

1. 다음 두 식이 완전제곱식이 되게 하는 A, B 의 값을 각각 구하면?

$$x^2 + 16x + A, 9x^2 + Bxy + 25y^2$$

- ① $A = 64, B = 30$ ② $A = \pm 64, B = \pm 30$
③ $A = 64, B = \pm 30$ ④ $A = \pm 64, B = 30$
⑤ $A = 64, B = \pm 15$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + 16x + A &= x^2 + 2 \times 8x + 8^2 = (x + 8)^2 \\ \therefore A &= 64 \\ 9x^2 + Bxy + 25y^2 \\ &= (3x)^2 \pm 2 \times (3x) \times (5y) + (5y)^2 = (3x \pm 5y)^2 \\ \therefore B &= \pm 30 \end{aligned}$$

2. 다음 보기 중 다항식 $2x^2 + 5x + 2$ 와 공통인 인수를 갖는 다항식을 모두 골라 기호로 써라.

보기

㉠ $x^2 + 10x + 25$

㉡ $x^2 + 3x - 10$

㉢ $5x^2 - 5$

㉣ $2xy + y$

㉤ $4x^2 + 4x + 1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

$$2x^2 + 5x + 2 = (2x + 1)(x + 2)$$

$$\text{㉠}(x + 5)^2$$

$$\text{㉡}(x + 5)(x - 2)$$

$$\text{㉢}5(x + 1)(x - 1)$$

$$\text{㉣}y(2x + 1)$$

$$\text{㉤}(2x + 1)^2$$

따라서 공통인 인수 $(2x + 1)$ 을 갖는 것은 ㉡, ㉤이다.

3. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 4x + a = 0$ 의 한 근이 3일 때, a 의 값과 다른 한 근의 차를 구하면?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$3^2 - 4 \times 3 + a = 0 \quad \therefore a = 3$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0$$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

$$\therefore 3 - 1 = 2$$

4. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= \textcircled{㉠} \\x^2 + 6x + \textcircled{㉡} &= \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \\(x + \textcircled{㉢}) &= \textcircled{㉣} \\x + \textcircled{㉢} &= \pm \sqrt{\textcircled{㉤}} \\ \therefore x &= \textcircled{㉥}\end{aligned}$$

- ① ㉠ : -3 ② ㉡ : 9 ③ ㉢ : 3
④ ㉣ : 6 ⑤ ㉤ : $\pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= -3 \\ \text{좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면} \\x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9 \\(x + 3)^2 &= 6 \\x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6} \\ \text{따라서 ㉤의 연결이 옳지 않다.}\end{aligned}$$

5. 이차식 $ax^2+30x+b$ 를 완전제곱식으로 고치면 $(cx+3)^2$ 일 때, $\frac{b}{a+c}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{3}{10}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$ax^2+30x+b=(cx+3)^2=c^2x^2+6cx+9$$

$$\Rightarrow a=c^2, 30=6c, b=9$$

$$\Rightarrow a=25, c=5, b=9$$

$$\text{따라서 } \frac{b}{a+c} = \frac{9}{25+5} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} \text{ 이다.}$$

6. 다음 두 식의 공통인 인수를 구하여라.

$$\textcircled{㉠} 6x^2 - x - 15$$

$$\textcircled{㉡} (2x+5)^2 - 3(2x+5) + 2$$

▶ 답:

▶ 정답: $2x+3$

해설

$$\textcircled{㉠} 6x^2 - x - 15 = (2x+3)(3x-5)$$

$$\textcircled{㉡} 2x+5 = A \text{ 로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = A^2 - 3A + 2$$

$$= (A-1)(A-2)$$

$$= (2x+5-1)(2x+5-2)$$

$$= (2x+4)(2x+3)$$

$$= 2(x+2)(2x+3)$$

\therefore 공통인 인수는 $2x+3$ 이다.

7. 어떤 이차식을 갑, 을이 다음과 같이 잘못 인수분해 했다. 처음 이차식을 바르게 인수분해하면 $a(x-b)(x-c)$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

(1) 갑은 x 의 계수를 잘못 보고 $(3x-4)(x-6)$ 으로 인수 분해 하였다.
(2) 을은 상수항을 잘못 보고 $(3x+3)(x-7)$ 으로 인수분해 하였다.

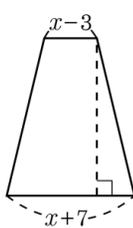
▶ 답:

▷ 정답: $a+b+c=9$

해설

갑은 $3x^2 - 22x + 24$ 에서 상수항 $+24$ 를 맞게 보았고,
을은 $3x^2 - 18x - 21$ 에서 x 의 계수 -18 을 맞게 보았다.
따라서 $3x^2 - 18x + 24 = 3(x-2)(x-4)$
 $\therefore a=3, b=2, c=4$
 $\therefore a+b+c=9$

8. 다음 그림과 같은 사다리꼴의 넓이가 $2x^2 + 5x + 2$ 일 때, 이 사다리꼴의 높이는?



- ① $x+2$ ② $x-2$ ③ $2x+1$
④ $x-1$ ⑤ $x+1$

해설

$$S = \frac{1}{2}h(x-3+x+7) = \frac{1}{2}h(2x+4) = h(x+2)$$

$2x^2 + 5x + 2 = (2x+1)(x+2) = h(x+2)$ 이므로 $h = 2x+1$ 이다.

9. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$\begin{aligned} a+b &= t \text{로 놓으면} \\ t^2 - 20t + 96 &= 0 \\ (t-8)(t-12) &= 0 \\ t &= 8 \text{ 또는 } t = 12 \\ \therefore 8 + 12 &= 20 \end{aligned}$$

10. 어떤 정사각형의 가로 길이를 3cm, 세로 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배와 같다. 처음 정사각형의 한 변의 길이를 x cm라고 할 때, x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 + 5x + 6 = 0$

② $x^2 - 5x - 6 = 0$

③ $x^2 - 5x + 6 = 0$

④ $x^2 + 5x - 6 = 0$

⑤ $3x^2 - 5x - 6 = 0$

해설

$$2x^2 = (x+3)(x+2)$$

$$\therefore x^2 - 5x - 6 = 0$$

11. $x = 3 + \sqrt{8}$, $y = 3 - \sqrt{8}$ 일 때, $(x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} & (x^n + y^n)^2 - (x^n - y^n)^2 \\ &= (x^n + y^n + x^n - y^n)(x^n + y^n - x^n + y^n) \\ &= 2x^n \times 2y^n = 4(xy)^n \\ & xy = (3 + \sqrt{8})(3 - \sqrt{8}) = 1 \\ & \therefore 4(xy)^n = 4 \end{aligned}$$

12. $a + b = \sqrt{6}$, $ab = 1$ 이고, $(a - b)a^2 + (b - a)b^2 = k$ 라 할 때, k^2 의 값을 구하면?

① 20

② 21

③ 22

④ 23

⑤ 24

해설

$$\begin{aligned}(a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab \\ &= (\sqrt{6})^2 - 4 = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(a - b)a^2 + (b - a)b^2 &= (a - b)a^2 - b^2(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 - b^2) \\ &= (a + b)(a - b)^2 \\ &= 2\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\therefore k^2 = (2\sqrt{6})^2 = 24$$

13. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$x = a \text{ 를 대입하면 } a^2 - 3a + 1 = 0$$

$$\text{양변을 } a \text{ 로 나누면 } a - 3 + \frac{1}{a} = 0$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

14. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

- ① $\frac{27}{8}$ ② $-\frac{27}{8}$ ③ $\frac{-25}{8}$ ④ $\frac{25}{8}$ ⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$\begin{aligned}x(x-3) &= 0 \\x^2 - 3x &= 0 \\x^2 - 3x + \frac{9}{4} &= \frac{9}{4} \\(x - \frac{3}{2})^2 &= \frac{9}{4} \\a = 1, b = -\frac{3}{2}, q &= \frac{9}{4} \\\therefore abq &= -\frac{27}{8}\end{aligned}$$

15. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

- ① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

16. 어느 반 학생들에게 공책 144권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

① 6권 ② 9권 ③ 12권 ④ 16권 ⑤ 24권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

17. x 에 관한 이차식 $x^2 + 11x + k$ 가 $(x+a)(x+b)$ 로 인수 분해될 때, 자연수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 10

▷ 정답: 18

▷ 정답: 24

▷ 정답: 28

▷ 정답: 30

해설

$$a + b = 11, k = ab$$

$$a = 1, b = 10 \Rightarrow k = 10$$

$$a = 2, b = 9 \Rightarrow k = 18$$

$$a = 3, b = 8 \Rightarrow k = 24$$

$$a = 4, b = 7 \Rightarrow k = 28$$

$$a = 5, b = 6 \Rightarrow k = 30$$

18. 인수분해를 이용하여 다음 식의 값을 구하면?

$$\sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}}$$

- ① 5 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{58^2 \times \frac{1}{16} - 42^2 \times \frac{1}{16}} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16}(58 - 42)(58 + 42)} \\ &= \sqrt{\frac{1}{16} \times 16 \times 100} = 10 \end{aligned}$$

19. 좌표평면 위의 두 직선 $y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 이 평행할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$y = \frac{3a}{4}x + \frac{a}{4}$, $y = \frac{2a-1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 두 직선이 평행할 조건은

$$\frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a}, \frac{a}{4} \neq \frac{1}{a}$$

i) $\frac{3a}{4} = \frac{2a-1}{a}$ 에서 $3a^2 - 8a + 4 = 0$,

$$(3a-2)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = \frac{2}{3} \text{ 또는 } a = 2$$

ii) $\frac{a}{4} \neq \frac{1}{a}$ 에서 $a^2 \neq 4$

$$\therefore a \neq 2 \text{ 이고 } a \neq -2$$

따라서 i), ii) 를 동시에 만족해야 하므로 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

20. 배가 강을 따라 내려올 때는 거꾸로 거슬러 올라갈 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 35km 를 왕복하는데 12시간 걸린다면 35km 를 내려오는 데 걸리는 시간은 몇 시간인지 구하여라.

▶ 답: 시간

▶ 정답: 5시간

해설

올라갈 때 속력 : x km/h

내려올 때 속력 : $(x+2)$ km/h라고 하면

$$\frac{35}{x} + \frac{35}{x+2} = 12$$

양변에 $x(x+2)$ 를 곱하면

$$35(x+2) + 35x = 12x(x+2)$$

$$70x + 70 = 12x^2 + 24x$$

$$12x^2 - 46x - 70 = 0$$

$$(x-5)(12x+14) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 5$ (km/h)

(내려올 때 속력) = $x+2 = 7$ (km/h)

$$\therefore \frac{35}{7} = 5 \text{ (시간)}$$