

1. 다음 중 이차방정식을 모두 고르면? (정답 2개)

① $x^2 + 5x - 9 = x^2 - 6x + 15$

② $5x - 8 = 9$

③ $x^5 - 3x^2 + x - 10 = 5$

④ $x^2 - 1 = 9$

⑤ $(x + 5)^2 = 4x^2$

해설

④, ⑤ x 에 관한 이차방정식이다.

2. 다음 중 $x = 1$ 을 근으로 갖는 이차방정식은?

① $(x-1)^2 = 1$

② $x^2 + 4 = 4x$

③ $x^2 - 2x + 1 = 0$

④ $x^2 - 4x = 0$

⑤ $x(x+3) = 0$

해설

① $(1-1)^2 \neq 1$

② $1^2 + 4 \neq 4 \cdot 1$

③ $1^2 + (-2) \cdot 1 + 1 = 0$

④ $1^2 + (-4) \cdot 1 \neq 0$

⑤ $1 \cdot (1+3) \neq 0$

3. 이차방정식 $x(x+4) = 3x$ 를 풀면?

① $x = 0$ 또는 $x = -3$

② $x = 0$ 또는 $x = -2$

③ $x = 0$ 또는 $x = -1$

④ $x = 0$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = 2$

해설

$$\begin{aligned}x(x+4) &= 3x, x^2 + 4x - 3x = 0 \\x^2 + x &= 0, x(x+1) = 0 \\ \therefore x &= 0 \text{ 또는 } x = -1\end{aligned}$$

4. $x(x-7) = 18$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax - 6a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

- ① -4 ② -2 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 7x - 18 = (x-9)(x+2) = 0$$

$$\therefore x = -2, 9$$

$$(-2)^2 - a(-2) - 6a = 0 \text{ 을 정리하면 } 4a = 4 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = 1$$

5. $6x^2 - 12x + 6 = 0$ 을 풀면?

① $x = -2$ (증근) ② $x = -3$ (증근) ③ $x = 5$ (증근)

④ $x = 1$ (증근) ⑤ $x = 3$ (증근)

해설

$$6(x^2 - 2x + 1) = 0, 6(x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ (증근)}$$

6. 이차방정식 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

- ① -8 ② -6 ③ 0 ④ 6 ⑤ 8

해설

중근을 가지려면 $x^2 + 8x + 24 - m = 0$ 이 완전제곱식이 되어야
하므로 $24 - m = 16$
 $\therefore m = 8$

7. 다음 이차방정식 중 근이 없는 것은?

① $x^2 - 2 = 0$ ② $2x^2 - 6 = 0$ ③ $x^2 = 4$

④ $x^2 + 5 = 0$ ⑤ $2(x-5)^2 = 12$

해설

④ $x^2 = -5$ 이므로 근이 없다.

9. 근의 공식을 이용하여 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 의 근을 구하면?

① $x = \frac{-2 \pm \sqrt{2}}{2}$ ② $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ ③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$

④ $x = 2 \pm 2\sqrt{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{3^2 - 9(-1)}}{9} = \frac{3 \pm \sqrt{18}}{9} = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

10. 이차방정식 $x^2 - ax - 12 = 0$ 의 한 근이 -3 이고 다른 한 근은 $3x^2 - 11x + b = 0$ 의 근 일 때, ab 의 값은?

- ① -92 ② -12 ③ -4 ④ 4 ⑤ 92

해설

$$x^2 - ax - 12 = 0 \text{ 에 } x = -3 \text{ 을 대입하면 } 9 + 3a - 12 = 0, a = 1$$

$$x^2 - x - 12 = 0, (x - 4)(x + 3) = 0$$

다른 한 근은 $x = 4$

$$3x^2 - 11x + b = 0 \text{ 에 } x = 4 \text{ 를 대입하면 } 48 - 44 + b = 0, b = -4$$

$$\therefore ab = 1 \times (-4) = -4$$

11. 이차방정식 $x^2+5x+1=0$ 의 한 근이 a 일 때, $a+\frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -8 ③ 1 ④ 8 ⑤ 5

해설

$x = a$ 를 주어진 식에 대입하면 $a^2+5a+1=0$ 에서 $a+5+\frac{1}{a}=0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = -5$$

12. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 가 $x = 4$ 를 해로 가질 때, 다른 해를 구하면?

- ① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

$x = 4$ 가 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이므로 대입하면 $16 - 8 + a = 0$ $\therefore a = -8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 을 인수분해하면 $(x - 4)(x + 2) = 0$
 $x = 4, -2$ 이므로 다른 해는 $x = -2$

13. 이차방정식 $x^2 + 5x - 9 = 0$ 을 $(x + P)^2 = Q$ 의 꼴로 고칠 때, $P + 2Q$ 의 값을 구하면?

- ① -33 ② -12 ③ -4 ④ 0 ⑤ 33

해설

$$x^2 + 5x - 9 = 0$$

$$\left(x + \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P = \frac{5}{2}, Q = \frac{61}{4}$$

$$\therefore P + 2Q = \frac{5}{2} + \frac{61}{2} = 33$$

14. 이차방정식 $(x-1)^2 = a+4$ 에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a = 0$ 이면 두 근의 곱은 3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 중근 1 을 갖는다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 실수인 해를 갖지 않는다.

- ① ㉡ ② ㉢ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

- ㉠ $a = 0$ 이면 $(x-1)^2 = 4$, $x-1 = \pm 2$
따라서 $x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로 두 근의 곱은 -3 이다.
- ㉡ $a = -4$ 이면 $(x-1)^2 = 0$
따라서 $x = 1$ (중근) 이다.
- ㉢ $a = -5$ 이면 $(x-1)^2 = -1$, 실수의 제곱은 음수가 될 수 없으므로 실수의 해가 없다.

15. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

- ① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$
 ④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

16. 이차방정식 $x^2 + ax - 10 = 0$ 의 해가 정수일 때, 정수 a 의 개수를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

곱이 -10 인 두 정수는

$$-10 = (-1) \times 10 = 1 \times (-10)$$

$$= (-2) \times 5 = 2 \times (-5)$$

$(-1, 10), (1, -10), (-2, 5), (2, -5)$

이므로 두 수의 합은 $-9, 9, -3, 3$ 이다.

$a = 9$ 또는 $a = -9$ 또는 $a = 3$ 또는 $a = -3$

따라서 정수 a 의 개수는 4 이다.

17. $3\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 - 2\left(x + \frac{1}{3}\right) - 1 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ㉠ 0 ㉡ 1 ㉢ $\frac{1}{2}$ ㉣ $-\frac{5}{6}$ ㉤ $-\frac{1}{3}$

해설

$x + \frac{1}{3} = A$ 로 치환하면

$$3A^2 - 2A - 1 = (3A + 1)(A - 1) = 0$$

$$A = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } A = 1$$

$$x = -\frac{2}{3} \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{2}{3} + \frac{2}{3} = 0$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 2 ④ 1 ⑤ -1

해설

$x^2 + (k+1)x + 1 = 0$ 이 중근을 가지려면 $(k+1)^2 - 4 \times 1 \times 1 = 0$
 $k^2 + 2k - 3 = 0$
 $(k-1)(k+3) = 0$
 $\therefore k = -3$ 또는 $k = 1$
 $-3, 1$ 이 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이므로
 $9 - 3a + b = 0, a + a + b = 0$
두 식을 연립하면 $a = 2, b = -3$ 이다.
 $\therefore a + b = 2 + (-3) = -1$

19. 이차방정식 $x^2 + 2x + c = 0$ 이 서로 다른 실근을 가질 때, 다음 중 c 의 값으로 적당한 것은?

- ① -2 ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{3}$

해설

이차방정식이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 조건은

$D > 0$ 이다. (단, x 의 계수가 짝수일 경우 $\frac{D}{4} > 0$)

즉, $(-1)^2 - c > 0$

$\therefore c < 1$

20. 대각선의 총수가 65 개인 다각형은 몇 각형인가?

- ① 십각형 ② 십일각형 ③ 십이각형
④ 십삼각형 ⑤ 십사각형

해설

n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 이므로

$$\frac{n(n-3)}{2} = 65$$

$$n^2 - 3n - 130 = 0$$

$$(n+10)(n-13) = 0$$

$$\therefore n = 13 \text{ (} n \text{ 은 자연수)}$$

따라서 십삼각형이다.

21. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배를 하였더니 제공을 한 것보다 99 만큼 작아졌다. 원래 구해야 될 값은?

- ① 64 ② 81 ③ 100 ④ 121 ⑤ 144

해설

어떤 수를 x 라고 하여 식을 세우면

$$x^2 = 2x + 99$$

$$x^2 - 2x - 99 = 0$$

$$(x - 11)(x + 9) = 0$$

$$x = 11 \text{ 또는 } x = -9$$

x 는 자연수이므로 11

$$x^2 = 11^2 = 121 \text{ 이다.}$$

22. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

- ① 4 명 ② 6 명 ③ 8 명 ④ 10 명 ⑤ 12 명

해설

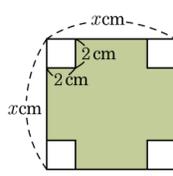
학생 수를 x 라 하면 빵의 수는 $x-2$ 가 된다.

$$x(x-2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x-8)(x+6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서 $x = 8$ ($x > 0$) 이 된다.

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 x cm 인 정사각형모양의 두꺼운 종이의 네 귀퉁이에서 한 변의 길이가 2 cm 인 정사각형을 각각 잘라내어 만든 상자의 부피가 50 cm^3 일 때, x 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{5}$ ② 4 ③ $4 - \sqrt{5}$
 ④ 9 ⑤ $4 + 2\sqrt{5}$

해설

$$(x-4)^2 \times 2 = 50$$

$$\therefore x = 9 (\because x > 0)$$

24. 이차방정식 $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$$\therefore a+b+2=1$$

25. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

- ① 1 초 ② 2 초 ③ 3 초 ④ 4 초 ⑤ 5 초

해설

$$\begin{aligned}25t - 5t^2 &= 20 \\5t^2 - 25t + 20 &= 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t-4)(t-1) = 0 \\ \therefore t &= 1, 4 \\ \therefore A &= 4 - 1 = 3 \text{ (초)}\end{aligned}$$