mid x \geq -2\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$
 x 와 y 를 서로 바꾸면 $x = \sqrt{y+2}$
 y 에 관하여 정리하면 $y = x^2 - 2$
 따라서 $y = f^{-1}(x) = x^2 - 2$ 이고,
 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$, 치역은 $\{y \mid y \geq -2\}$
 이때, $y = f(x)$ 와
 $y = f^{-1}(x)$ 의 교점은
 $y = f(x)$ 와 $y = x$ 의
 교점과 같다.



$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} &= x, \quad x+2 = x^2 \\ x^2 - x - 2 &= 0, \\ x &= 2 \text{ 또는 } x = -1 \\ \therefore x &= 2, \quad y = 2 (\because x > 0) \\ \therefore P &(2, 2) \\ \overline{AB} \text{의 중점을 M이라 하면 } M &(-1, -1) \\ \triangle ABP \text{는 } \overline{AP} &= \overline{BP} \text{인 이등변삼각형이므로} \\ \overline{AB} &\perp \overline{PM} \text{이다.} \\ \overline{AB} &= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2} \\ \overline{PM} &= \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2} \\ \text{따라서 } \triangle ABP \text{의 넓이를 S라 하면} \\ S &= \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{PM} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6 \end{aligned}$$