

1. 두 점 A(-3), B(6) 사이의 거리를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\overline{AB} = |6 - (-3)| = 9$$

2. 두 점 A (-1, 3), B (6, -2)에 대하여 \overline{AB} 를 3 : 2로 내분하는 점의 좌표는?

- ① $P\left(-\frac{6}{5}, 0\right)$ ② $P\left(\frac{16}{5}, \frac{4}{5}\right)$ ③ $P\left(\frac{16}{5}, -\frac{1}{5}\right)$
④ $P\left(\frac{3}{5}, 0\right)$ ⑤ $P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$

해설

내분점의 좌표를 $P(x, y)$ 라 하면

$$x = \frac{3 \times 6 + 2 \times (-1)}{3 + 2} = \frac{16}{5}$$

$$y = \frac{3 \times (-2) + 2 \times 3}{3 + 2} = \frac{0}{5} = 0$$

$$\therefore P\left(\frac{16}{5}, 0\right)$$

3. 세 점 A(-3, 2), B(4, 2), C(2, 8)을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 무게 중심의 좌표는?

① (0, 4)

② (2, 3)

③ (2, 4)

④ (1, 3)

⑤ (1, 4)

해설

$$\left(\frac{-3+4+2}{3}, \frac{2+2+8}{3} \right) = (1, 4)$$

4. x 절편이 3이고 y 절편이 2인 직선의 방정식은?

- ① $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ ② $\frac{x}{-3} + \frac{y}{2} = 1$ ③ $\frac{x}{-3} + \frac{y}{3} = 1$
④ $y = 2x + 1$ ⑤ $y = 3x + 2$

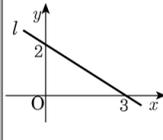
해설

$$\text{기울기} = \frac{2}{3}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2$$

$$\frac{2}{3}x + y = 2$$

$$\therefore \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$$



5. 세 점 A(-1, 4), B(0, 1), C(a, -5)가 한 직선 위에 있도록 a의 값을 정하면?

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

해설

한 직선위에 있으려면 기울기가 같아야 한다.

$$\therefore \frac{4-1}{-1-0} = \frac{1-(-5)}{0-a}$$

$$\Rightarrow a = 2$$

6. 세 점 A(2,1), B(4,3), C(a,0)에 대하여 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, 상수 a의 값은 얼마인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{(a-2)^2 + 1^2}, \overline{BC} = \sqrt{(a-4)^2 + 3^2}$$

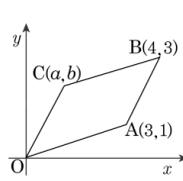
$$\overline{AC} = \overline{BC} \text{에서 } \overline{AC}^2 = \overline{BC}^2$$

$$(a-2)^2 + 1 = (a-4)^2 + 9$$

$$4a = 20$$

$$\therefore a = 5$$

7. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$$

$$\frac{a+3}{2} = 2 \text{에서 } a = 1$$

$$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2} \text{에서 } b = 2$$

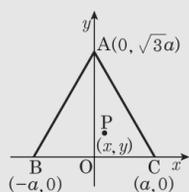
$$\therefore a + b = 3$$

8. 좌표평면 위의 정삼각형 ABC에 대하여 $2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$ 을 만족시키는 점 P의 자취는 어떤 도형을 그리는가?

- ① 삼각형 ② 직선 ③ 선분
 ④ 원 ⑤ 원 아닌 곡선

해설

그림과 같이 변 BC의 중점을 원점으로 하는 좌표축을 설정하고 점 C의 좌표를 $C(a,0)$ 이라고 두면, $B(-a,0)$, $A(0, \sqrt{3}a)$ 이다.



이 때, 점 P의 좌표를 $P(x,y)$ 라 하면

$$2\overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2 \text{ 이므로}$$

$$2\{x^2 + 2(y - \sqrt{3}a)^2\}$$

$$= (x+a)^2 + y^2 + (x-a)^2 + y^2$$

정리하여 간단히 하면, $y = \frac{\sqrt{3}}{3}a$

∴ 직선

9. 다음의 x, y 에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

① $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$ ② $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$

③ $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$ ④ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

해설

① $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$

② $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{3}{4}$

③ $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

④ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$

⑤ $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

10. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < k < 2$ ② $0 < k < 4$ ③ $-4 < k < 0$
④ $-2 < k < 0$ ⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로
원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

11. 원 $x^2 + y^2 = 13$ 위의 점 $(2, 3)$ 에서의 접선의 방정식은 $ax + by = 13$ 이다. $a + b$ 의 값은?

① -13 ② -1 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식
 $x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,
 $2x + 3y = 13$ $a = 2, b = 3 \quad \therefore a + b = 5$

12. $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하고 기울기가 2 인 직선의 방정식을 구하면?

- ① $y = x \pm \sqrt{5}$ ② $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ ③ $y = 4x \pm 2\sqrt{5}$
④ $y = 5x \pm 5\sqrt{5}$ ⑤ $y = x \pm 2\sqrt{5}$

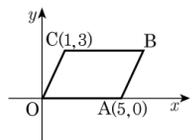
해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = 2x \pm 3\sqrt{1+2^2} \leftarrow m = 2, r = 3$$

$$\therefore y = 2x \pm 3\sqrt{5}$$

13. 다음 평행사변형 OABC 에서 A 와 C 의 좌표가 각각 (5, 0), (1, 3) 일 때, 두 점 A, B 를 지나는 직선의 y 절편은?



- ① -6 ② -9 ③ -12 ④ -15 ⑤ -18

해설

평행사변형의 두 변 OC 와 AB 는 서로 평행하므로 직선 OC 와 직선 AB 의 기울기는 같다.

따라서, 직선 AB 는 기울기가 3 이고 점 (5, 0) 을 지나는 직선이다.

$$y - 0 = 3(x - 5), y = 3x - 15$$

따라서 (y 절편) = -15 이다.

14. 두 점 $(4, -2), (2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 16

해설

$(4, -2), (2, -3)$ 를 지나는 직선은

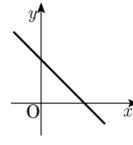
$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4 이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

15. 직선 $ax + by + c = 0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx + by + a = 0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면
 ③ 제 3 사분면 ④ 제 4 사분면
 ⑤ 제 1, 3 사분면

해설

직선 $ax + by + c = 0$ 은

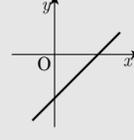
$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \text{ 이므로}$$

$$-\frac{a}{b} < 0, -\frac{c}{b} > 0 \text{ 이다.}$$

구하는 직선은 $y = -\frac{c}{b}x - \frac{a}{b}$ 이므로

그래프는 다음과 같다.

따라서 지나지 않는 사분면은 제2 사분면이다.



16. 두 직선 $x-2y+3=0$, $2x+ay-2=0$ 이 $a=\alpha$ 일 때 수직이고, $a=\beta$ 일 때 평행하다. $\alpha^2+\beta^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

두 직선 $x-2y+3=0$, $2x+ay-2=0$ 에 대하여

(1) 수직일 때, $1 \cdot 2 + (-2) \cdot a = 0 \quad \therefore a = 1$

(2) 평행할 때, $\frac{1}{2} = \frac{-2}{a} \neq -\frac{3}{2}$ 이어야 하므로

$a = -4, \quad \therefore \beta = -4$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 17$

17. 두 점 $(2, 3), (1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 두 직선 $y = 3x + 4, y = kx + 2$ 의 교점이 있다고 한다. 이때, k 의 값은?

- ① -3 ② $\frac{5}{3}$ ③ 8 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

두 점 $(2, 3), (1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = x + 1$ 이고

두 직선 $y = 3x + 4, y = x + 1$ 의 교점을

직선 $y = kx + 2$ 가 지난다.

따라서 두 직선의 교점 $(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2})$ 은

직선 $y = kx + 2$ 의 식을 만족한다.

$$\therefore k = \frac{5}{3}$$

18. 점 $P(0, a)$ 에서 직선 $y = \frac{4}{3}x + 2$ 까지의 거리와 점 P 에서 x 축 까지의 거리가 같을 때, 음수 a 의 값은?

- ① $-\frac{3}{4}$ ② -9 ③ $-\frac{4}{9}$ ④ -3 ⑤ -2

해설

점 $P(0, a)$ 와 직선 $4x - 3y + 6 = 0$ 간의 거리는 $\frac{|-3a + 6|}{5}$ 이고,
점 $P(0, a)$ 와 x 축간의 거리는 y 좌표의 절대값인 $|a|$ 이므로,
 $| -3a + 6 | = 5|a|$, $-3a + 6 = \pm 5a$
 $\therefore a = \frac{3}{4}$ 또는 -3
 $\therefore a = -3$ ($\because a < 0$)

19. 두 직선 $x+y-1=0$, $2x-y+7=0$ 의 교점을 지나고 원점에서
거리가 2인 직선의 방정식의 기울기는?

- ① $\frac{5}{8}$ ② $-\frac{5}{8}$ ③ $\frac{5}{9}$ ④ $-\frac{5}{12}$ ⑤ $\frac{5}{12}$

해설

먼저 두 직선의 교점을 구하면 $(-2, 3)$

이 점을 지나는 직선의 방정식은

$$y = m(x+2) + 3$$

원점과의 거리를 구하면,

$$\frac{|2m+3|}{\sqrt{m^2+1}} = 2$$

$$\Rightarrow (2m+3)^2 = 4(m^2+1)$$

$$\Rightarrow m = -\frac{5}{12} \dots \text{기울기}$$

20. 두 원 $x^2 + (y-3)^2 = 4$, $(x-4)^2 + y^2 = n^2$ 이 서로 다른 두 점에서 만나도록 하는 자연수 n 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

두 원이 서로 다른 두 점에서 만나려면 중심 사이 거리가 반지름의 합보다는 작고 반지름의 차보다는 커야 한다.

$$\Rightarrow |n-2| < \sqrt{3^2+4^2} < n+2$$

$$\Rightarrow -5 < n-2 < 5, \quad 5 < n+2$$

$$\Rightarrow -3 < n < 7, \quad 3 < n$$

$$\therefore 3 < n < 7$$

$$\therefore \text{자연수 } n = 4, 5, 6 \quad 3\text{개}$$

21. 원 $x^2 + y^2 + 4x - 2y + 1 = 0$ 은 x 축과 두 점에서 만난다. 이 두 점 사이의 거리는 얼마인가?

- ① $\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{2}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$$(x^2 + 4x + 4 - 4) + (y^2 - 2y + 1 - 1) + 1 = 0$$

$$(x+2)^2 + (y-1)^2 = 4$$

x 축과 만나는 점은 y 의 좌표가 0 이므로

$$(x+2)^2 + 1^2 = 4$$

$$\therefore x = -2 \pm \sqrt{3}$$

$$\text{두 점의 거리는 } -2 + \sqrt{3} - (-2 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$$

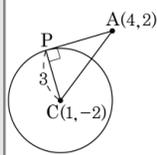
22. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 이 주어졌을 때, 점 A(4, 2) 에서 그은 접선의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

주어진 원의 방정식을 표준형으로 고치면
 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$ 이다.
다음 그림에서 접선의 길이는
 $\overline{AP} = \sqrt{\overline{AC}^2 - \overline{CP}^2}$
한편, $\overline{AC} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ 이고 $\overline{CP} = 3$
 $\therefore \overline{AP} = 4$



23. 평행이동 $(x, y) \rightarrow (x+a, y+b)$ 에 의하여 점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동했다고 할 때, $a+b$ 의 값은?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

점(3, 5)가 점(8, 20)으로 이동하려면 x 축 방향으로 +5, y 축 방향으로 +15만큼 평행이동 해야 한다. 따라서 $a = 5, b = 15$

24. 곡선 $y = x^2 - 2x$ 를 x 축의 방향으로 p 만큼 평행이동하여 곡선 $y = x^2 + ax - 1$ 을 얻었다. $a + p$ 의 값은?

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

곡선 $y = x^2 - 2x$ 를 x 축의 방향으로 p 만큼
평행 이동하면
 $y = (x - p)^2 - 2(x - p) = x^2 - 2(p + 1)x + p^2 + 2p$
이 곡선이 $y = x^2 + ax - 1$ 과 같으므로
 $-2(p + 1) = a, p^2 + 2p = -1$
 $\therefore p = -1, a = 0$
 $\therefore a + p = -1$

25. 다음은 점 $P(a, b)$ 의 직선 $y = x$ 에 대해 대칭인 점 Q 의 좌표 (x, y) 를 구하는 과정이다.

에 알맞은 말을 차례대로 써 넣어라.

(1) \overline{PQ} 의 중점 $\left(\frac{x+a}{2}, \frac{y+b}{2}\right)$ 은 직선 위에 있으므로 $\frac{y+b}{2} = \frac{x+a}{2}$
 $\therefore x - y = b - a \cdots \textcircled{1}$
 (2) 직선 PQ 는 직선 $y = x$ 에 수직이므로 $\frac{y-b}{x-a} = \text{input}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 를 연립하여 x, y 를 구하면 $x = \text{input}, y = \text{input}$ 이다.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $y = x$

▷ 정답: -1

▷ 정답: b

▷ 정답: a

해설

