1. 두 함수 $f(x) = -3x+k,\ g(x) = 2x+4$에 대하여, $(f\circ g)(x) = (g\circ f)(x)$가 성립하도록 하는 k의 값은 얼마인가?

① -16 ② -14 ③ -6 ④ -4 ⑤ -2

해설

$f(x) = -3x+k,\ g(x) = 2x+4$에서

$$\begin{aligned}(f\circ g)(x) &= f(2x+4) = -3(2x+4)+k \\ &= -6x-12+k \cdots ㉠\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(g\circ f)(x) &= g(-3x+k) = 2(-3x+k)+4 \\ &= -6x+2k+4 \cdots ㉡\end{aligned}$$

㉠과 ㉡이 같아야 하므로

$-6x-12+k = -6x+2k+4$

$\therefore k = -16$

2. 함수 $f(x) = kx$ 에 대하여 $(f \circ f)(x) = x$ 를 만족시키는 양의 상수 k 의 값을 구하면?

① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

해설
$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(kx) = k(kx) = k^2x = x$ 에서
$k^2 = 1 \quad \therefore\ k = 1 (\because k > 0)$

3. $f(x) = 2x - 3$일 때, $f(f(x)) = f(f(f(x)))$를 만족하는 x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(f(x)) = 4x - 9$, $f(f(f(x))) = 8x - 21$ 이므로

$4x - 9 = 8x - 21$

$\therefore\ x = 3$

4. 함수 $f(x) = \begin{cases} 2(x \geq 1) \\ 1(x < 1) \end{cases}$ 에서 $y = (f \circ f)(x)$ 의 식을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

i) $x \geq 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(2) = 2$
ii) $x < 1 : y = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(1) = 2$
$\therefore\ y = (f \circ f)(x) = 2$

5. 두 함수 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 3x - 2$에 대하여 $(f \circ g)(1) = 2$, $(g \circ f)(2) = 3$을 만족하는 상수 a, b의 합 $4a + b$를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(f \circ g)(1) = 2$에서
$(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(1) = a + b$
$\therefore a + b = 2$

6. $f\left(\dfrac{2x}{-x+2}\right)=x^2-3x$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$f\left(\dfrac{2x}{-x+2}\right)=x^2-3x$ 일 때

$\dfrac{2x}{-x+2}=2$ 에서 $2x=2(-x+2)$, $2x=-2x+4$

$\therefore\ x=1$

이것을 주어진 식에 대입하면

$f\left(\dfrac{2}{-1+2}\right)=1-3$

$\therefore\ f(2)=-2$

7. $f(x) = -2x+3$, $g(x) = 4x+1$ 일 때, $f \circ g \circ h = g$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 에 대하여 $h(2)$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 3

해설

$h(x) = ax+b$ 라고 놓고

$(g \circ h)(x) = 4(ax+b)+1 = 4ax+4b+1$

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ h))(x) &= -2(4ax+4b+1)+3 \\ &= -8ax-8b-2+3 \\ &= 4x+1\end{aligned}$$

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 0$

$h(x) = -\frac{1}{2}x$

$h(2) = -1$

8. 집합 $A = \{x \mid x > 1\}$ 에 대하여 A 에서 A 로의 함수 $f \circ g$ 가 $f(x) = \dfrac{x+2}{x-1}$, $g(x) = \sqrt{2x-1}$ 일 때, $(f \circ (g \circ f)^{-1}(3)$ 의 값은?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$(f \circ (g \circ f)^{-1}) = (f \circ f^{-1} \circ g^{-1}) = g^{-1}$
$\therefore g^{-1}(3) = k$ 라 하면

$g(k) = 3$
$\Rightarrow \sqrt{2}k - 1 = 3 \Rightarrow k = 5$

9. 두 함수 $f(x) = \frac{x-1}{x}$, $g(x) = 1 - x$에 대하여 $g(x) = f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right)$이 성립할 때, 이를 만족시키는 실수 x 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

먼저 $f^{-1}(x)$ 를 구해보면

$y = \frac{x-1}{x} = 1 - \frac{1}{x}$

$\Rightarrow \ x = 1 - \frac{1}{y}$

$\Rightarrow \ y = \frac{1}{1-x} = f^{-1}(x)$

$\therefore \ f^{-1}\left(\frac{9}{10}\right) = 10$

$\Rightarrow \ g(x) = 1 - x = 10 \quad x = -9$

10. 점 $(-1,\ -2)$를 지나는 일차함수 $y=f(x)$의 그래프와 $y=f^{-1}(x)$의 그래프가 일치할 때, $f(-3)$의 값은?

① -6　② -3　③ 0　④ 3　⑤ 6

해설

$f=f^{-1}$이므로 $(f\circ f)(x)=x$
$f(x)=a(x+1)-2=ax+a-2\ (a\neq 0)$로 놓으면
$f(f(x))=a(ax+a-2)+a-2=x$
$\therefore a^2x+a^2-a-2=x$
즉, $a^2=1$, $a^2-a-2=0$이므로 $a=-1$
따라서 $f(x)=-x-3$이고
$f(-3)=-(-3)-3=0$이다.

11. 다음 보기의 함수 $f(x)$ 중 $(f\circ f\circ f)(x)=f(x)$ 가 성립하는 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $f(x)=x+1$　　ㄴ $f(x)=-x$

ㄷ $f(x)=-x+1$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄴ, ㄷ

해설

ㄱ. $(f\circ f\circ f)(x)=f(f(f(x)))=f(f(x+1))$
$=f((x+1)+1)=f(x+2)$
$=(x+2)+1=x+3$
$\therefore (f\circ f\circ f)(x)\neq f(x)$

ㄴ. $(f\circ f\circ f)(x)=f(f(f(x)))=f(f(-x))$
$=f(-(-x))=f(x)$

ㄷ. $(f\circ f\circ f)(x)=f(f(f(x)))=f(f(-x+1))$
$=f(-(-x+1)+1)=f(x)$

따라서 $(f\circ f\circ f)(x)=f(x)$ 가 성립하는 것은 ㄴ, ㄷ 이다.

12. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f, g가 $f(x) = ax + b$, $g(x) = 2x^2 + 3x + 1$이고, 모든 실수 x에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$를 만족할 때, $f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$의 값은?(단, $a \neq 0$)

① 60　② 55　③ 51　④ 48　⑤ 45

해설

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = a(2x^2 + 3x + 1) + b$
$= 2ax^2 + 3ax + a + b \cdots\cdots$ ㉠
$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = 2(ax + b)^2 + 3(ax + b) + 1$
$= 2a^2x^2 + (4ab + 3a)x + 2b^2 + 3b + 1 \cdots\cdots$ ㉡
모든 실수 x에 대하여 ㉠ $=$ ㉡이므로
$2a = 2a^2,\ 3a = 4ab + 3a,\ a + b = 2b^2 + 3b + 1$
위의 식을 연립하여 풀면 $a = 1,\ b = 0(\because a \neq 0)$
즉, $f(x) = x$이므로
$f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(10)$
$= 1 + 2 + 3 + \cdots + 10 = 55$

13. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 f 가 $f\left(\dfrac{3x+1}{2}\right)=6x-5$ 일 때, $f(2x+1)$ 을 구하면?

① $x-1$ ② $2x-2$ ③ $4x-2$

④ $6x-3$ ⑤ $8x-3$

해설

$\dfrac{3x+1}{2}=t$ 라 하면 $2t=3x+1$

$\therefore x=\dfrac{2t-1}{3}$

$f\left(\dfrac{3x+1}{2}\right)=6x-5$ 에서

$f(t)=6\cdot\dfrac{2t-1}{3}-5=4t-7$

$\therefore f(2x+1)=4(2x+1)-7=8x-3$

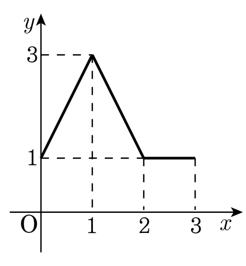
14. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x) = x + 2$ 에 대하여 $f^n(x) = \underline{(f \circ f \circ \cdots \circ f)}(x)$($x$은 자연수) 라 할 때, $f^{2007}(1)$ 의 값은?
(단, 밑줄 그은부분의 f 갯수는 n개)

① 2007　② 2008　③ 2009　④ 4015　⑤ 4016

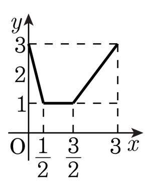
해설

$f(x) = x + 2$
$f^2(x) = (f \circ f)(x) = f(f(x)) = (x+2) + 2 = x + 4$
$f^3(x) = \left(f \circ f^2\right)(x) = f(f^2(x)) = (x+4) + 2 = x + 6$
$f^4(x) = \left(f \circ f^3\right)(x) = f(f^3(x)) = (x+6) + 2 = x + 8$
$\vdots$
$f^n(x) = x + 2n$
$\therefore f^{2007}(1) = 1 + 2 \times 2007 = 4015$

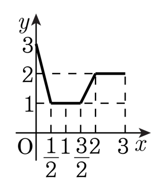
15. 함수
$y=f(x)\,(0\le x\le 3)$ 의 그래프가 그림과 같을 때, 합성함수 $y=(f\circ f)(x)\,(0\le x\le 3)$ 의 그래프는 무엇인가?



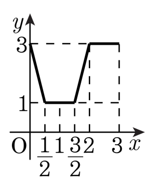
①



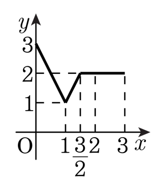
②



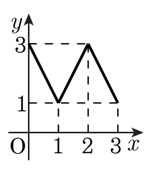
③



④



⑤



해설

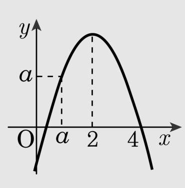
$0\le x\le 2$ 에서 $y=f(x)$ 의 그래프가
$x=1$ 에 대하여 대칭이므로
$y=(f\circ f)(x)$ 의 그래프도
$0\le x\le 2$ 에서 $x=1$ 에 대하여 대칭이다.
$y=(f\circ f)(x)=f(f(x))$ 에서
$f(f(0))=f(1)=3$
$f(f(1))=f(3)=1$
$f(f(2))=f(1)=3$
$f(f(3))=f(1)=3$
따라서, $y=(f\circ f)(x)$ 를
그래프로 나타내면 ③과 같다.

16. 집합 X $= \{x \mid x \le a,\ x$는 실수$\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 함수 $f(x) = -x^2 + 4x$ 의 역함수가 존재할 때, a 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$f(x) = -(x-2)^2 + 4$ 의 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.



정의역, 공역은 모두 a 이하이고 $a \le 2$, $f(a) = a$

$-a^2 + 4a = a \quad \therefore\ a = 0,\ 3$

a 는 2보다 작아야 하므로 구하는 값은 0

17. 함수 $f(x)$ 가 $f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x(x\neq 1)$ 를 만족할 때 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 의 식은?

① $\frac{x+2}{x-2}(x\neq 2)$　② $\frac{x+1}{x-2}(x\neq 2)$　③ $\frac{x-1}{x-2}\ (x\neq -1)$
④ $\frac{x+2}{x+1}(x\neq -1)$　⑤ $\frac{x+2}{x-1}(x\neq 1)$

해설

$f\left(\frac{x+1}{x-1}\right)=2x$ 에서

$\frac{x+1}{x-1}=t$ 로 놓으면 $x=\frac{t+1}{t-1}$

$\therefore f(t)=\frac{2(t+1)}{t-1},\ f(x)=\frac{2(x+1)}{x-1}$

$y=\frac{2(x+1)}{x-1}$ 이면

$yx-y=2x+2$ 에서 $x=\frac{y+2}{y-2}$

$\therefore f^{-1}(x)=\frac{x+2}{x-2}\ (x\neq 2)$

18. 함수 $f(x) = 4x - 1$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, 함수 $f(3x)$의 역함수를 $g(x)$로 나타내면 무엇인가?

① $g\left(\frac{x}{3}\right)$ ② $3g(x)$ ③ $g(3x)$

④ $\frac{1}{3}g(3x)$ ⑤ $\frac{1}{3}g(x)$

해설

$f(x) = 4x - 1$에서 $f(x)$를 y로 놓고
$y = 4x - 1$을 x에 관하여 정리하면
$x = \frac{1}{4}y + \frac{1}{4}$
이 때, x와 y를 바꾸면
$f^{-1}(x) = g(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$
또, $f(3x) = 12x - 1$에서 $f(3x) = y$로 놓고
$y = 12x - 1$을 x에 관하여 정리하면
$x = \frac{1}{12}y + \frac{1}{12}$
$\therefore f^{-1}(3x) = \frac{1}{12}x + \frac{1}{12} = \frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{3}g(x)$

19. 세 함수 $f,\ g,\ h$ 에 대하여 $f(x) = x + 4,\ g(x) = -2x + 3$ 이고 $\left(f^{-1} \circ g^{-1} \circ h\right)(x) = f(x)$ 가 성립할 때, $h^{-1}(5)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -9

해설

두 함수 $f(x) = x + 4,\ g(x) = -2x + 3$ 에 대하여
$f^{-1} \circ g^{-1} \circ h = f$ 이므로
$g^{-1} \circ h = f \circ f$, $h = g \circ f \circ f$

$$
\begin{aligned}
\therefore h(x) &= g(f(f(x))) \\
&= g(f(x+4)) \\
&= g((x+4)+4) \\
&= g(x+8) \\
&= -2(x+8)+3 = -2x-13
\end{aligned}
$$

$h^{-1}(5) = a$ 라고 하면 $h(a) = 5$
$-2a - 13 = 5,\ -2a = 18$
$\therefore a = -9$
$\therefore\ h^{-1}(5) = -9$

20. 두 일차함수가 $f(x)=ax+2,\ g(x)=bx+c$ 로 주어질 때, $g^{-1}(2)=3$, $(g\circ f)(x)=3x-2$ 를 만족하는 a 의 값은?

① $\frac{4}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ $-\frac{3}{4}$ ⑤ $-\frac{3}{2}$

해설

$f(x)=ax+2,\ g(x)=bx+c$ 에서
$g^{-1}(2)=3$ 이면 $g(3)=2$ 이므로
$3b+c=2\cdots$㉠
$(g\circ f)(x)=g(f(x))=b(ax+2)+c$
$=abx+2b+c=3x-2$
$\therefore\ ab=3\cdots$㉡
$2b+c=-2\cdots$㉢
㉠ − ㉢ 하면
$b=4,\ c=-10,\ a=\frac{3}{4}$

해설

$g^{-1}(2)=3 \Leftrightarrow g(3)=2$
$(g\circ f)(x)=3x-2 \Leftrightarrow g(f(x))=3x-2$
$f(x)=ax+2$ 에서 $f(k)=ak+2=3\cdots$㉠ 이라 하면
$g(3)=g(f(k))=3k-2=2$, $k=\frac{4}{3}$
㉠ 에 대입하면 $\frac{4}{3}a+2=3$
$\therefore\ a=\frac{3}{4}$

21. $\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에 대하여 $f^{-1}(5)+f^{-1}(k)=-2$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

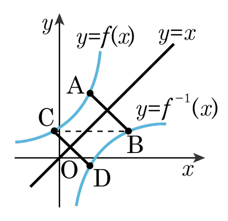
▷ 정답 : $k=-2$

해설

$f(x)=\begin{cases} 2x+1 & (x \geq 1) \\ x+2 & (x < 1) \end{cases}$ 에서

$x \geq 1$ 일 때, $f(x) \geq 3$ 이며
$x < 1$ 일 때, $f(x) < 3$ 이다.
이 때, $f^{-1}(5)+f^{-1}(k)=-2$ 에서
$f^{-1}(5)=a$ 라고 놓으면
$f(a)=5 \geq 3$ 이므로 $f(a)=2a+1=5$
$\therefore a=2$
그러므로 $f^{-1}(k)=-4$
$f(-4)=-4+2=k$ ($\because -4<3$)
$\therefore k=-2$

22. 다음 그림은 함수 $y = f(x)$와 그 역함수 $y = f^{-1}(x)$의 그래프이다. 점 A의 x좌표가 a일 때, 점 D의 y좌표는?(단, 점선은 x축에 평행하다.)



① $-f^{-1}(a)$ ② $-f(a)$

③ a ④ $f^{-1}(a)$

⑤ $f^{-1}(f^{-1}(a))$

해설

A $(a,\ f(a))$로 놓으면 점 B는
점 A와 직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로 B $(f(a),\ a)$이다.
또, 점 C는 점 B와 y좌표가 같으므로 C $(x,\ a)$로 놓으면 $f(x) = a$이므로
$x = f^{-1}(a) \quad \therefore C(f^{-1}(a),\ a)$
그런데 점 D는 점 C와 직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로 D$(a,\ f^{-1}(a))$
따라서, 점 D의 y좌표는 $f^{-1}(a)$이다.

23. 일차함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를 $y = x$ 에대칭이동한 그래프의 함수를 $g(x)$ 라고 하자. 두 함수 $f,\ g$ 가 $f(2) = 5,\ g(2) = 1$ 을 만족할 때, $f(4)$ 의 값은?

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

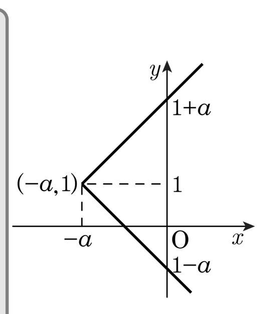
함수 $f(x) = ax + b(a \neq 0)$ 의 그래프를
$y = x$ 에 대하여 대칭이동한 그래프는
$y = f^{-1}(x)$ 의 그래프이다.
따라서 $g(2) = 1$ 에서 $f^{-1}(2) = 1$
$\therefore\ f(1) = 2$
$f(1) = a + b = 2,\ f(2) = 2a + b = 5$
위의 식에서 $a = 3,\ b = -1$
$\therefore\ f(x) = 3x - 1$
$\therefore\ f(4) = 3 \cdot 4 - 1 = 11$

24. $|y-1|=x+a$ 의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 4 일 때, 양수 a 의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$|y-1|=x+a$ 의
그래프는 $|y|=x$를
x 축 음의 방향으로 a,
y 축 양의 방향으로 1 만큼 평행이동시킨 그래프이므로 다음 그림과 같다.



이때, y 절편은 $|y-1|=a$ 에서 $y=1\pm a$

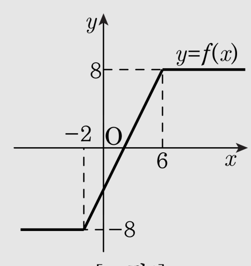
$\therefore\ S=\frac{1}{2}\cdot 2a\cdot a=4\quad \therefore\ a=2(a>0)$

25. $y = || x+2 | - | x-6 ||$ 의 그래프와 직선 $y = k$가 만나는 점의 개수가 2 이상일 때, 정수 k 의 개수는?

① 4개　② 5개　③ 6개　④ 7개　⑤ 8개

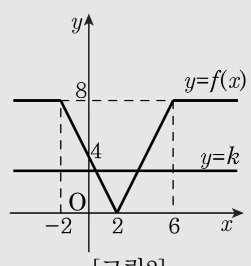
해설

$y = || x+2 | - | x-6 || = | f(x) |$이라하면
$y = f(x)$ 에서
절댓값 기호안의 값을 0 으로 하는
x의 값이 $-2, 6$ 이므로
(i) $x < -2$ 일 때,
$y = -(x+2) + (x-6) = -8$
(ii) $-2 \le x < 6$ 일 때,
$y = x+2+(x-6) = 2x-4$
(iii) $x \ge 6$ 일 때,
$y = x+2-(x-6) = 8$



[그림1]

이상에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 [그림1] 과 같다.
이 때, 함수 $y = | f(x) |$의 그래프는 [그림1] 의
그래프에서 $y \ge 0$ 인 부분은
그대로 두고, $y < 0$ 인 부분을
x축에 대하여 대칭이동한 것이므로 [그림2] 와 같다. [그림2] 에서 $y = | f(x) |$ 의 그래프와
직선 $y = k$가 만나는 점의 개수가 2 이상이기 위한 k의 값의 범위는 $0 < k \le 8$
따라서 구하는 정수 k의 개수는 8 개이다.



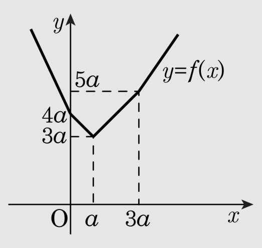
[그림2]

26. 함수 $f(x) = |x| + |x-a| + |x-3a|$ 의 최솟값이 6 일 때, 상수 a 의 값을 구하면?
(단, $a > 0$)

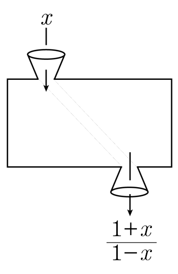
① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

i) $x < 0$ 일 때, $f(x) = -3x + 4a$
ii) $0 \le x < a$ 일 때, $f(x) = -x + 4a$
iii) $a \le x < 3a$ 일 때, $f(x) = x + 2a$
iv) $x \ge 3a$ 일 때, $f(x) = 3x - 4a$
따라서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같고 최솟값은 $3a$ 이므로
$3a = 6$　　$\therefore\ a = 2$



27. 다음 그림과 같이 x를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$가 나오는 상자가 있다. 이 상자에 x_1을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2, x_2를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3라 한다. 이와 같이 계속하여 x_n을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$일 때, x_{2000}을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x_1 = -\frac{1}{2}$이면

$$x_2 = \frac{1+\left(-\frac{1}{2}\right)}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1+\frac{1}{3}}{1-\frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1+2}{1-2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1+(-3)}{1-(-3)} = -\frac{1}{2},\ x_6 = \frac{1}{3}, \cdots$$

그러므로 $k = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots$ 일 때

$x_{4k+1} = -\frac{1}{2},\ x_{4k+2} = \frac{1}{3},\ \ x_{4k+3} = 2,\ x_{4k+4} = -3$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$이므로

$x_{2000} = x_4 = -3$

28. 함수 $f(x) = \dfrac{x+1}{x-1}$ 에 대하여 다음 보기중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $f(-x) = \dfrac{1}{f(x)}$

㉡ $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = f(x)$ (단 f^{-1} 는 f 의 역함수)

① ㉡ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $f(-x) = \dfrac{-x+1}{-x-1} = \dfrac{x-1}{x+1}$

$$= \dfrac{1}{\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)} = \dfrac{1}{f(x)}$$

㉡ $f\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\dfrac{1}{x}+1}{\dfrac{1}{x}-1} = \dfrac{1+x}{1-x} \neq f(x)$

㉢ $f^{-1}(x) = \dfrac{x+1}{x-1} = f(x)$

따라서 ㉠, ㉢

29. 함수 $f(x) = \begin{cases} 1 - \sqrt{x} & (x \geq 0) \\ \sqrt{2 - x} & (x < 0) \end{cases}$ 에 대하여

$(f \circ f)(k) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$(f \circ f)(k) = f(f(k)) = 2$ 에서

$f(k) = k'$ 이라 하면 $f(k') = 2$

i) $k' \geq 0$ 이면

$y = 1 - \sqrt{x}$이고, $y \leq 1$ 이므로

함숫값이 2 가 될 수 없다.

$\therefore\ k' < 0$

ii) $k' < 0$ 이므로

$f(k') = \sqrt{2 - k'} = 2$

$2 - k' = 4 \quad \therefore\ k' = -2$

$f(k) = -2$ 인 k 의 값을 구하면 된다.

iii) $k < 0$ 이면

$y = \sqrt{2 - x}\ (x < 0)$ 이고, $y > \sqrt{2}$ 이므로

함숫값이 -2 가 될 수 없다.

$\therefore\ k \geq 0$

iv) $k \geq 0$ 이므로

$f(k) = 1 - \sqrt{k} = -2$

$\therefore\ k = 9$

30. 함수 $f(x) = \sqrt{2x+1}$의 역함수를 $y = g(x)$라 할 때, 좌표평면 위에서 두 곡선 $y = f(x)$와 $y = g(x)$의 그래프의 교점의 좌표를 구하면?

① $(-1,\ -1)$ ② $(0,\ 0)$ ③ $(1,\ 1)$

④ $(2,\ 2)$ ⑤ $(3,\ 3)$

해설

$y = f(x)$와 $y = g(x)$는 서로 역함수이므로
두 함수의 그래프의 교점은 $y = f(x)$와
직선 $y = x$의 교점과 일치한다.
따라서 $\sqrt{2x+3} = x$의 양변을 제곱하여
정리하면 $x^2 - 2x - 3 = 0$, $(x+1)(x-3) = 0$
$\therefore\ x = -1,\ 3$
$x \geq 0$ 이므로 $x = 3$
즉, 교점의 좌표는 $(3,\ 3)$이다.