

1. 이차방정식 $(2x+6)(x-1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

해설

$$\begin{aligned} 2x+6=0 \text{ 또는 } x-1=0 \\ x=-3 \text{ 또는 } x=1 \\ \therefore a \times b = -3 \times 1 = -3 \end{aligned}$$

2. 두 이차방정식 $x^2 - 4x + 3 = 0$, $2x^2 - 3x - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

- ① $-\frac{2}{3}$ ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(x-3)(x-1) = 0, x = 1, 3$$

$$(2x+3)(x-3) = 0, x = -\frac{3}{2}, 3$$

따라서 공통인 해는 3이다.

3. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값은?

① $A = 3, B = 8$

② $A = -3, B = 8$

③ $A = 2, B = 4$

④ $A = -3, B = -8$

⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$(x-1)(x-5) = 4$$

$$x^2 - 6x = 4 - 5$$

$$x^2 - 6x + 9 = -1 + 9$$

$$(x-3)^2 = 8, A = -3, B = 8$$

4. 다음 중 이차방정식과 해가 알맞게 짝지어진 것은?

① $(x-3)^2 = 2 \rightarrow x = -3 \pm \sqrt{2}$

② $2(x+1)^2 = 6 \rightarrow x = -1 \pm \sqrt{3}$

③ $x^2 + 2x = 1 \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{2}$

④ $x^2 + 4 = -6x \rightarrow x = -5 \pm \sqrt{3}$

⑤ $x^2 + 8x + 5 = 0 \rightarrow x = 2 \pm \sqrt{3}$

해설

① $x = 3 \pm \sqrt{2}$

③ $(x+1)^2 = 2, x = -1 \pm \sqrt{2}$

④ $(x+3)^2 = 5, x = -3 \pm \sqrt{5}$

⑤ $(x+4)^2 = 11, x = -4 \pm \sqrt{11}$

5. 다음 이차방정식을 풀어라.

$$2x(x+3) = x^2 - 1$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $-3 + 2\sqrt{2}$

▷ 정답: $-3 - 2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2 + 6x = x^2 - 1$$

$$x^2 + 6x + 1 = 0$$

근의 공식을 이용하면

$$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9-1}}{1} = -3 \pm \sqrt{8} = -3 \pm 2\sqrt{2} \text{이다.}$$

6. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 양수인 것은?

① $(x-2)(x+3) = 0$

② $x^2 + 2x = 0$

③ $3x^2 + x - 1 = 0$

④ $x^2 - 9x + 14 = 0$

⑤ $2x^2 - 8 = 0$

해설

④ $x = 2, x = 7$ 일 때 성립한다.

7. p 가 이차방정식 $x^2 - 6x - 3 = 0$ 의 한 근일 때, $p^2 - 6p + 8$ 의 값은?

- ① 61 ② 51 ③ 11 ④ -11 ⑤ -61

해설

x 에 p 를 대입하면 $p^2 - 6p - 3 = 0$ 이므로

$$p^2 - 6p = 3$$

따라서 $p^2 - 6p + 8 = 11$ 이다.

8. 이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 해가 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차방정식 $x^2 + ax - a - 6 = 0$ 의 한 근은 -4 이므로

$$(-4)^2 + a \times (-4) - a - 6 = 0$$

$$16 - 4a - a - 6 = 0, 10 - 5a = 0$$

$$\therefore a = 2$$

9. 다음 중 보기의 이차방정식과 근의 개수가 다른 것을 모두 골라라.

보기

$$(x-3)^2 = 2x-7$$

① $x^2 + 16 = -8x$

② $3x^2 + 6x = -3$

③ $10x^2 = 3x + 1$

④ $6(2x^2 - 1) = x$

⑤ $x^2 = 6\left(x - \frac{3}{2}\right)$

해설

$(x-3)^2 = 2x-7$ 에서
 $x^2 - 8x + 16 = 0$ 이므로

$$(x-4)^2 = 0$$

$$\therefore x = 4$$

중근을 가지므로 근의 개수는 1개이다.

① $(x+4)^2 = 0$

$$\therefore x = -4$$

② $x^2 + 2x + 1 = 0, (x+1)^2 = 0$

$$\therefore x = -1$$

③ $(5x+1)(2x-1) = 0$

$$\therefore x = -\frac{1}{5} \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

④ $(3x+2)(4x-3) = 0$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{3}{4}$$

⑤ $x^2 - 6x + 9 = 0, (x-3)^2 = 0$

$$\therefore x = 3$$

10. 이차방정식 $(x+3)^2 = k-1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $k-a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k-a=4$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식)=0 풀이어야 하므로

$$k-1=0$$

$$\therefore k=1$$

$$(x+3)^2=0 \text{ 이므로 } x=-3$$

$$\therefore a=-3$$

$$\therefore k-a=1-(-3)=4$$

11. 이차방정식 $(x-1)^2 + a - 2 = 0$ 의 근이 존재할 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

- ① 3 ② 0 ③ -2 ④ -5 ⑤ -7

해설

$(x-1)^2 = -a+2$ 가 해를 가지려면, $-a+2 \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$

12. 연속하는 세 자연수가 있다. 세 자연수의 제곱의 합이 149 일 때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 = 149 \text{ 이므로}$$

$$3x^2 - 147 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x+7)(x-7) = 0$$

따라서 $x=7$ (x 는 자연수) 이다.

가장 작은 수는 $7-1=6$ 이다.

13. 어떤 물체를 초속 50m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이가 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 물체가 처음으로 높이 105m 가 되는 것은 쏘아 올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 3 초

▶ 정답: 3초

해설

$$50t - 5t^2 = 105 \text{ 이므로}$$

$$5t^2 - 50t + 105 = 0$$

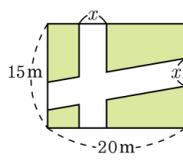
$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0$$

따라서 $t = 3, 7$ 이다.

처음으로 105m 가 되는 것은 쏘아올린 지 3 초 후이다.

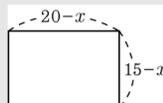
14. 다음 그림과 같이 가로 20m, 세로 15m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 176m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭은?



- ① 3m ② 4m ③ 5m
 ④ 6m ⑤ 7m

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.



식을 세우면
 $(20 - x)(15 - x) = 176$
 $x^2 - 35x + 124 = 0$
 $x = 31$ 또는 $x = 4$
 $x < 15$ 이므로 $x = 4$

15. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 $\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4$ 이라 한다. 이 때, abc 의 값은?

- ① 100 ② 120 ③ 240 ④ -120 ⑤ -100

해설

$$\frac{ax^2+2x+b}{5x^2-cx+3} = 4 \text{ 를 정리하면,}$$

$$(a-20)x^2 + (2+4c)x + b - 12 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 20 = 0, 2 + 4c = 0, b - 12 = 0$$

$$\therefore a = 20, b = 12, c = -\frac{1}{2}$$

$$abc = 20 \times 12 \times \left(-\frac{1}{2}\right) = -120$$

16. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -25 ② -10 ③ 1 ④ 10 ⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

17. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

- ① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

18. 이차방정식 $x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은? (단, $k \neq 0$)

- ① 서로 다른 두 실근을 갖는다.
② 중근을 갖는다.
③ 근이 없다.
④ k 의 값에 따라 달라진다.
⑤ 주어진 조건만으로는 구할 수 없다.

해설

$x^2 + 2x - k = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로 (판별식) > 0 이다.

$$D = 2^2 - 4 \times 1 \times (-k) > 0 \rightarrow 4(k + 1) > 0$$

$$\therefore k > -1$$

방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 에서

$$D = 4^2 - 4 \times k \times (-1) = 4(4 + k) > 0 (\because k > -1)$$

따라서 방정식 $kx^2 + 4x - 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖는다.

19. 이차방정식 $2x^2 - ax + 5b = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 최소가 되게 하는 b 의 값은?
(단, a, b 는 양의 정수)

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$D = a^2 - 4 \times 2 \times 5 \times b = 0$$

$$a^2 = 2^2 \times 2 \times 5 \times b$$

따라서 a 가 최소가 되게 하는 b 의 값은 $2 \times 5 = 10$ 이다.

20. 한 원 위에 n 개의 점을 잡아 n 각형을 만들었다. 새로 만든 도형의 대각선의 총 개수가 14개 일 때, n 의 값은?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 14 \text{ 이므로}$$
$$n^2 - 3n - 28 = 0$$
$$(n+4)(n-7) = 0$$
$$n = 7 (\because n > 0)$$

21. 이차방정식 $x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$ 의 두 근 중 큰 근이 이차방정식 $x^2 + 3x - 54 = 0$ 의 작은 근과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 15

해설

$$x^2 + (2a - 5)x + (a^2 - 5a - 6) = 0$$

$$x^2 + (2a - 5)x + (a + 1)(a - 6) = 0$$

$$(x + a - 6)(x + a + 1) = 0$$

$$x = -a + 6 \text{ 또는 } x = -a - 1$$

두 근 중 큰 수이므로 $-a + 6$ 이다.

$$x^2 + 3x - 54 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x - 6)(x + 9) = 0$$

$$x = 6 \text{ 또는 } x = -9$$

두 근 중 작은 수이므로 -9 이다.

따라서 $-a + 6 = -9$ 이므로 $a = 15$ 이다.

22. 다음 두 식을 만족하는 정수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25 \\ 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6 \end{cases}$$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -1$

▷ 정답: $b = -4$

해설

$$(i) 2(a+b)^2 + 5(a+b) = 25$$

$a+b = A$ 로 놓으면

$$2A^2 + 5A - 25 = 0$$

$$(2A-5)(A+5) = 0$$

$$\therefore A = \frac{5}{2} \text{ 또는 } A = -5$$

a, b 는 정수이므로 $a+b = -5$

$$(ii) 3(a-b)^2 - 7(a-b) = 6$$

$a-b = B$ 로 놓으면

$$3B^2 - 7B - 6 = 0$$

$$(3B+2)(B-3) = 0$$

$$\therefore B = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } B = 3$$

a, b 는 정수이므로 $a-b = 3$

(i), (ii)에서

$$a+b = -5$$

$$+) a-b = 3$$

$$\hline 2a = -2$$

$$\therefore a = -1, b = -4$$

23. 두 개의 주사위를 굴려서 나온 눈을 각각 m, n 이라 할 때, 이차방정식 $x^2 + 2mx + n^2 = 0$ 이 실근을 갖지 않을 확률을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{5}{12}$

해설

이차방정식 $x^2 + 2mx + n^2 = 0$ 이 실근을 갖지 않을 조건은

$D < 0$ 이므로

$$D = (2m)^2 - 4n^2 < 0, m^2 < n^2$$

$\therefore m < n$

따라서 $(m, n) = (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)$

이므로 확률은 $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ 이다.

24. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \quad (a > 0)$$

25. 어떤 정사각형의 모든 변의 길이를 4cm 씩 늘렸더니, 그 넓이가 처음의 4배가 되었다. 처음 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.

▶ 답: cm

▷ 정답: 16 cm

해설

처음 정사각형의 변의 길이를 x cm 라 하면

$$4x^2 = (x + 4)^2$$

$$3x^2 - 8x - 16 = 0$$

$$(3x + 4)(x - 4) = 0$$

$$x = -\frac{4}{3} \text{ 또는 } x = 4 \text{ 이다.}$$

$x > 0$ 이므로 $x = 4$ 이다.

따라서 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16$ (cm) 이다.