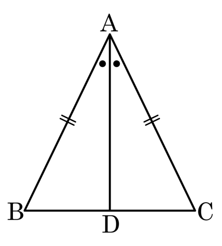
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$인 이등변삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 D라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



① $\overline{BC} = \overline{AD}$

② $\overline{AD} = \overline{AC}$

③ $\angle B = \angle BAD$

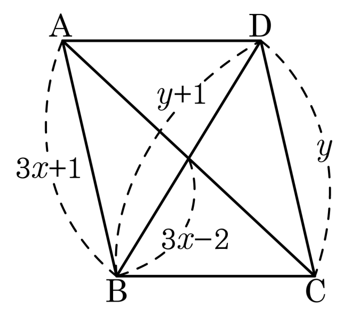
④ $\angle ADB = 90°$

⑤ $\triangle ABD$는 이등변삼각형이다.

해설

$\triangle ABD \equiv \triangle ADC$ (SAS 합동)

2. 다음 □ABCD 가 평행사변형일 때, $x+y$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

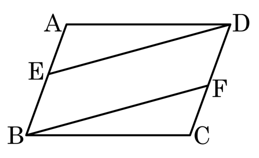
$3x+1=y\cdots$ ㉠

$(3x-2)\times 2=y+1\cdots$ ㉡

㉠을 ㉡에 대입하면 $6x-4=3x+2, x=2, y=7$

$\therefore x+y=2+7=9$

3. 평행사변형 ABCD 의 $\overline{AB}$ 의 중점을 E , $\overline{CD}$ 의 중점을 F 라 하고 그림과 같이 $\overline{ED}$, $\overline{BF}$ 를 그었을 때, $\angle BED$ 와 크기가 같은 각을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle$ BFD

해설

$\triangle EAD$, $\triangle FCB$ 에서 $\overline{AE} = \overline{FC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle EAD = \angle BCF$ 이므로 SAS 합동이다.
그러므로 $\overline{EB} = \overline{DF}$, $\overline{ED} = \overline{BF}$ 이고, □EBFD는 평행사변형이다.
따라서 $\angle BED = \angle BFD$ 이다.

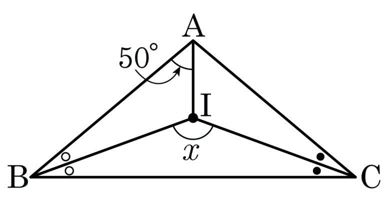
4. 세 변의 길이가 $(x+3)\,\mathrm{cm}$, $(x-1)\,\mathrm{cm}$, $(x-5)\,\mathrm{cm}$ 인 삼각형이 직각삼각형이 되는 x 의 값은?

① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

$(x+3)^2 = (x-1)^2 + (x-5)^2$
$x^2 + 6x + 9 = x^2 - 2x + 1 + x^2 - 10x + 25$
$x^2 - 18x + 17 = 0$, $(x-1)(x-17) = 0$
따라서 $x = 1$ 또는 $x = 17$
$x > 5$ 이므로 $x = 17$

5. 다음 그림에서 점 I는 $\angle B$와 $\angle C$의 내각의 이등분선의 교점이다. $\angle IAB = 50°$일 때, $\angle x$의 크기는?

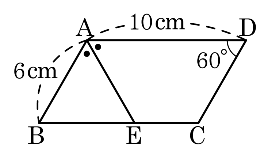


① 120° ② 130° ③ 140° ④ 150° ⑤ 160°

해설

점 I가 △ABC의 내심이므로 $\angle IAB = \angle IAC$이므로 $\angle BAC = 100°$이다.
△ABC의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle BAC + 2\bullet + 2\times = 180°$이다.
$\therefore \bullet + \times = 40°$
△IBC의 내각의 크기의 합이 180°이므로
$\angle x + \bullet + \times = 180°$이다.
$\therefore\ \angle x = 140°$

6. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}, \overline{AD} = 10\text{cm}$ 이고 $\overline{AE}$ 는 $\angle BAD$ 의 이등분선일 때, 선분 EC 의 길이는?



① 13cm　② 3.5cm　③ 4cm　④ 5cm　⑤ 6cm

해설

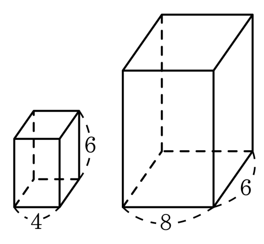
$\angle DAE = \angle AEB$ (엇각)

$\angle BAE = \angle AEB$ 이므로 $\triangle ABE$는 이등변삼각형이다.

$\overline{AB} = \overline{BE} = 6(\text{cm})$

$\therefore \overline{EC} = \overline{BC} - \overline{BE} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$

7. 다음 그림의 두 직육면체가 서로 닮은 도형일 때, 두 직육면체의 닮음의 비는?

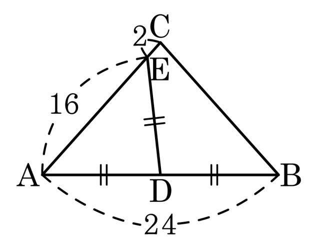


① $1:2$　② $1:4$　③ $3:4$
④ $2:3$　⑤ $1:1$

해설

두 입체도형의 닮음비는 대응하는 모서리의 길이의 비와 같으므로 닮음비는 $4:8=1:2$ 이다.

8. 각 변의 길이가 다음 그림과 같을 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하시오.



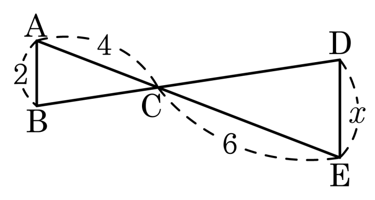
▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$\overline{AE} : \overline{AB} = 16 : 24 = 2 : 3$
$\overline{AD} : \overline{AC} = 12 : 18 = 2 : 3$
$\angle A$ 는 공통이므로
$\triangle ADE \backsim \triangle ACB$ (SAS 닮음)
$\overline{ED} : \overline{BC} = 2 : 3$
$12 : \overline{BC} = 2 : 3$
$\therefore\ \overline{BC} = 18$

9. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} \,/\!/\, \overline{\mathrm{DE}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이는?



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

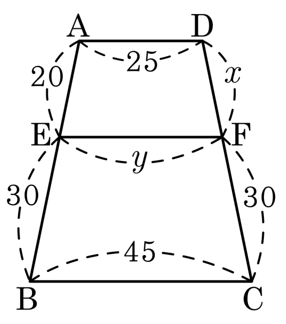
$\triangle\mathrm{ABC} \backsim \triangle\mathrm{EDC}$ (AA 닮음) 이므로

$\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{EC}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{ED}}$

$4 : 6 = 2 : x$

$4x = 12 \qquad \therefore\ x = 3$

10. 다음 그림에서 $\overline{AD}/\!/\overline{EF}/\!/\overline{BC}$ 일 때, x, y 의 값을 각각 구하면?



① $x=30,\ y=33$　　② $x=20,\ y=33$

③ $x=30,\ y=30$　　④ $x=20,\ y=30$

⑤ $x=20,\ y=35$

해설

$\overline{EB}=\overline{FC}$ 이므로 x 는 $\overline{AE}$ 와 같은 20 이다.

y 는 $\overline{AE}:\overline{EB}=2:3$ 을 이용

점 A 와 점 C 를 연결할 때 $\overline{EF}$ 와 만나 생긴 교점을 G 라고 하자.

$\overline{AE}:\overline{AB}=2:5$, $\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EG}:\overline{BC}$

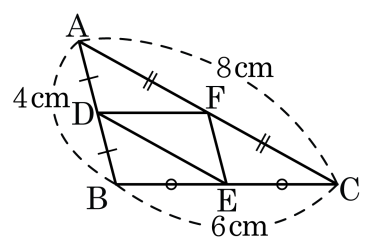
$2:5=\overline{EG}:45$ $\therefore$ $\overline{EG}=18$

$\overline{CF}:\overline{CD}=3:5$, $\overline{CF}:\overline{CD}=\overline{FG}:\overline{AD}$

$3:5=\overline{FG}:25$ $\therefore$ $\overline{FG}=15$

$\therefore$ $\overline{EF}=18+15=33$

11. $\triangle$ABC에서 각 변의 중점을 각각 D, E, F라 놓고 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때, $\triangle$DEF의 둘레는?



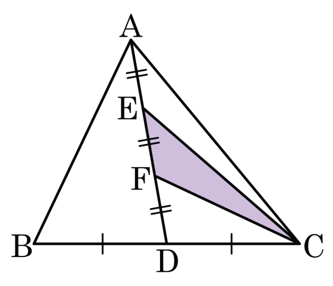
① 6cm ② 9cm ③ 12cm ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$$(\triangle\text{DEF의 둘레}) = \frac{1}{2} \times (\triangle\text{ABC의 둘레})$$
$$= \frac{1}{2}(4+6+8) = 9(\text{cm})$$

이므로 $\triangle$DEF 의 둘레의 길이는 9cm 이다.

12. 다음 그림에서 점 E, F 는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 삼등분점이고 $\overline{\mathrm{AD}}$ 는 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 중선이다. $\triangle\mathrm{CEF} = 5$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 넓이를 구하여라.



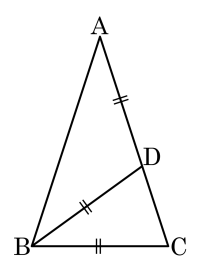
▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

점 E, F 가 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 삼등분점이므로 $\triangle\mathrm{ACD} = 3\triangle\mathrm{CEF}$ 이고, $\triangle\mathrm{ABC} = 2\triangle\mathrm{ACD} = 6\triangle\mathrm{CEF}$ 이다. 따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = 6\triangle\mathrm{CEF} = 6 \times 5 = 30$ 이다.

13. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{AD} = \overline{BD} = \overline{BC}$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.

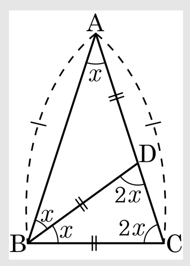


▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad}\,^{\circ}$

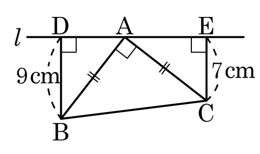
▷ 정답 : $36\,^{\circ}$

해설

$\angle A$ 의 크기를 $\angle x$라고 하면
$2\angle x + \angle x + \angle x + \angle x = 180\,^{\circ}$, $5\angle x = 180\,^{\circ}$
$\therefore \angle x = 36\,^{\circ}$



14. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변 삼각형의 두 꼭짓점 B, C 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하자. $\overline{BD} = 9\text{cm}$, $\overline{CE} = 7\text{cm}$ 일 때, 사다리꼴 BCED 의 넓이는?



① 81cm^2 ② 96cm^2 ③ 112cm^2

④ 128cm^2 ⑤ 256cm^2

해설

$\triangle ABD$, $\triangle CAE$ 에 대하여

$\angle BAD = \angle x$ 로 두면,

$\angle CAE = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x$

$\angle ABD = 180° - 90° - \angle x = 90° - \angle x = \angle CAE$

$\overline{AB} = \overline{CA}$

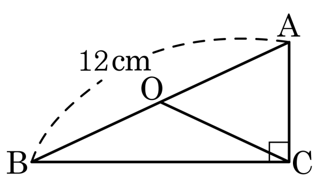
직각삼각형에서 빗변과 다른 한 각이 같으면 두 삼각형이 합동이므로

$\triangle ABD \equiv \triangle CAE$ (RHA 합동)

따라서 $\overline{DA} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = 9\text{cm}$ 이다.

사다리꼴 BCED 의 넓이$= \dfrac{(9+7)\times(9+7)}{2} = 128(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\overline{AB} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

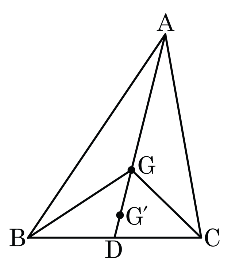
▷ 정답 : 6 cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 있다.

$\therefore \overline{CO} = \overline{AO} = \overline{BO} = 6(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle$ABC 의 무게중심이고, 점 G′ 는 $\triangle$GBC 의 무게중심이다. $\overline{GG'} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

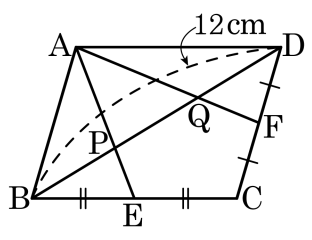
해설

$\overline{GG'} = \frac{2}{3}\overline{GD}$ 이므로

$\overline{GD} = \frac{3}{2}\overline{GG'} = \frac{3}{2} \times 4 = 6(\mathrm{cm})$,

$\overline{AD} = 3\overline{GD} = 3 \times 6 = 18(\mathrm{cm})$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD의 두 변 BC, CD의 중점을 각각 E, F라 하고, $\overline{BD}$와 $\overline{AE}$, $\overline{AF}$와의 교점을 각각 P, Q라 한다. $\overline{BD} = 12\text{cm}$일 때, $\overline{PQ}$의 길이를 구하면?

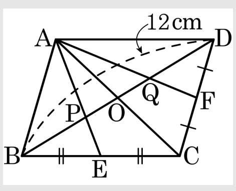


① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm

④ 4cm ⑤ 5cm

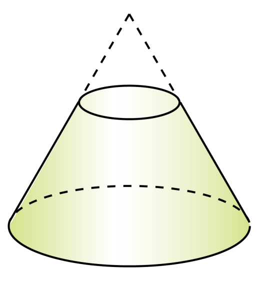
해설

평행사변형의 대각선 $\overline{AC}$를 그으면,



평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 대각선을 이등분하므로 점 P, Q는 △ABC, △ACD의 무게중심이다.
$\overline{BO} = 6\text{cm}$이고, $\overline{BP} : \overline{PO} = 2 : 1$이므로, $\overline{PO} = 2\text{cm}$, 마찬가지로 $\overline{QO} = 2\text{cm}$이다. 따라서 $\overline{PQ} = 4\text{cm}$이다.

18. 다음 그림과 같은 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자른 단면의 넓이가 밑넓이의 $\frac{25}{49}$ 였다. 잘려진 원뿔과 원뿔대의 부피의 비는?



① 125 : 128 → ① 123 : 128

② 125 : 128

③ 125 : 218

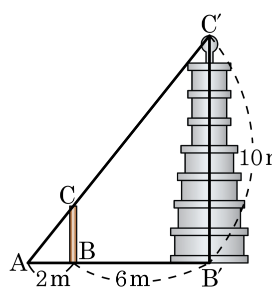
④ 127 : 218

⑤ 125 : 216

해설

밑면의 넓이의 비가 25 : 49 이므로 닮음비는 5 : 7 이다.
$5^3 : 7^3 = 125 : 343$ 이므로 원뿔과 원뿔대의 부피의 비는
$125 : (343 - 125) = 125 : 218$

19. 막대의 높이를 재기 위하여 탑의 그림자 끝 A 에서 2 m 떨어진 지점 B 에 막대를 세워 그 그림자의 끝이 탑의 그림자의 끝과 일치하게 하였다. 막대와 탑 사이의 거리가 6 m 일 때, 막대의 높이를 구하면?



① 2.5 m ② 3 m ③ 3.3 m ④ 4 m ⑤ 4.2 m

해설

$\triangle ABC \backsim \triangle AB'C'$ 이므로 $2 : 8 = \overline{CB} : 10$

$\therefore \overline{CB} = 2.5\,\mathrm{m}$

20. 세 변의 길이가 각각 $a-5$, $2a-9$, 15 인 삼각형이 직각삼각형이 되기 위한 a 의 값을 구하여라. (단, 15는 가장 긴 변이 아니다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

길이는 양수이므로 $a-5>0$, $2a-9>0$

$\therefore\ a>5$

$(2a-9)-(a-5)=a-4>0$ ($\because\ a>5$)

$\therefore\ 2a-9>a-5$

$(2a-9)$ 가 가장 긴 변이므로 $(a-5)+15>2a-9$

$\therefore\ 5<a<19$

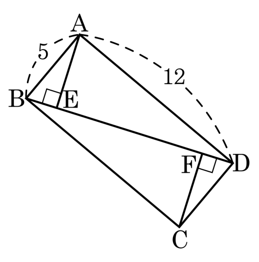
$(2a-9)^2=(a-5)^2+15^2$

$3a^2-26a-169=0$

$(3a+13)(a-13)=0$

$\therefore\ a=13$

21. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 점 A 와 점 C 가 대각선 BD에 이르는 거리의 합을 구하면?



① $\frac{118}{13}$　② $\frac{119}{13}$　③ $\frac{120}{13}$　④ $\frac{121}{13}$　⑤ $\frac{122}{13}$

해설

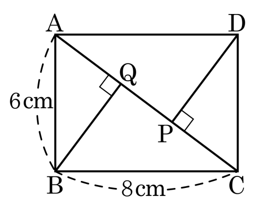
$\triangle$ABD 에서 $\overline{BD} = 13$

$5 \times 12 = 13 \times \overline{AE}$, $\overline{AE} = \frac{60}{13}$

따라서 $\overline{AE} = \overline{CF}$ 이므로

$\overline{AE} + \overline{CF} = \frac{60}{13} + \frac{60}{13} = \frac{120}{13}$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 두 꼭짓점 B, D 에서 수선을 내렸을 때, $\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad \mathrm{cm}^2}$

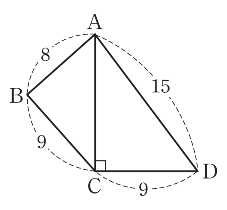
▷ 정답 : 8.64 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$\triangle ABQ$ 의 넓이를 구하기 위해서 $\overline{AQ}$, $\overline{BQ}$ 의 길이를 각각 구하면,
$\triangle ABC$ 가 직각삼각형이므로 $\overline{AC} = 10(\mathrm{cm})$ 이다.
$\triangle ABQ$와 $\triangle ABC$는 닮음이므로
$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{AQ} : \overline{AB}$에서
$\overline{AB}^2 = \overline{AQ} \times \overline{AC}$ 이므로
$\overline{AQ} = \frac{36}{10} = 3.6(\mathrm{cm})$
$\overline{BQ} \times \overline{AC} = \overline{AB} \times \overline{BC}$
$\overline{BQ} = \frac{48}{10} = 4.8(\mathrm{cm})$
따라서 $\triangle ABQ$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 4.8 \times 3.6 = 8.64(\mathrm{cm}^2)$ 이다.

23.

오른쪽 그림에서 $\overline{AB}=8$, $\overline{AD}=15$, $\overline{BC}=9$, $\overline{CD}=9$이고 $\angle C=90^\circ$일 때, $\triangle ABC$는 어떤 삼각형인가?



① 이등변삼각형
② 정삼각형
③ 예각삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각삼각형

▶ 답 :

▷ 정답 : ③

해설

$\triangle ACD$에서

$\overline{AC}^2=15^2-9^2=144$ $\quad\therefore\ \overline{AC}=12$

$\triangle ABC$에서

$8^2+9^2>12^2$이므로 예각삼각형이다.

24. 좌표평면 위의 두 점 $P(3,\ 4)$, $Q(x,\ -4)$ 사이의 거리가 10 일 때, x 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

▷ 정답 : $x = -3$

해설

$$\overline{PQ}^2 = (x-3)^2 + (-4-4)^2$$
$$= (x-3)^2 + 64 = 100$$

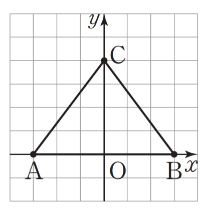
$(x-3)^2 = 36$

$x - 3 = \pm 6$

$\therefore\ x = 9,\ -3$

25.

오른쪽 그림과 같이 좌표평면 위에 $\overline{AC}=\overline{BC}$인 이등변삼각형 ABC가 있다. A$(-3,\ 0)$, B$(3,\ 0)$, C$(0,\ 4)$일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$\overline{AO}=\overline{BO}=3$, $\overline{CO}=4$이므로

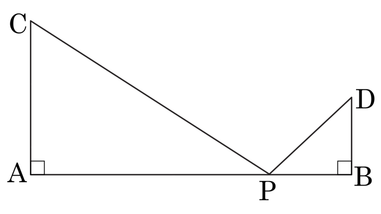
$\triangle AOC$에서

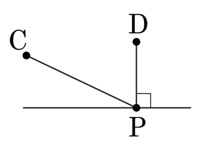
$\overline{AC}^2=3^2+4^2=25$ $\quad\therefore \overline{AC}=\overline{BC}=5$

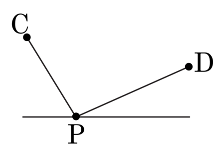
$\therefore$ ($\triangle ABC$의 둘레의 길이)$=\overline{AC}+\overline{AB}+\overline{BC}$

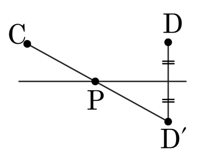
$=5+6+5=16$

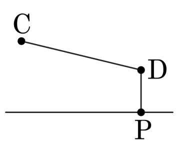
26. 다음 그림에서 $\overline{CA}\perp\overline{AB}$, $\overline{DB}\perp\overline{AB}$ 이고, 점 P 는 $\overline{AB}$ 위를 움직일 때 $\overline{CP}+\overline{PD}$ 의 최단거리를 구하는 방법으로 옳은 것은?

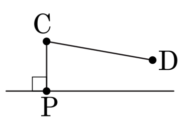


①


②


③


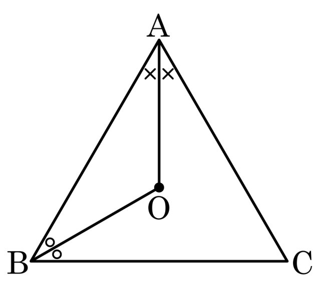
④


⑤


해설

AB 에 대한 점 D 의 대칭점 D′ 을 잡고 선분 CD′ 가 $\overline{AB}$ 와 만나는 점을 P 로 잡는다.

27. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라 하고, $\angle A + \angle B = 2\angle C$ 일 때, $\angle AOB$ 의 크기를 구하여라.



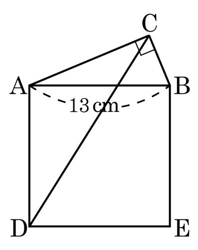
▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 120°

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 O 이므로
$\angle AOB = 2 \times \angle C$ 이고,
$\angle A + \angle B = 2 \times \angle C$ 이므로
$\frac{\angle A + \angle B}{2} + \angle AOB = \angle C + 2\angle C = 180°$
따라서 $\angle C = 60°$ 이므로 $\angle AOB = 120°$ 이다.

28. 다음 그림은 $\angle C = 90^{\circ}$ 인 직각삼각형 ABC 의 변 $\overline{AB}$ 를 한 변으로 하는 정사각형을 그린 것이다. $\overline{AB} = 13\,\text{cm}$, $\triangle ACD = 72\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는?



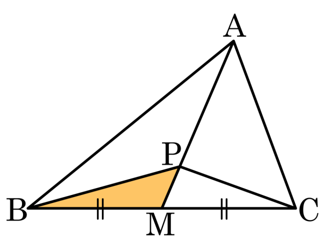
① $21\,\text{cm}^2$　　② $22\,\text{cm}^2$　　③ $25\,\text{cm}^2$

④ $30\,\text{cm}^2$　　⑤ $40\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ACD$ 는 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 넓이의 $\frac{1}{2}$ 이므로 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 가지는 정사각형의 넓이는 $144\,\text{cm}^2$ 이다.
또, $\square ADEB = 13^2 = 169\ (\text{cm}^2)$ 이므로 $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는
$169 - 144 = 25\ (\text{cm}^2)$ 이다.

29. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 3\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 80cm^2$일 때, $\triangle PBM$의 넓이는?

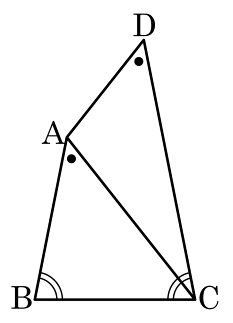


① $10cm^2$　② $15cm^2$　③ $20cm^2$
④ $25cm^2$　⑤ $30cm^2$

해설

$\overline{AP} = 3\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 3\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 4\triangle PBM$
또 $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 8\triangle PBM$이므로 $80 = 8\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle PBM = 10(cm^2)$

30. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 10$, $\overline{AD} = 6$ 이고, $\angle B = \angle C$, $\angle BAC = \angle D$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.

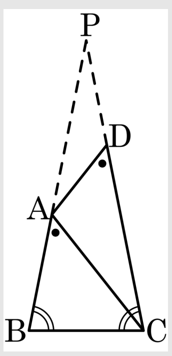


▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{64}{5}$

해설

다음 그림과 같이 $\overline{AB}$ 의 연장선과 $\overline{CD}$ 의 연장선이 만나는 점을 P 라 하면 $\angle B = \angle C$ 이므로 $\overline{PB} = \overline{PC}$



$\triangle PAD$ 와 $\triangle PCA$ 에서 $\angle P$ 는 공통

$\angle PDA = 180° - \angle ADC = 180° - \angle BAC = \angle PAC$

$\therefore \triangle PAD \backsim \triangle PCA$ (AA 닮음)

$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{AD} : \overline{CA}$

$\overline{PA} = (\overline{PB} - 8) = (\overline{PC} - 8)$

$\overline{PC} - 8 : \overline{PC} = 6 : 10 = 3 : 5$

$5\overline{PC} - 40 = 3\overline{PC}$

$2\overline{PC} = 40$

$\overline{PC} = 20$

$\overline{PA} = 20 - 8 = 12$ 이므로

$\overline{PA} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$

$12 : 20 = \overline{PD} : 12$

$\overline{PD} = \frac{36}{5}$

$\therefore\ \overline{CD} = \overline{PC} - \overline{PD} = 20 - \frac{36}{5} = \frac{64}{5}$ 이다.