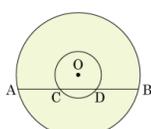


1. 다음 그림과 같이 중심이 점 O 이고 반지름의 길이가 다른 두 개의 원이 있다. $\overline{AB} = 10\sqrt{2}\text{cm}$, $\overline{CD} = 4\sqrt{2}\text{cm}$ 일 때, \overline{AC} 의 길이는?

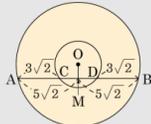


- ① $5\sqrt{2}\text{cm}$ ② $4\sqrt{2}\text{cm}$ ③ $3\sqrt{2}\text{cm}$
 ④ $2\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $\sqrt{2}\text{cm}$

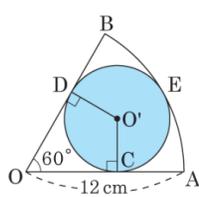
해설

$$\overline{MC} = \frac{1}{2}\overline{CD} = 2\sqrt{2}(\text{cm}), \overline{MA} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5\sqrt{2}(\text{cm}),$$

$$\therefore \overline{AC} = 5\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 3\sqrt{2}(\text{cm})$$



2. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 12 cm 인 부채꼴 안에 원 O' 이 내접한다. 원 O' 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\hspace{1cm}} \text{ cm}^2$

▷ 정답: $16\pi \text{ cm}^2$

해설

$$\overline{OE} = \overline{OA} = 12 \text{ (cm)}, \overline{O'C} = \overline{O'E} = x$$

라고 하면

$$\overline{O'O} = 12 - x$$

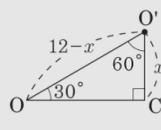
$$1 : 2 = x : (12 - x)$$

$$2x = 12 - x$$

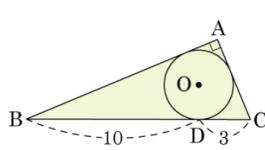
$$3x = 12$$

$$\therefore x = 4 \text{ (cm)}$$

따라서 넓이는 $4 \times 4 \times \pi = 16\pi \text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.



3. 다음 그림에서 원 O는 직각삼각형 ABC의 내접원이다. $\triangle ABC$ 의 넓이는? (단, $\overline{BD} = 10$, $\overline{CD} = 3$)

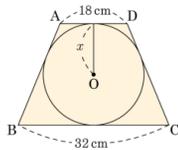


- ① 12 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 48

해설

원 O의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\overline{AB} = 10 + r$, $\overline{AC} = 3 + r$ 이고
 $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{AC}^2$ 이므로
 $13^2 = (10 + r)^2 + (3 + r)^2$
 $169 = 100 + 20r + r^2 + 9 + 6r + r^2$
 $2r^2 + 26r - 60 = 0$
 $r^2 + 13r - 30 = 0$
 $(r + 15)(r - 2) = 0$
 $r > 0$ 이므로 $r = 2$
 $\therefore \overline{AB} = 12$, $\overline{AC} = 5$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{AC} = \frac{1}{2} \times 12 \times 5 = 30$

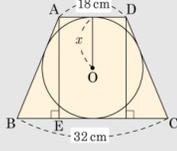
4. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 등변사다리꼴 ABCD에서 $\overline{AD} = 18\text{cm}$, $\overline{BC} = 32\text{cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



- ① 12cm ② 13cm ③ 14cm ④ 15cm ⑤ 18cm

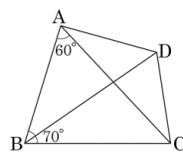
해설

$$\begin{aligned} \overline{AB} + \overline{CD} &= 18 + 32 = 50(\text{cm}) \\ \square ABCD \text{ 는 등변사다리꼴이므로 } \overline{AB} &= \overline{CD} \\ \therefore \overline{AB} &= 25(\text{cm}) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{점 A 에서 } \overline{BC} \text{ 에 내린 수선의 발을 E 라 하면} \\ \overline{BE} = 7(\text{cm}) \quad \therefore \overline{AE} = 2x = \sqrt{25^2 - 7^2} = 24(\text{cm}) \\ \therefore x = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}) \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때, $\angle BDC$ 의 크기는?

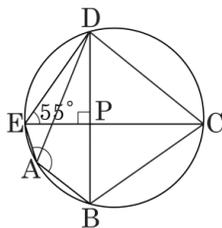


- ① 50° ② 55° ③ 60° ④ 65° ⑤ 70°

해설

$$\angle BDC = \angle BAC = 60^\circ (\because \widehat{BC} \text{의 원주각})$$

6. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 가 원에 내접할 때, $\angle BAE$ 의 크기를 구하면?



- ① 148° ② 147° ③ 146° ④ 145° ⑤ 144°

해설

$\triangle EPD$ 에서

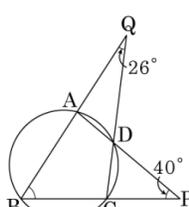
$$\angle EDP = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

$\square ABDE$ 에서

$$\angle EDP + \angle BAE = 180^\circ$$

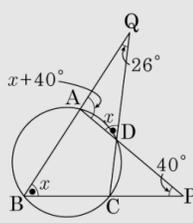
$$\therefore \angle BAE = 180^\circ - 35^\circ = 145^\circ$$

7. 다음 그림에서 $\angle P = 40^\circ$, $\angle Q = 26^\circ$ 일 때,
 $\angle B$ 의 크기는?



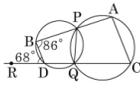
- ① 57° ② 58° ③ 59° ④ 60° ⑤ 61°

해설



$\angle B = x$ 라 하면 $\angle QDA = x$
 $\triangle ABP$ 에서 $\angle QAD = x + 40^\circ$
 $\triangle AQD$ 에서 $26^\circ + x + x + 40^\circ = 180^\circ$
 $\therefore x = 57^\circ$

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 86^\circ$ 이고 $\angle BDR = 68^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기로 알맞은 것은?



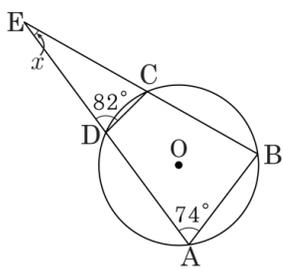
- ① 91° ② 92° ③ 93° ④ 94° ⑤ 95°

해설

$$\angle CQP = 86^\circ$$

$$\angle CAP = 180^\circ - 86^\circ = 94^\circ$$

10. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?

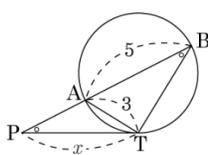


- ① 20° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설

$$\begin{aligned} \angle DCE &= 74^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - 74^\circ - 82^\circ = 24^\circ \end{aligned}$$

11. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 이다. \overline{PT} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{6}$

해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

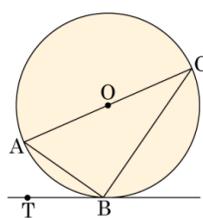
$$\overline{PA} = \overline{AT} = 3, x^2 = 3 \times 8$$

$$x^2 = 24$$

$$\therefore x = 2\sqrt{6} (\because x > 0)$$

12. 다음 그림에서 \overline{AC} 는 원 O 의 지름이고 \overline{TB} 는 접선이다. $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 1 : 2$ 일 때, $\angle ABT$ 의 크기는?

- ① 25° ② 30° ③ 35°
 ④ 40° ⑤ 45°

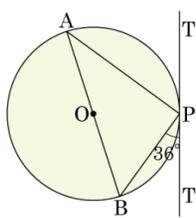


해설

\overline{AC} 가 지름이므로 $\angle ABC = 90^\circ$,
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 1 : 2$ 이므로 $\angle ACB = x$ 라 하면,
 $\angle CAB = 2x$
 $\therefore 3x = 90^\circ, x = 30^\circ$
 $\therefore \angle ABT = \angle ACB = x = 30^\circ$

13. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O의 지름이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 접선이다. $5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{BP}$ 를 간단한 정수의 비로 나타낸 것은?

- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 2 : 1
 ④ 3 : 2 ⑤ 3 : 4



해설

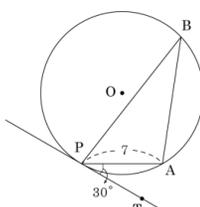
$$\angle OAP = 36^\circ$$

점 O와 P를 이으면, $\triangle OAP$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BOP = 72^\circ$, $\angle AOP = 108^\circ$

호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{BP} = 108 : 72 = 3 : 2$$

15. 다음 그림에서 직선 PT가 원 O의 접선일 때, 이 원의 지름을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 14

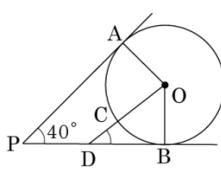
해설

$\angle APT = \angle PBA = \angle PB'A = 30^\circ$ 이므로

$$\sin 30^\circ = \frac{\overline{PA}}{\overline{P'B}} = \frac{7}{\overline{P'B}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{P'B} = 14$$

17. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다. $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 \overline{OC} 의 연장선과 \overline{PB} 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다. (\quad)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

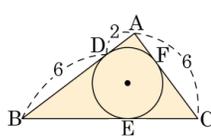
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

18. 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

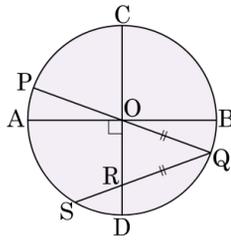
$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로

이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

따라서, 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$

21. 다음 그림과 같이 지름 AB 와 CD 는 수직으로 만나며, 점 R 은 \overline{OD} 위의 임의의 점이다. $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 위에 $\widehat{OQ} = \widehat{RQ}$ 가 되도록 점 Q 를 잡으면 $5.0\text{pt}\widehat{AP} = 3\text{cm}$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AS}$ 의 길이는?

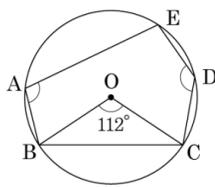


- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm ④ 8cm ⑤ 9cm

해설

점 Q 에서 \overline{CD} 에 내린 수선의 발을 H 라 하면
 $\overline{CD} \perp \overline{QH}$, $\overline{QH} \parallel \overline{AB}$ 이므로
 $\angle OQH = \angle BOQ$ (엇각) = $\angle AOP$ (맞꼭지각)
 $\angle PQH = \angle RQH = x$ 라 하면,
 $\angle PQS = 2x$, $\angle POS = 2 \times \angle PQS = 2 \times 2x = 4x$
 $\angle AOS = \angle POS - \angle AOP = 4x - x = 3x$
 $\angle AOP : \angle AOS = 5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{AS}$
 $x : 3x = 3 : 5.0\text{pt}\widehat{AS}$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AS} = 9(\text{cm})$

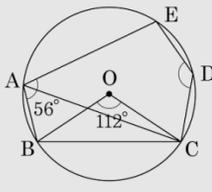
22. 다음 그림에서 오각형 ABCDE 는 원 O 에 내접하고 $\angle BOC = 112^\circ$ 일 때, $\angle A + \angle D$ 의 크기는?



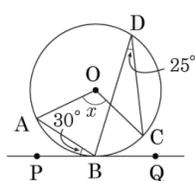
- ① 252° ② 236° ③ 212° ④ 186° ⑤ 164°

해설

점 A 와 점 C 에 보조선을 그으면
 $\angle D + \angle EAC = 180^\circ$, $\angle BAC = \frac{1}{2} \times$
 $\angle BOC = 112^\circ = 56^\circ$
 $\therefore \angle A + \angle D = 180^\circ + 56^\circ = 236^\circ$



23. 다음 그림에서 직선 PQ가 원 O의 접선이고 점 B가 접점일 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하여라.

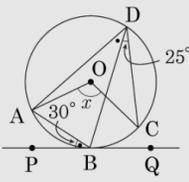


▶ 답: $\quad \quad \quad \circ$

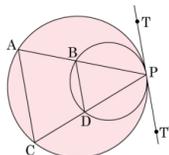
▷ 정답: 110°

해설

점 A와 D에 보조선을 그으면
 $\angle ABP = \angle ADB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle ADC = 55^\circ$
 $\therefore \angle x = 55^\circ \times 2 = 110^\circ$



24. 다음 그림에서 점 P는 두 원의 접점이고 직선 TT'는 점 P를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

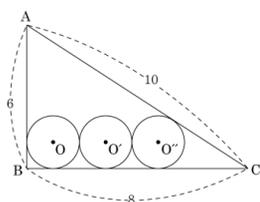


- ① $\angle PDB = \angle PCA$ ② $\angle BPT = \angle ACP$
 ③ $\angle BPT = \angle BDP$ ④ $\overline{AC} // \overline{BD}$
 ⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

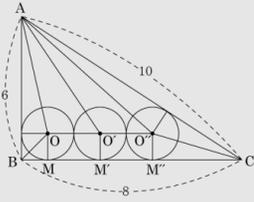
25. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 6, 8, 10 인 삼각형 ABC 에 서로 외접하는 같은 크기의 세 원 O, O', O'' 이 내접한다. 이때, 원의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설



$$\angle B = 90^\circ \text{ 이므로 } \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

세 원의 중심 O, O', O'' 에서 \overline{BC} 에 내린 수선의 발을 각각 M, M', M'' 이라 하고

세 원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= \triangle OAB + \triangle O''CA \\ &\quad + (\triangle OBM + \triangle O''M''C) \\ &\quad + (\triangle AOO' + \triangle AO'O'') \\ &\quad + (\square OMM'O' + \square O'M'M''O'') \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 24 &= \frac{6}{2}r + \frac{10}{2}r + \frac{1}{2} \times (8 - 4r) \times r \\ &\quad + \frac{1}{2} \times 2r \times (6 - r) \times 2 + r \times 4r \end{aligned}$$

$$\therefore r = 1$$