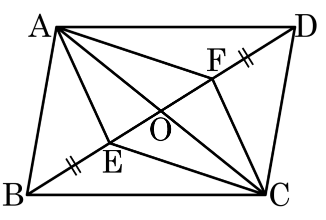
1. 다음은 한솔중 2 학년 예지가 증명을 해 놓은 결과 중 2 곳이 지워졌다. 빈칸에 알맞은 것을 차례대로 써 넣어라.
(단, 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선의 교점을 O 라 하고, 점 E, F 는 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 를 만족하는 점이다.)



[가정]▫ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
[결론]▫AECF 는 평행사변형
[증명]▫ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \square$ (a)
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \square$ (b)
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로
▫AECF 는 평행사변형이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

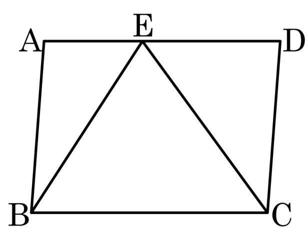
▷ 정답 : $\overline{OC}$

▷ 정답 : $\overline{OF}$

해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{OA} = \overline{OC}$
또, $\overline{OB} = \overline{OD}$ 이고 가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로
$\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 ▫AECF 는 평행사변형이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이는 $168\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\overline{AE} : \overline{ED} = 5 : 7$ 일 때, $\triangle ABE$ 와 $\triangle ECD$ 의 넓이를 차례대로 써라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▶ 답: $\underline{\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

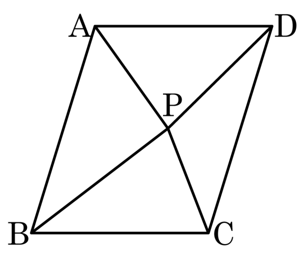
▷ 정답: 35 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: 49 $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

$$\triangle ABE = \frac{5}{12} \times \frac{1}{2}\square ABCD$$
$$= \frac{5}{12} \times 84 = 35(\mathrm{cm}^2)$$
$$\triangle ECD = \frac{7}{12} \times \frac{1}{2}\square ABCD$$
$$= \frac{7}{12} \times 84 = 49(\mathrm{cm}^2)$$

3. 다음 그림과 같이 밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm 인 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡았다. $\triangle$PCD 의 넓이가 7cm^2 일 때, $\triangle$ABP 의 넓이를 구하여라.



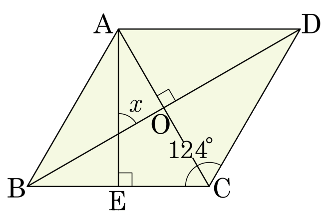
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ cm^2

▷ 정답: 14 cm^2

해설

내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{ABP} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이다.
밑변의 길이가 6cm, 높이가 7cm 인평행사변형이므로
평행사변형의 넓이는 $6 \times 7 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.
$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{PCD} = 42 \times \frac{1}{2} = 21(\text{cm}^2)$ 이다.
따라서 $\triangle\text{PCD} = 7\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle\text{ABP} = 21 - 7 = 14(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 이고 $\angle C = 124°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



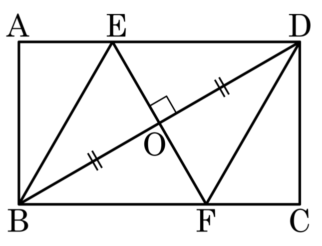
▶ 답 : ____________ °

▷ 정답 : 62°

해설

$\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, 삼각형 BOC과 DOC는 합동이다.
그러므로 $\angle BCD$ 는 이등분된다. $\angle BCA = 62°$
삼각형 AEC 의 내각의 합에 의해서 $\angle EAC = 28°$ 가 된다.
그러므로 $\angle x = 62°$ 가 된다.

5. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 대각선 BD의 수직이등분선과 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와의 교점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?

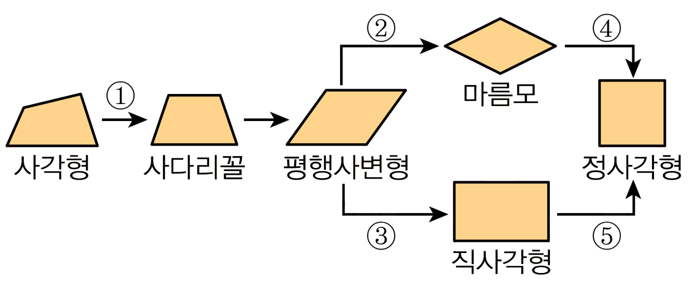


① 직사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직 이등분한다.
따라서 □EBFD는 마름모이다.

6. 다음 그림은 일반적인 사각형에 조건이 하나씩 덧붙여져 특별한 사각형이 되는 과정을 나타낸 것이다. ①~⑤에 덧붙여지는 조건을 바르게 나타낸 것은?



① 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

② 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

③ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

⑤ 다른 한 쌍의 대변이 평행하다.

해설

① 한 쌍의 대변이 평행하다.
② 이웃하는 두 변의 길이가 서로 같다.
④ 한 내각의 크기가 90°이다.
⑤ 이웃하는 변의 길이가 서로 같거나 대각선이 직교한다.

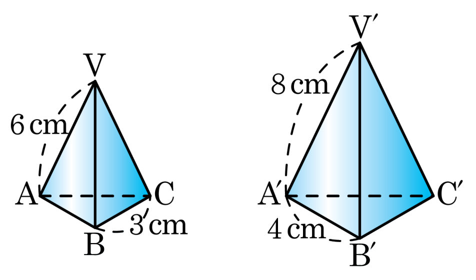
7. 다음은 사각형과 그 중점을 연결해 만든 사각형을 대응 시켜놓은 것이다. 옳지 않은 것은?

① 정사각형 - 정사각형
② 마름모 - 직사각형
③ 직사각형 - 정사각형
④ 평행사변형 - 평행사변형
⑤ 등변사다리꼴 - 마름모

해설

직사각형의 중점을 연결해 만들면 마름모가 된다. 마름모는 반드시 정사각형이라고 할 수 없다.
따라서 ③은 틀렸다.

8. 다음 그림에서 두 삼각뿔 V − ABC 와 V′ − A′B′C′ 이 닮은꼴일 때, 보기에서 맞는 것을 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB}$ 의 대응변은 $\overline{A'B'}$ 이다.

㉡ 면 VBC에 대응하는 면은 면 V′A′B′ 이다.

㉢ 닮음비는 2 : 1 이다.

㉣ 닮음비는 3 : 4 이다.

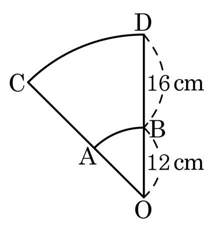
㉤ 면 VAB에 대응하는 면은 면 V′A′B′ 이다.

① ㉠, ㉡, ㉢ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉤
④ ㉠, ㉣, ㉤ ⑤ ㉢, ㉣, ㉤

해설

㉡ 면 VBC에 대응하는 면은 면 V′B′C′ 이다.
㉢ 닮음비는 3 : 4 이다.

9. 다음 그림과 같은 부채꼴에서 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$ 와 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$ 의 길이의 비와 부채꼴 AOB, COD 의 닮음비를 구한 것으로 옳은 것은?.



① $3:5$, $3:8$　② $3:7$, $5:7$

③ $4:7$, $3:8$　④ $3:7$, $3:7$

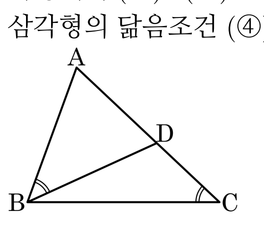
⑤ $5:7$, $3:7$

해설

길이비는 닮음비와 같으므로 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$: 5.0pt$\overset{\frown}{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{OB}} : \overline{\mathrm{OD}} = 12:28 = 3:7$

10. 다음은 $\angle ABD = \angle ACB$ 일 때, 두 삼각형이 닮음임을 증명하는 과정이다. 알맞은 것을 고르면?

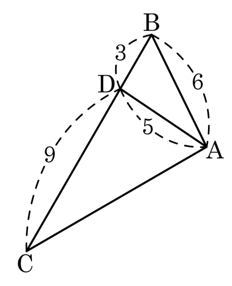
[증명]
$\triangle ABD$ 와 $\triangle ACB$ 에서 (①) 는 공통.
가정에서 (②)=(③)
삼각형의 닮음조건 (④) 에 의하여 $\triangle ABD$ (⑤) $\triangle ACB$ 이다.



① $\angle B$　　② $\angle ADB$　　③ $\angle ACB$
④ $\angle SSS$　　⑤ $\equiv$

해설
가정에서 $\angle ABD = \angle ACB$
따라서 $\triangle ABD \backsim \triangle ACB$ (SAS닮음) 이다.

11. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 의 길이는?



① 11　　② 10　　③ 9

④ 8　　⑤ 7

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle ABD = \angle CBA$

$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 1 : 2$

$\therefore \triangle ABD \backsim \triangle CBA$ (SAS 닮음)

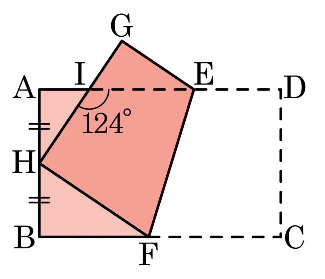
$\overline{AD} : \overline{CA} = \overline{BD} : \overline{BA}$

$5 : \overline{CA} = 3 : 6$

$3\overline{CA} = 30$

$\therefore\ \overline{CA} = 10$

12. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 변 AB 의 중점 H 에 오도록 $\overline{\mathrm{EF}}$ 를 접는 선으로 하여 접은 것이다. $\angle\mathrm{HIE} = 124°$ 일 때, $\angle\mathrm{HFE}$ 의 크기는?



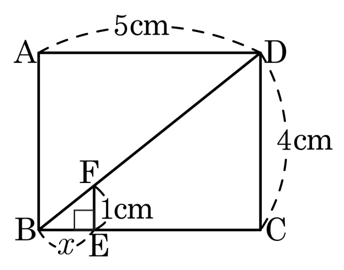
① 34°　② 48°　③ 56°　④ 62°　⑤ 73°

해설

$\angle\mathrm{HIE} = 124°$ 이므로 $\angle\mathrm{AIH} = 56°$ 이다.
$\angle\mathrm{A} = 90°$, $\angle\mathrm{AIH} = 56°$ 이므로 $\angle\mathrm{AHI} = 34°$ 이다.
$\angle\mathrm{GHF} = \angle\mathrm{C} = 90°$ 이므로 $\angle\mathrm{BHF} = 56°$ 이고 $\angle\mathrm{BFH} = 34°$ 이다. 따라서

$$x = \angle\mathrm{HFE} = \angle\mathrm{EFC} = \frac{(180° - 34°)}{2} = 73°$$

13. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형일 때, x 의 값을 구하면?



① 1 ② 1.25 ③ 1.5 ④ 1.75 ⑤ 2

해설

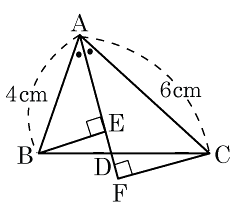
$\triangle BCD \backsim \triangle BEF$ 이므로

$\overline{CD} : \overline{EF} = \overline{BC} : \overline{BE}$ 이다.

$\overline{BC} = \overline{AD} = 5(\text{cm})$ 이므로 $4 : 1 = 5 : x$

$4x = 5$ $\quad\therefore\ x = 1.25$

14. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고, 꼭짓점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{BD} : \overline{DC}$ 의 값은?



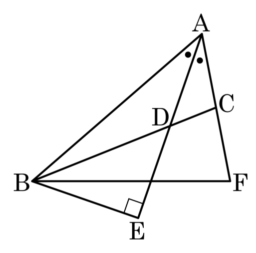
① 4 : 3　② 2 : 3　③ 7 : 6

④ 2 : 1　⑤ 3 : 2

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle ACF$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{CF} = 2 : 3$ 이고,
$\triangle BDE \backsim \triangle CDF$ 이므로 $\overline{BE} : \overline{CF} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.
따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD} = 2 : 3$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AB} = 3\overline{AC}$, $\overline{AC} = \overline{CF}$ 이다. $\triangle ADC = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBE$ 의 넓이를 구하면?



① $50\,\text{cm}^2$　② $60\,\text{cm}^2$　③ $70\,\text{cm}^2$

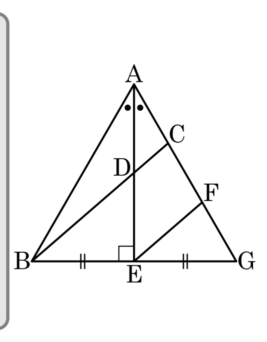
④ $80\,\text{cm}^2$　⑤ $90\,\text{cm}^2$

해설

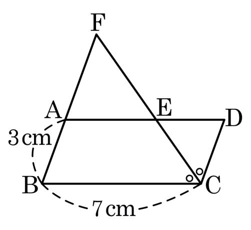
$\overline{AF}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라고 하면 $\overline{BE} = \overline{EG}$, $\overline{AC} = \overline{CF} = \overline{FG}$ 이다. $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$\triangle ABD = 3\triangle ADC$

$\overline{AD} = \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ABD = \triangle DBE$ 이다. $\therefore \triangle DBE = 3\triangle ADC = 90(\text{cm}^2)$



16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BA}$ 의 연장선과 만나는 점을 각각 E, F 라 하자. $\overline{AB} = 3\,\mathrm{cm}$, $\overline{BC} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



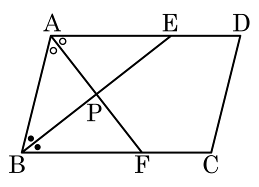
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{BF} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle AFE = \angle ECD$ (엇각)
$\triangle FBC$ 에서 $\angle BFC = \angle BCF$ 이므로 $\triangle FBC$ 는 $\overline{BF} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다.
따라서 $\overline{BF} = \overline{BC} = 7(\mathrm{cm})$ 이므로
$\overline{AF} = \overline{BF} - \overline{AB} = 7 - 3 = 4(\mathrm{cm})$

17. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}$, $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AEB + \angle AFB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답: 90°

해설

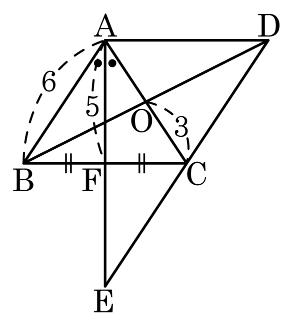
$\angle A + \angle B = 180°$

$\angle A + \frac{1}{2}\angle B + \angle AEB = 180°$

$\angle B + \frac{1}{2}\angle A + \angle AFB = 180°$

$$\begin{aligned} \therefore\ \angle AEB + \angle AFB &= 360° - \frac{3}{2}(\angle A + \angle B) \\ &= 360° - 270° \\ &= 90° \end{aligned}$$

18. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 의 중점을 지나고, $\overline{AF}=5$, $\overline{AB}=6$, $\overline{OC}=3$ 일 때, $\triangle ACE$ 의 둘레를 구하면?

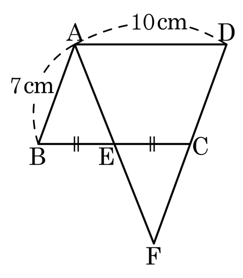


① 20 ② 21 ③ 22 ④ 23 ⑤ 24

해설

$\angle AFB = \angle CFE$, $\angle BAF = \angle FEC$ 이고, $\overline{BF} = \overline{FC}$ 이므로 $\triangle ABF \equiv \triangle ECF$ 이다.
따라서 $\triangle ACE$ 의 둘레는 $6+6+5+5=22$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 7\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이는?

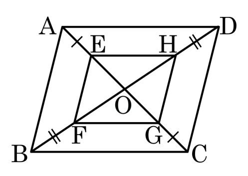


① 7 cm　② 9 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 7\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}} = 5\,\mathrm{cm}$
$\angle\mathrm{AEB} = \angle\mathrm{FEC}$ (맞꼭지각)
$\angle\mathrm{ABE} = \angle\mathrm{FCE}$ (엇각)
$\triangle\mathrm{ABE} \equiv \triangle\mathrm{FCE}$, $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 7\,\mathrm{cm}$
$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{FC}} = 14(\,\mathrm{cm})$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 일 때, □EFGH는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

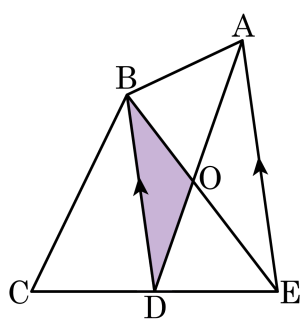
해설

$\overline{AO} = \overline{CO}, \overline{AE} = \overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO} = \overline{GO}$

$\overline{BO} = \overline{DO}, \overline{BF} = \overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO} = \overline{HO}$

따라서 사각형 EFGH는 평행사변형이다.

21. 다음 그림에서 $\overline{AE} /\!/ \overline{BD}$, $\triangle BCE = 40cm^2$, $\triangle ODE = 10cm^2$, $\overline{BD}$가 $\square ABCD$의 넓이를 이등분할 때, $\triangle OBD$의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



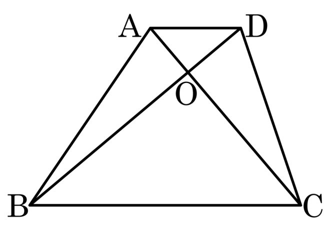
▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$\overline{AE} /\!/ \overline{BD}$이므로 밑변과 높이가 같으므로 $\triangle ABD = \triangle EDB$
여기서 $\triangle OBD$는 공통이므로 $\triangle OAB = \triangle ODE = 10(cm^2)$
$\square ABCD = \triangle BCD + \triangle ABD = \triangle BCD + \triangle BDE = \triangle BCE = 40(cm^2)$
$\overline{BD}$가 $\square ABCD$를 이등분하므로
$\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle BCD = \triangle BDE = \triangle OBD + \triangle ODE = \triangle OBD + 10(cm^2)$
$\frac{40}{2} = \triangle OBD + 10$
$\therefore \triangle OBD = 10(cm^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=1:3$ 이다. $\square ABCD = 64\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\square ABCD = \triangle AOD + \triangle DOC + \triangle OBC + \triangle ABO$ 이다.
$\triangle AOD$ 의 넓이를 a 라고 하면, $1:3 = a:\triangle DOC$, $\triangle DOC = 3a$
$\triangle DOC = \triangle ABO = 3a$, $1:3 = 3a:\triangle BOC$, $\triangle BOC = 9a$
$\square ABCD = a + 3a + 3a + 9a = 16a = 64\text{cm}^2$, $a = 4\text{cm}^2$
$\therefore\ \triangle ABO = 3a = 12\text{cm}^2$.

23. 닮음비가 $4:5$ 인 두 정사각형이 있다. 이 두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 일 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 a cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 b cm 라고 하자. $a+b$ 의 값은?

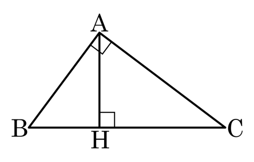
① 8 ② 10 ③ 18 ④ 32 ⑤ 40

해설

두 정사각형의 둘레의 합이 72cm 이므로 작은 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{4}{9}=32(\mathrm{cm})$, 큰 정사각형의 둘레는 $72\times\frac{5}{9}=40(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 한 변의 길이는 각각 $a=8,\ b=10$ 이다.

$\therefore a+b=8+10=18$

24. 다음 그림은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 에서 변 BC 위에 수선의 발을 내린 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle HBA$

② $\triangle HAC \backsim \triangle HBA$

③ $\overline{AB^2} = \overline{BH} \cdot \overline{BC}$

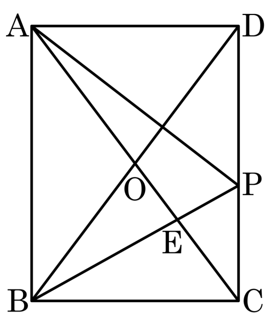
④ $\overline{AC^2} = \overline{CH} \cdot \overline{CB}$

⑤ $\overline{AH^2} = \overline{HB} \cdot \overline{BC}$

해설

$\overline{AH^2} = \overline{BH} \cdot \overline{CH}$

25. 다음 그림과 같이 가로, 세로, 한 대각선의 길이가 각각 3, 4, 5 인 직사각형 ABCD 의 변 CD 위에 한 점 P 를 잡고 선분 PB 와 대각선 AC 와의 교점을 E 라 할 때, 삼각형 PBD 와 삼각형 PAC 의 넓이의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

밑변 $\overline{PC}$ 가 공통이므로 $\triangle PAC = \triangle PBC$

$$\begin{aligned} \triangle PBD + \triangle PAC &= \triangle PBD + \triangle PBC \\ &= \triangle BCD \\ &= \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6 \end{aligned}$$