1. 다음 중 항상 닮음인 도형을 모두 고르면?

① 두 정사각형
② 두 이등변삼각형
③ 두 직사각형
④ 두 원
⑤ 두 마름모

해설

정사각형과 원은 항상 닮음이다.

2. 다음 중 항상 닮은 도형인 것을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 마름모
㉢ 두 직각삼각형	㉣ 두 정삼각형
㉤ 두 직사각형	

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

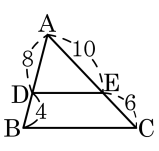
▷ 정답 : ㉣

해설

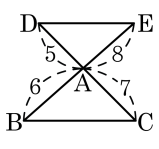
정사각형과 정삼각형은 모두 한 도형을 확대 또는 축소하면 다른 도형이 만들어 지므로 항상 닮음이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 인 것은?

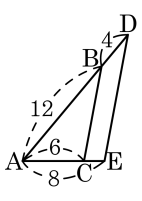
①



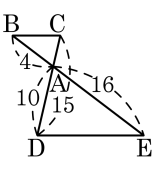
②



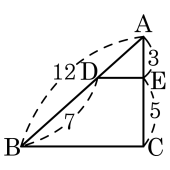
③



④



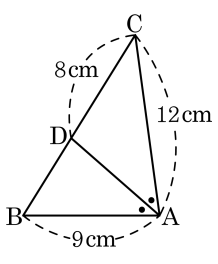
⑤



해설

$\overline{BC} // \overline{DE}$ 이므로 대응하는 변의 길이의 비가 일정해야 한다.
③은 $12 : 16 = 6 : 8$ 이 성립하므로 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 이다.

4. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이고, $\triangle ABC = 63\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: $27\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACD$ 의 밑변의 길이의 비는 $9 : 12 = 3 : 4$ 이고 높이는 서로 같으므로 넓이의 비도 $3 : 4$ 이다. 전체 넓이가 $63\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABD$ 의 넓이는 27cm^2 이다.

5. 축척이 $1 : 50000$ 인 지도 위에서 넓이가 $50\,\mathrm{cm}^2$ 인 땅의 실제 넓이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{km}^2}$

▷ 정답 : $12.5\,\underline{\mathrm{km}^2}$

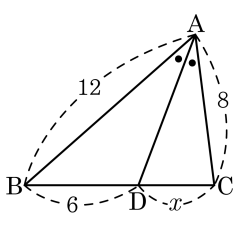
해설

$1 : 50000 \xrightarrow{\text{넓이의 비}} 1 : 2500000000$

$50 \times 2500000000 = 125000000000\ (\mathrm{cm}^2) = 12.5\ (\mathrm{km}^2)$

6. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선일 때, $\overline{DC}$ 의 길이는?

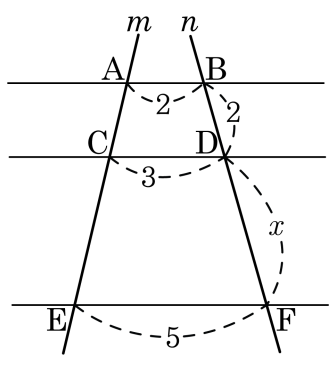
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ 에서 $12 : 8 = 6 : x$, $12x = 48 \therefore x = 4$

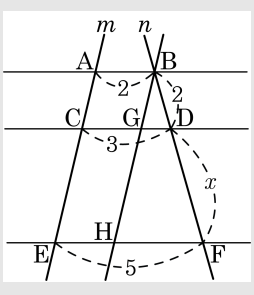
7. 다음 그림에서 $\overline{AB} // \overline{CD} // \overline{EF}$일 때, $\overline{DF}$의 길이는?



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

다음 그림과 같이 점 B를 지나 직선 m에 평행한 직선을 그어 직선 CD , EF와 만나는 점을 각각 G , H라 하면 □AEHB는 평행사변형이다.



$\therefore \overline{GD} = 1, \overline{HF} = 3$

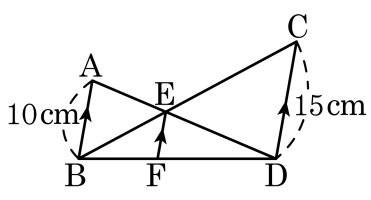
$\overline{GD} // \overline{HF}$이므로 $\overline{BD} : \overline{BF} = \overline{GD} : \overline{HF}$ 이다.

$2 : (2 + x) = 1 : 3$

$2 + x = 6$

$\therefore x = 4$

8. $\overline{EF}$ 의 길이를 구하여라.



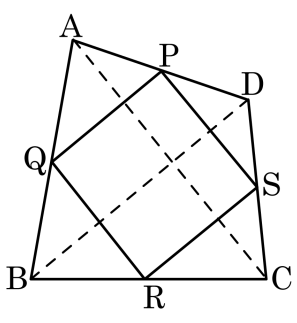
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ 이므로 $\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{DC} = 2 : 3$
$\overline{EF} // \overline{CD}$ 이므로
$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{BF} : \overline{FD} = 2 : 3$
$\triangle ABE \backsim \triangle DCE$ 이므로
$\overline{EF} : \overline{CD} = \overline{BF} : \overline{BD} = 2 : 5$
$\overline{EF} : 15 = 2 : 5$
$\therefore \overline{EF} = 6\,\text{cm}$

9. 다음은 사각형 ABCD 에서 각 변의 중점들을 연결한 사각형이 평행사변형임을 증명하는 과정이다. (ㄱ) ~ (ㅁ)에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{QS} = \frac{1}{2}$ [(ㄱ)] , $\overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ △ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 [(ㄴ)] $= \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{RS} = \frac{1}{2}$ [(ㄷ)] 대응하는 두 [(ㄹ)]가 같으므로 □PQRS 는 [(ㅁ)] 이다.

① (ㄱ) - $\overline{AC}$
② (ㄴ) - $\overline{PQ}$
③ (ㄷ) - $\overline{BD}$
④ (ㄹ) - 각의 크기
⑤ (ㅁ) - 평행사변형

해설

△ABC 와 △ACD 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{QS} = \frac{1}{2}\overline{AC}$, $\overline{PR} = \frac{1}{2}\overline{AC}$

△ABD 와 △BCD 에서 삼각형의 중점연결정리에 의하여 $\overline{PQ} = \frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{RS} = \frac{1}{2}\overline{BD}$

대응하는 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 □PQRS 는 평행사변형이다.

10. 한 모서리의 길이가 x 인 정이십면체의 각 모서리의 길이를 $\frac{2}{5}x$ 가 되도록 줄였다. 큰 정이십면체와 작은 정이십면체의 겉넓이의 비가 $25 : a$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

모서리의 길이의 비가 $x : \frac{2}{5}x = 5 : 2$ 이므로 겉넓이의 비는 $25 : 4$ 이다.
따라서 $a = 4$ 이다.

11. 한 모서리의 길이가 21 cm 인 정육면체 모양의 나무를 잘라서 한 모서리가 3 cm 인 정육면체 모양의 주사위를 만들려고 한다. 주사위는 모두 몇 개 만들 수 있겠는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 343 개

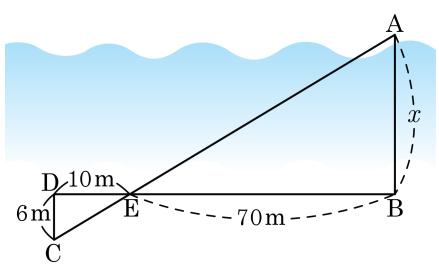
해설

$21 : 3 = 7 : 1$

$7^3 : 1^3 = 343 : 1$

$\therefore$ 주사위는 343 개 만들 수 있다.

12. 다음 그림은 강의 양쪽에 있는 두 지점 A, B 사이의 거리를 알아보기 위하여 측정한 것이다. 이때, x 를 구하여라.(단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 42

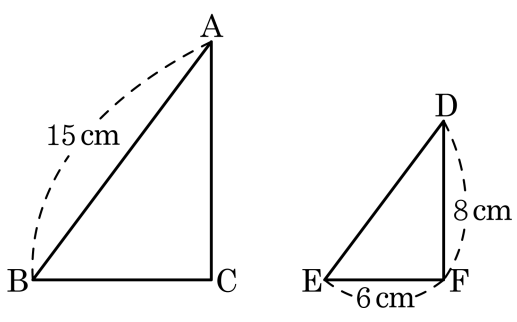
해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{BE} : \overline{DE}$

$x : 6 = 70 : 10$

$\therefore x = 42(\text{m})$

13. 다음 그림에서 △ABC ∽ △DEF 이고, 닮음비가 3 : 2 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



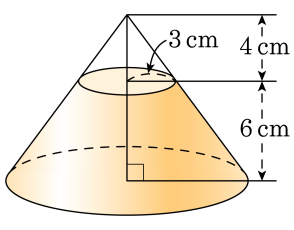
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 36 cm

해설

△ABC : △DEF = 3 : 2 이므로
$\overline{AB} : \overline{DE} = 15 : \square = 3 : 2$
$\overline{DE} = 10\,\text{cm}$
$\overline{BC} : \overline{EF} = \square : 6 = 3 : 2$
$\overline{BC} = 9\,\text{cm}$
$\overline{AC} : \overline{DF} = \square : 8 = 3 : 2$
$\overline{AC} = 12\,\text{cm}$
따라서 △ABC 의 둘레의 길이= 15 + 9 + 12
따라서 36 cm 이다.

14. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면이 반지름의 길이가 3 cm인 원일 때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

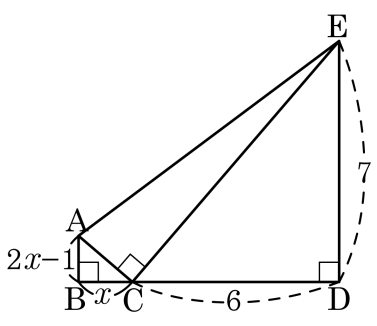
▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비는 원뿔에서 높이의 비와 같으므로
$(4+6):4=10:4=5:2$

따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$r:3=5:2$
$\therefore\ r=\frac{15}{2}$

15. 다음 그림에서 $\angle ABC = \angle ACE = \angle CDE = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{8}$

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle CDE$ 에서

$\angle ABC = \angle CDE = 90°$

$\angle ACB = 90° - \angle ECD = \angle CED$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle CDE$ (AA 닮음)

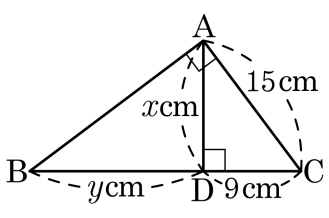
$(2x - 1) : x = 6 : 7$

$6x = 14x - 7$

$8x = 7$

$\therefore\ x = \frac{7}{8}$

16. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 밑변 BC에 내린 수선의 발을 D라고 할 때, $x+y$의 값은?



① 14 ② 20 ③ 28 ④ 32 ⑤ 40

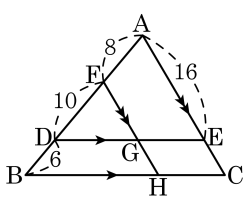
해설

$\overline{AC}^2 = \overline{DC} \times \overline{BC}$, $15^2 = 9(y+9)$ $\therefore$ $y = 16$

$\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC}$, $x^2 = 9y$ $\therefore$ $x = 12$

$\therefore x+y = 12+16 = 28$

17. 다음 그림에서 $\overline{DE} // \overline{BC}$, $\overline{FH} // \overline{AC}$ 일 때, $\overline{GH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

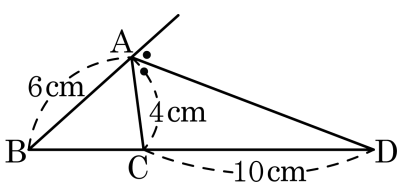
▷ 정답: $\overline{GH} = \frac{16}{3}$

해설

$\overline{FH} // \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DFG \backsim \triangle DAE$ (AA 닮음)이고, $\overline{FG} : \overline{AE} = \overline{DF} : \overline{DA}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\overline{FG} : 16 = 10 : 18 = 5 : 9$, $9\overline{FG} = 80$ 이므로 $\overline{FG} = \frac{80}{9}$ 이 된다.

그리고 $\overline{DE} // \overline{BC}$ 이므로 $\triangle FDG \backsim \triangle FBH$ (AA 닮음)이므로 $\overline{FG} : \overline{GH} = \overline{FD} : \overline{DB}$ 와 같은 비례식이 생긴다. $\frac{80}{9} : \overline{GH} = 10 : 6 = 5 : 3$, $5\overline{GH} = \frac{80}{3}$ 이므로 $\overline{GH} = \frac{16}{3}$ 이 된다.

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 $36cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

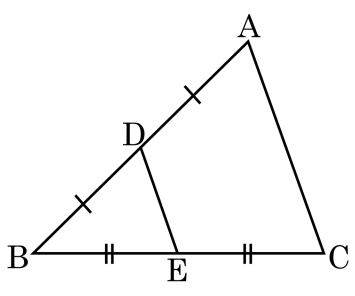


① $18cm^2$ ② $24cm^2$ ③ $28cm^2$
④ $32cm^2$ ⑤ $36cm^2$

해설

$\overline{AD}$ 가 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $6 : 4 = \overline{DB} : 10 \therefore \overline{BD} = 15(cm)$
따라서 $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{BC} : \overline{CD} = 1 : 2$
$\triangle ABC$ 와 $\triangle ACD$ 는 높이가 같고 밑변의 비가 $1 : 2$ 이므로 넓이 비도 $1 : 2$ 가 된다.
$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{36}{2} = 18(cm^2)$

19. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{BE} = \overline{EC}$, $\overline{DE} = 5$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

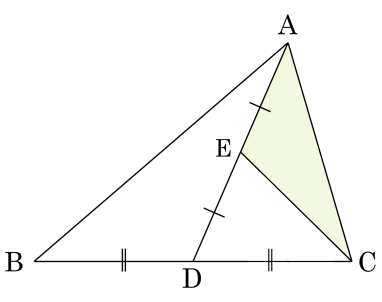


① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$\overline{AD} = \overline{DB}$, $\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로 점 D, E 는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다.
따라서 $\overline{AC} = 2\overline{DE} = 2 \times 5 = 10$ 이다.

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에 점 D, E는 각각 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$의 중점이고, $\triangle ABC = 32\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle ACE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $8\,\mathrm{cm}^2$

해설

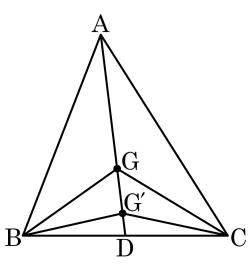
$\triangle ABC$에서 $\overline{AD}$는 중선이므로

$$\triangle ABD = \triangle ACD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 32 = 16(\mathrm{cm}^2)$$

$\triangle ACD$에서 $\overline{CE}$는 중선이므로

$$\triangle ACE = \triangle CDE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times 16 = 8(\mathrm{cm}^2)$$

21. 다음 그림에서 점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심이고, $\overline{G'D} = 2$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



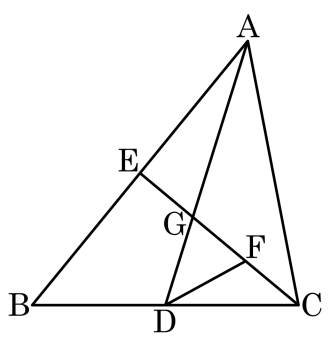
① 10 ② 12 ③ 14

④ 16 ⑤ 18

해설

점 G 와 G′ 은 각각 △ABC 와 △GBC 의 무게중심이므로 $\overline{GG'} : \overline{G'D} = 2 : 1$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이다. $\overline{GG'} = 2\overline{G'D}$, $\overline{AG} = 6\overline{G'D}$ 이므로 $\overline{AG} : \overline{GG'} : \overline{G'D} = 6 : 2 : 1$ 이다.
따라서 $\overline{G'D} = 2$ 이므로 $\overline{AG} = 12$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, $\overline{DF}$ 는 $\triangle CDG$ 의 중선이다.$\triangle GDF = 4cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 바르게 구한 것은?



① $48\,cm^2$ ② $60\,cm^2$ ③ $72\,cm^2$

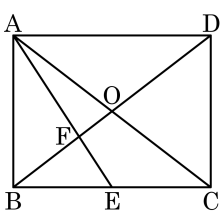
④ $84\,cm^2$ ⑤ $96\,cm^2$

해설

$$\begin{aligned}\triangle GDF &= \frac{1}{2}\triangle GDC \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{6}\triangle ABC \\ &= \frac{1}{12}\triangle ABC\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \triangle ABC &= 12\triangle GDF \\ &= 12\times 4 \\ &= 48\,(cm^2)\end{aligned}$$

23. 직사각형 ABCD 에서 점 O는 $\overline{BD}$의 중점이고, 점 E는 $\overline{BC}$의 중점이다. $\triangle FBE = 6$ 일 때, 다음 중 바른 것을 모두 고르면?



① $\triangle ABF = 12$ ② $\square OFEC = 12$

③ $\triangle FAO = 3$ ④ $\triangle OCD = 16$

⑤ $\square ABCD = 72$

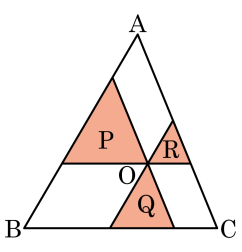
해설

$\triangle ABC$ 에서 점 F 는 무게중심이므로,

③ $\triangle FBE = \triangle FAO = 6$

④ $\triangle OCD = 12 + 6 = 18$

24. 다음 그림은 $\triangle ABC$ 내부의 한 점 O 를 지나고, 각 변에 평행한 직선을 그은 것이다. 삼각형 P, Q, R 의 넓이가 각각 $16\,\mathrm{cm}^2$, $9\,\mathrm{cm}^2$, $4\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 에서 삼각형 P, Q, R 을 뺀 나머지 부분의 넓이로 옳은 것은?



① $50\,\mathrm{cm}^2$ ② $52\,\mathrm{cm}^2$ ③ $54\,\mathrm{cm}^2$

④ $56\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $58\,\mathrm{cm}^2$

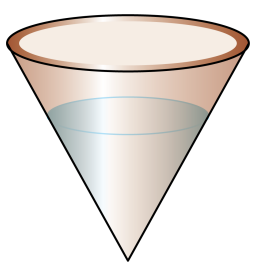
해설

삼각형 P, Q, R 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는 $4 : 3 : 2 : 9$

넓이의 비는 $16 : 9 : 4 : 81$

$\therefore$ 구하는 넓이는 $81 - (16 + 9 + 4) = 52(\,\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{2}{3}$ 까지 물을 넣었다. 그릇의 부피가 $216\,\mathrm{cm}^3$ 라고 할 때, 물의 부피는?



① $62\,\mathrm{cm}^3$ ② $63\,\mathrm{cm}^3$ ③ $64\,\mathrm{cm}^3$
④ $65\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $66\,\mathrm{cm}^3$

해설

두 원뿔의 닮음비가 $2:3$ 이므로
부피의 비는 $8:27$ 이다.
$8:27=x:216$
$x=64\left(\mathrm{cm}^3\right)$