

1. 다음 방정식 $(x + 4)^2 = 5x + 7$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 나타낼 때, $a - b + c$ 의 값은? (단, $a > 0$)

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(x + 4)^2 = 5x + 7$$

$$x^2 + 8x + 16 - 5x - 7 = 0$$

$$\therefore x^2 + 3x + 9 = 0$$

$$a = 1, b = 3, c = 9$$

$$\therefore a - b + c = 1 - 3 + 9 = 7$$

2. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 의 한 근이 2일 때, a 의 값을 구하면?

① 14

② 13

③ 12

④ 11

⑤ 10

해설

이차방정식 $2x^2 - 11x + a = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,

$$2 \times 2^2 - 11 \times 2 + a = 0$$

$$8 - 22 + a = 0$$

$$\therefore a = 14$$

3. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

4. 다음 이차방정식 $x^2 + 3x - 10 = 0$ 의 해를 구하면?

① $x = 1$ 또는 $x = 10$

② $x = -1$ 또는 $x = -10$

③ $x = 2$ 또는 $x = 5$

④ $x = -2$ 또는 $x = 5$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = -5$

해설

$$x^2 + 3x - 10 = (x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

5. 다음 두 이차방정식을 동시에 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

보기

$$x^2 - 2x - 8 = 0, x^2 + x - 20 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4, -2$$

$$x^2 + x - 20 = (x + 5)(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 4, -5$$

따라서 공통근은 $x = 4$ 이다.

6. 다음에 주어진 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $x^2 - 4 = 0$

㉡ $x^2 = 8x - 16$

㉢ $(3x + 1)^2 = 1$

㉣ $x^2 = 0$

㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉤

⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

중근을 갖는 이차방정식은 $(ax + b)^2 = 0$ 의 꼴이다.

㉡ $x^2 = 8x - 16 \leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \leftrightarrow (x - 4)^2 = 0$

$\therefore x = 4$ (중근)

㉣ $x^2 = 0$

$\therefore x = 0$ (중근)

㉤ $(4x - 1)(x + 2) = 3x - 3 \leftrightarrow 4x^2 + 4x + 1 = 0$

$(2x + 1)^2 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{2}$ (중근)

7. 이차방정식 $(x - a)^2 = b$ 가 해를 가질 조건을 고르면?

① $a \leq 0$

② $b > 0$

③ $b < 0$

④ $b \geq 0$

⑤ $a > 0$

해설

$b > 0$ 이면 서로 다른 두 실근

$b = 0$ 이면 중근

따라서 $b \geq 0$ 이다.

8. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$

양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$

좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x = 1$$

양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$

$$(x - 1)^2 = 2, B = 2$$

$$\therefore A + B = 1 + 2 = 3$$

9. 다음 중 이차방정식의 해가 모두 음수인 것은?

① $x^2 + x - 2 = 0$

② $x^2 + 4x = 0$

③ $2x^2 + 5x + 2 = 0$

④ $2x^2 - 7x + 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 27 = 0$

해설

③ $x = -\frac{1}{2}, x = -2$ 일 때 성립한다.

10. x 가 $-2, -1, 0, 1, 2$ 일 때, 방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(x - 2)(2x - 1) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

따라서 $x = 2$

11. 두 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$, $x^2 + bx - 6 = 0$ 의 공통근이 $x = -2$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 - 2x + a = 4 + 4 + a = 0 \quad \therefore a = -8$$

$$x^2 + bx - 6 = 4 - 2b - 6 = 0 \quad \therefore b = -1$$

$$\therefore ab = (-8) \times (-1) = 8$$

12. x 에 관한 이차방정식 $ax^2 + px - ap - 2q = 0$ 이 a 의 값에 관계없이 항상 $x = 2$ 의 근을 가질 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$x = 2$ 가 근이므로 $4a + 2p - ap - 2q = 0$ 이고 a 의 값에 관계없이 성립하므로

$(4 - p)a + 2(p - q) = 0$ 에 의하여 $p = 4, q = 4$ 이다.

$\therefore p + q = 8$

13. 이차방정식 $(x-4)^2 = 2x-5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a-b)^2 - (a+b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)

▶ 답:

▶ 정답: 21

해설

$$(x-4)^2 = 2x-5$$

$$x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$$

$$x^2 - 10x + 21 = 0$$

$$(x-7)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = 3$$

$$a > b \text{ 이므로 } a = 7, b = 3$$

$$(2a-b)^2 - (a+b)^2$$

$$= (2a-b+a+b)(2a-b-a-b)$$

$$= 3a(a-2b)$$

$$= 3 \times 7 \times (7-6) = 21$$

14. $f(x) = x(x-5) + 4$ 일 때, $f(x) = 0$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 1$

▷ 정답: $x = 4$

해설

$$x(x-5) + 4 = 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$(x-1)(x-4) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = 4$$

15. 두 이차방정식 $x^2 - 5x - 36 = 0$, $2x^2 + 11x + 12 = 0$ 의 공통근이 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 의 한 근일 때, m 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x + 4)(x - 9) = 0$$

$$\therefore x = -4, 9$$

$$2x^2 + 11x + 12 = 0 \Rightarrow (2x + 3)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = -\frac{3}{2}, -4$$

두 이차방정식의 공통근 $x = -4$

이차방정식 $2x^2 + mx - 4m = 0$ 에 $x = -4$ 를 대입하면,

$$2(-4)^2 - 4m - 4m = 0$$

$m = 4$ 이다.

16. 이차방정식 $(x + 3)^2 = k - 1$ 이 중근 a 를 갖는다고 할 때, $k - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k - a = 4$

해설

중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0 꼴이어야 하므로

$$k - 1 = 0$$

$$\therefore k = 1$$

$(x + 3)^2 = 0$ 이므로 $x = -3$

$$\therefore a = -3$$

$$\therefore k - a = 1 - (-3) = 4$$

17. 이차방정식 $3(x - b)^2 = 15$ 의 근이 $x = 7 \pm \sqrt{a}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

$$3(x - b)^2 = 15, (x - b)^2 = 5$$

$$\therefore x = b \pm \sqrt{5}$$

이것이 $7 \pm \sqrt{a}$ 이므로 $a = 5$, $b = 7$ 이다.

$$\therefore a + b = 12$$

18. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

19. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

20. $x(x - 3) = 0$ 을 $(ax + b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $-\frac{25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x - 3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$