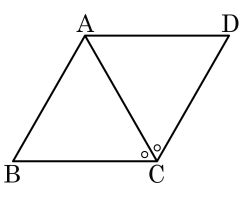
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BCA = \angle DCA$ 이면 $\square ABCD$ 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle BCA = \angle DAC$ (엇각), $\angle DCA = \angle CAB$ (엇각)이고, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$, $\triangle CDA$는 이등변삼각형이다. $\therefore \overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AD} = \overline{CD} \rightarrow \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA}$ $\therefore \square ABCD$는 마름모가 된다.

2. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

② 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 모서리의 길이의 비는 닮음비와 같다.

③ 닮음인 두 입체도형에서 대응하는 면은 서로 닮은 도형이다.

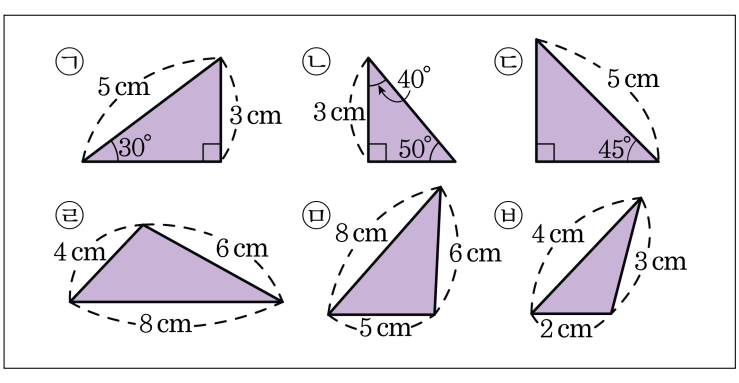
④ 넓이가 같은 두 평면도형은 서로 닮음이다.

⑤ 닮은 두 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같다.

해설

④ 넓이가 같다고 해서 서로 닮음이 아니다.

3. 다음 도형 중 SSS 닮음인 도형끼리 나열한 것은?

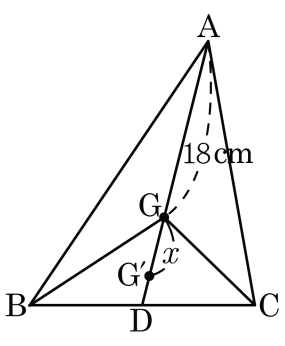


① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉣, ㉤ ⑤ ㉣, ㉥

해설

두 쌍의 대응각이 같은 SSS 닮음을 찾는다. SSS 합동은 ㉣, ㉥이다.

4. 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고 점 G′ 는 △GBC 의 무게중심이다. $\overline{AG} = 18\text{cm}$ 일 때, x 를 구하면?



① 3cm ② 6cm ③ 8cm ④ 9cm ⑤ 12cm

해설

$\overline{GD} = \frac{1}{2}\overline{AG} = 9(\text{cm})$, $x = \frac{2}{3}\overline{GD} = 6(\text{cm})$

5. 국어, 영어, 수학, 사회, 과학 노트 5 권을 책장에 정리하려고 한다. 이 때, 수학과 과학 노트를 이웃하여 꽂는 방법은 모두 몇 가지인가?

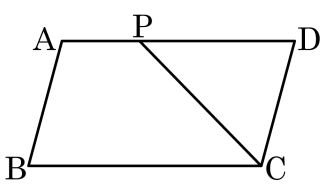
① 6 가지 ② 12 가지 ③ 24 가지

④ 48 가지 ⑤ 96 가지

해설

수학과 과학 노트를 한 묶음으로 하고 4 권을 일렬로 세우는 경우는 24 가지인데 수학과 과학 노트의 자리를 바꿀 수 있으므로 총 48 가지이다.

6. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP} : \overline{PD} = 1 : 2$ 이다. □ABCP 의 넓이는 △PCD 의 넓이의 몇 배인가?



▶ 답 : 배

▷ 정답 : 2 배

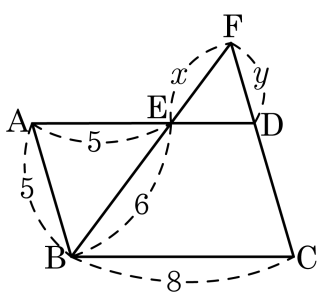
해설

$\triangle PCD = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{2}{3} = \frac{1}{3}\square ABCD$

$\square ABCP = \square ABCD - \triangle PCD = \frac{2}{3}\square ABCD$

$\therefore \square ABCP = 2\triangle PCD$

7. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 점 B 를 지나는 직선이 변 AD 와 만난 점을 E , 변 CD 의 연장선과 만난 점을 F 라 할 때, $5x+y$ 의 값은?



① 15 ② 18 ③ 21 ④ 27 ⑤ 30

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD}=8$

$\therefore\ \overline{DE}=8-5=3$

△ABE ∽ △DFE 이므로

$5\ :\ 3\ =5\ :y$

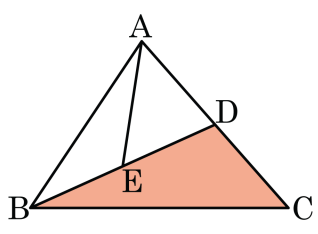
$\therefore\ y=3$

$5\ :\ 6\ =3\ :x$

$\therefore\ x=\dfrac{18}{5}$

$\therefore\ 5x+y=5\times\dfrac{18}{5}+3=21$

8. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{CD}$, $\overline{BE} = \overline{DE}$ 이다. $\triangle ABE = 17\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



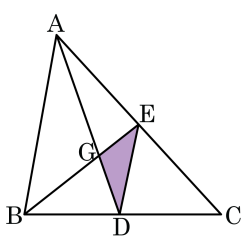
① $30\,\mathrm{cm}^2$ ② $31\,\mathrm{cm}^2$ ③ $32\,\mathrm{cm}^2$

④ $33\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $34\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ABE = \triangle AED = 17\left(\mathrm{cm}^2\right)$ 이고 $\triangle ABD = \triangle BCD$ 이므로 $\triangle BCD = 34\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

9. 다음 그림에서 점 G 는 △ABC 의 무게중심이고 △ABC 의 넓이가 48cm^2 일 때, △GDE 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 4 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

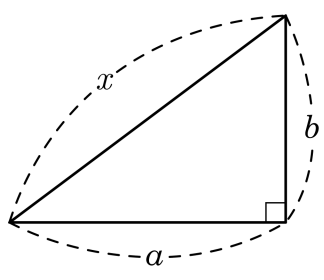
$\overline{\text{BG}} : \overline{\text{GE}} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle\text{GDE} = \frac{1}{2}\triangle\text{BGD}$

$\triangle\text{BGD} = \frac{1}{6}\triangle\text{ABC}$

$\triangle\text{GDE} = \frac{1}{12}\triangle\text{ABC} = \frac{1}{12} \times 48 = 4(\text{cm}^2)$

10. 이차방정식 $x^2 - 14x + 48 = 0$ 의 두 근이 직각삼각형의 빗변이 아닌 두 변의 길이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?



① 8 ② 8 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$x^2 - 14x + 48 = (x-6)(x-8) = 0,\ x = 6,\ 8$
빗변이 아닌 두 변의 길이가 $6,\ 8$ 이므로
피타고라스 정리에 따라
$x^2 = 6^2 + 8^2 = 100$
$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 이다

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 세 변 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 를 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그렸다. 다음 중 $\triangle ACF$ 와 넓이가 같은 것은 모두 몇 개인가?

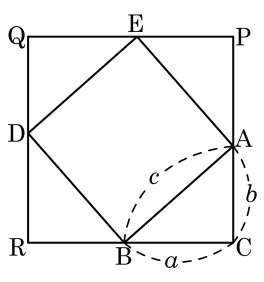
㉠ $\triangle ABC$	㉡ $\triangle BCF$	㉢ $\triangle ACK$
㉣ $\frac{1}{2}\square CEKJ$	㉤ $\triangle ACE$	㉥ $\triangle BCI$

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$\triangle ACF = \triangle BCF = \frac{1}{2}\square CEKJ = \triangle ACE$

12. 다음은 그림을 이용하여 피타고라스 정리를 설명한 것이다. 이때 ( ) 안에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



[가정] $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = 90°$
[결론] $a^2 + b^2 = c^2$
[증명] 직각삼각형 ABC 에서 두 선분
CB, CA 를 연장하여 정사각형 CPQR를 만들고,
$\overline{PE} = \overline{QD} = b$ 인 두 점 D, E 를 잡아
정사각형 AEDB 를 그린다.
$\square CPQR =$ (①) $+ 4 \times$ (②)
(③) $= c^2 + 4 \times \frac{1}{2} \times ab$
$a^2 + 2ab + b^2 = c^2 +$ (④)
따라서 (⑤) 이다.

① $\square AEDB$ ② $\triangle ABC$ ③ $\triangle ABC$
④ $2ab$ ⑤ $a^2 + b^2 = c^2$

해설

$\square CPQR = (a + b)^2$

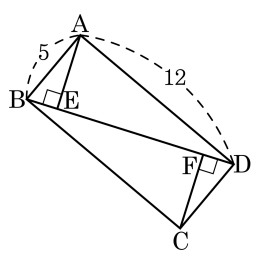
13. 다음 중 세 변의 길이가 각각 n , $n+2$, $n+3$ 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 n 의 값으로 옳은 것은?

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

삼각형의 세 변의 조건 : $n+(n+2)>n+3, n>1$
둔각삼각형이 될 조건 : $(n+3)^2>(n+2)^2+n^2$
두 조건을 동시에 만족하는 값은 보기 중에서 3 이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$ ② $\frac{119}{13}$ ③ $\frac{120}{13}$ ④ $\frac{121}{13}$ ⑤ $\frac{122}{13}$

해설

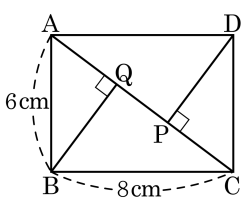
△ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, △ABQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 8.64 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

△ABQ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,

△ABC 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\text{cm})$ 이다.

△ABQ 와 △ABC 는 닮음이므로

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$ 에서

$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로

$\overline{AQ} = \dfrac{36}{10} = 3.6(\text{cm})$

$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$

$\overline{BQ} = \dfrac{48}{10} = 4.8(\text{cm})$

따라서 △ABQ 의 넓이는

$\dfrac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\text{cm}^2)$ 이다.

16. 정육면체의 한 점 A 에서 모서리를 따라 갔을 때 가장 멀리 있는 점을 B 라고 하자. A 를 출발하여 모서리를 따라 B 에 도착하는 길 중, 길이가 가장 짧은 길은 모두 몇 가지인지 구하여라.

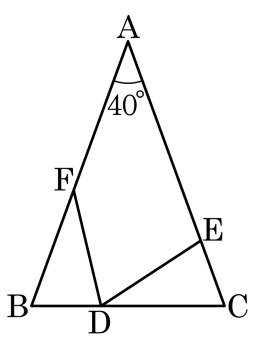
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 6 가지

해설

점 A 에서 갈림길은 3 가지이고, 그 다음 점에서 점 B 에 이르는 길은 각각 2 가지씩이므로 구하는 경우의 수는 $3 \times 2 = 6$(가지)이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 D, E, F 는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AC}$, $\overline{AB}$ 위의 점이고, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$, $\angle A = 40°$ 일 때, $\angle FDE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ____°

▷ 정답: 70 °

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$\angle B = \angle C = \frac{1}{2} \times (180° - 40°) = 70°$

또, $\overline{CD} = \overline{BF}$, $\overline{BD} = \overline{CE}$ 이므로

$\triangle FBD \equiv \triangle DCE$ (SAS 합동)

따라서 대응각으로

$\angle BFD = \angle CDE$, $\angle BDF = \angle CED$

$\angle FDE$ 의 크기를 x 라 하면

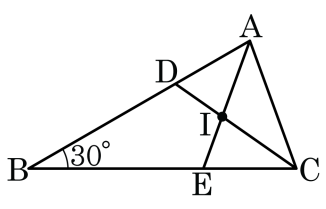
$x + \angle CDE = 70° + \angle BFD$ 이고

$\angle BFD = \angle CDE$ 이므로

$\therefore\ x = 70°$

$\therefore\ \angle FDE = 70°$

18. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30°$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① $110°$ ② $123°$ ③ $135°$ ④ $148°$ ⑤ $160°$

해설

$\angle AIC = 90° + \frac{1}{2}\angle ABC = 105°$

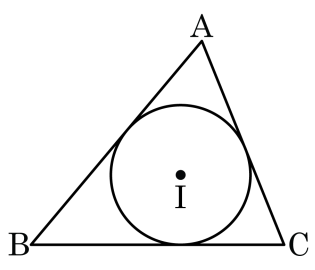
$\angle AIC = \angle DIE = 105°$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360°$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360° - 30° - 105° = 225°$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360°$, $\angle ADI + \angle CEI = 360° - 225° = 135°$

19. 다음 그림에서 점 I 는 삼각형 ABC 의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



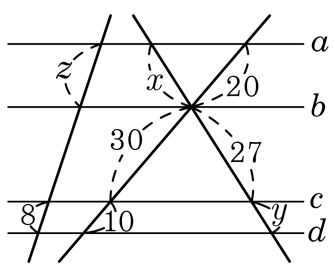
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 16π $\underline{\text{cm}^2}$

해설

삼각형의 둘레가 30cm 이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$ (반지름의 길이) $= 60$
반지름의 길이는 4cm 이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $a \parallel b \parallel c \parallel d$ 일 때, $x+y+z$ 의 값은?

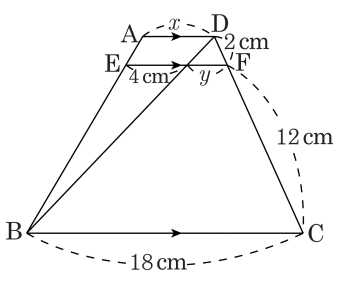


① 35 ② 38 ③ 40 ④ 43 ⑤ 45

해설

$20 : 30 = x : 27$ 이므로 $x = 18$
$30 : 10 = 27 : y$ 이므로 $y = 9$
$20 : 10 = z : 8$ 이므로 $z = 16$
$\therefore\ x+y+z = 43$

21. 다음 그림과 같은 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$일 때, xy의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$\triangle ABD$에서

$12 : (12+2) = 4 : x$, $12 : 14 = 4 : x$, $6 : 7 = 4 : x$

$6x = 28$

$\therefore\ x = \frac{14}{3}(\text{cm})$

$\triangle DBC$에서 $2 : (2+12) = y : 18$

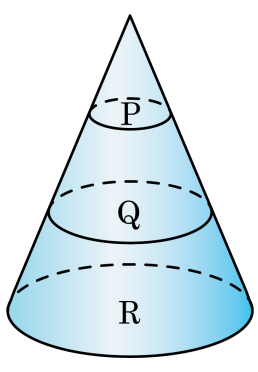
$2 : 14 = y : 18$

$14y = 36$

$\therefore\ y = \frac{18}{7}(\text{cm})$

$\therefore\ xy = 12$

22. 아래 그림과 같은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 모선이 3등분 되도록 잘랐다. 가운데 원뿔대의 부피가 28cm^3 일 때, 맨 아래에 있는 원뿔대의 부피를 구하면?



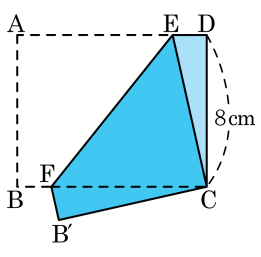
① 60cm^3 ② 64cm^3 ③ 68cm^3

④ 72cm^3 ⑤ 76cm^3

해설

세 원뿔의 닮음비는 $1:2:3$ 이므로 부피의 비는 $1:8:27$ 이다.
따라서 $\text{P}:\text{Q}:\text{R}=1:7:19$ 이다.
R의 부피를 $x\,\text{cm}^3$ 라 할 때 $7:19=28:x$
$\therefore\ x=76(\text{cm}^3)$

23. $\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$ 가 성립하는 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 접었을 때, $\triangle CDE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $7.2\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{BC} : \overline{CD} = 5 : 4$, $\overline{CD} = 8\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{BC} = 10\,\text{cm}$ 이다.
$\overline{DE} = x$ 라 하면 접은 선분의 길이는 변함이 없으므로 $\overline{AE} = \overline{CE} = 10 - x$
따라서 $\triangle CDE$ 에 피타고라스 정리를 적용하면 $(10 - x)^2 = x^2 + 8^2$
이를 정리하면 $x = \frac{9}{5}\,\text{cm}$ 이므로 $\triangle CDE$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \frac{9}{5} \times 8 = 7.2(\,\text{cm}^2)$

24. 3만원을 가지고 블라우스 한 벌과 치마 한 벌을 사기 위해 쇼핑을 나갔다. 쇼핑몰을 한 번 돌고나니 3가지의 블라우스(각각 1만 5천원, 1만 8천원, 2만 2천원)가 맘에 들었고, 3가지의 치마(각각 8천원, 1만원, 1만 3천원)가 맘에 들었다. 가지고 있는 현금으로 살 수 있는 방법의 가짓수는?

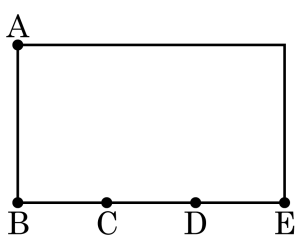
① 1가지 ② 3가지 ③ 6가지

④ 8가지 ⑤ 9가지

해설

블라우스와 치마를 차례로 (A, B, C) , (a, b, c)로 두면, 각각의 가격의 합이 가지고 있는 돈(3 만원)을 넘지 않는 경우는 Aa, Ab, Ac, Ba, Bb, Ca의 6 가지이다.

25. 다음 그림과 같이 직사각형 위에 5개의 점이 있다. 이들 중 세 점을 이어 만들 수 있는 삼각형의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6개

해설

점 A와 점 B, C, D, E 중 2개를 뽑아 삼각형을 만들 수 있으므로 삼각형의 개수는 $\frac{4\times3}{2\times1}=6$(개)이다.

26. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AB} = \overline{BE}$, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 가 되도록 두 점 E, D 를 잡고 $\angle DAE = 30°$ 일 때, $\angle CAE$ 의 크기를 구하여라.

▶ 답 : ○

▷ 정답 : 45°

해설

$\overline{AC} = \overline{CD}$, $\angle DAC = \angle ADE$

$\overline{AB} = \overline{BE} = \overline{AC} = \overline{CD}$ 이므로 $\angle B = \angle C$

$\triangle ABE \equiv \triangle ACD$ (SAS 합동)

$\overline{AD} = \overline{EA}$, $\triangle ADE$는 이등변삼각형

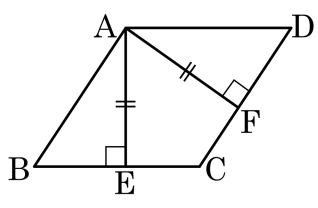
$\therefore \angle ADE = (180° - 30°) \times \frac{1}{2} = 75°$

$\overline{AC} = \overline{CD}$이므로

$\angle CAD = \angle ADC = 75°$

$\angle CAE = 75° - 30° = 45°$

27. 다음 그림에서 평행사변형ABCE의 점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 $\overline{AE} = \overline{AF}$일 때, □ ABCD는 어떤 사각형인가?

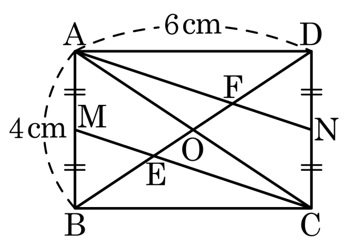


① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

△ABE와 △ADF에서 ∠B = ∠D이고, ∠AEB = ∠AFD = 90°, $\overline{AE} = \overline{AF}$이므로 △ABE ≡ △ADF이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

28. 다음 그림에서 점 M, N은 직사각형 ABCD의 두 변 AB, CD의 중점이다. □AMEF의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

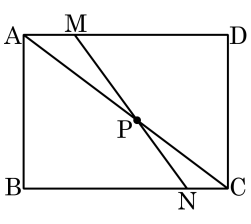
▷ 정답 : 6 cm^2

해설

△AOF ≡ △COE (ASA 합동)이므로

$$\square AMEF = \triangle AMC = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{4}\square ABCD = \frac{1}{4}\times 6\times 4 = 6\,(cm^2)$$

29. 다음 그림의 직사각형 ABCD 에서 $\overline{AD}$를 1 : 3으로 나누는 점을 M, $\overline{BC}$를 4 : 1로 나누는 점을 N , $\overline{MN}$과 $\overline{AC}$와의 교점을 P 라고 한다. △PNC의 넓이는 □ABCD의 넓이의 몇 배인지 구하여라.

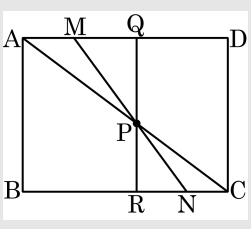


▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{2}{45}$ 배

해설

$\overline{BN}$: $\overline{NC}$ =4 : 1, $\overline{NC} = \frac{1}{5}\overline{BC}$



점 P 를 지나고 $\overline{AB}$ 에 평행한 직선이$\overline{AD}$,$\overline{BC}$ 와 만나는 점을 Q, R라고 하면 △APM ∽ △CPN

$\overline{AM}$: $\overline{CN} = \overline{AP}$: $\overline{CP}$

△APQ ∽ △CPR

$\overline{PQ}$: $\overline{PR} = \overline{AP}$: $\overline{CP}$

$\overline{AM}$: $\overline{CN} = \overline{PQ}$: $\overline{PR} = 5 : 4$, $\overline{PR} = \frac{4}{9}\overline{AB}$

$\triangle PNC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times \frac{4}{9} \square ABCD = \frac{2}{45} \square ABCD$

30. 남학생 4 명과 여학생 4 명이 둥근 탁자 둘레에 같은 간격으로 앉을 때, 두 명의 남학생 A, B 가 반드시 마주 보고 앉게 되는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

남학생 A 의 자리를 고정하면 남학생 B 의 자리가 정해진다.
나머지 6 자리에 6 명이 앉는 경우의 수는 $6! = 720$ (가지) 이다.
(단, $n! = n \times (n-1) \times (n-2) \cdots 3 \times 2 \times 1$ 이다.)