

1. 다음 이차방정식을 풀어라.

$2x(x+3)=x^2-1$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-3+2\sqrt{2}$

▷ 정답 : $-3-2\sqrt{2}$

해설

$$2x^2+6x=x^2-1$$
$$x^2+6x+1=0$$

근의 공식을 이용하면

$$x=\frac{-3\pm\sqrt{9-1}}{1}=-3\pm\sqrt{8}=-3\pm2\sqrt{2}\text{이다.}$$

2. 이차방정식 $3x^2 - 3x - 2 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ② $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{3}$ ③ $x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6}$
④ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ ⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{2}$

해설

$3x^2 - 3x - 2 = 0$ 에서 $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 를 이용하면 $a = 3$, $b = -3$, $c = -2$ 이므로
 $x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \times 3 \times (-2)}}{2 \times 3} = \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6}$ 이다.

3. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

- ① $-2 \pm 2\sqrt{10}$
- ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$
- ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$
- ④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$
- ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$
$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$
$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

4. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

5. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

6. 이차방정식 $x^2 - 2x - 4 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$x^2 - 2x - 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$x = 1 \pm \sqrt{5}$$

$$A = 1, B = 5,$$

$$\therefore A + B = 6$$

7. 다음 이차방정식 $5x^2 - 2x + k$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 5k}}{5} = \frac{1 \pm \sqrt{11}}{5}$$

$$1 - 5k = 11$$

$$\therefore k = -2$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 6x - 5 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다.

$A - B$ 의 값은?

- ① 16 ② -16 ③ 12 ④ -12 ⑤ -10

해설

$$2x^2 - 6x - 5 = 0$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 + 10}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{19}}{2}$$

$$A = 3, B = 19$$

$$\therefore A - B = 3 - 19 = -16$$

9. 이차방정식 $2x^2 - 9x - ax + 3a + 8 = 0$ 이 정수의 근을 가질 때, 정수 a 의 값들의 합을 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

주어진 식을 a 에 관하여 정리하면 $-a(x-3) + 2x^2 - 9x + 8 = 0$ 이다.

$$\begin{aligned} a &= \frac{2x^2 - 9x + 8}{x-3} \\ &= \frac{(x-3)(2x-3) - 1}{x-3} \\ &= 2x - 3 - \frac{1}{x-3} \end{aligned}$$

a 는 정수이므로 $x-3 = \pm 1$ 이다.

$x = 2$ 또는 $x = 4$ 이므로

(i) $x = 2$ 일 때, $a = 2$

(ii) $x = 4$ 일 때, $a = 4$ 이다.

따라서 정수 a 의 값들의 합은 $2 + 4 = 6$ 이다.

10. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

12. 다음 이차방정식 중 해가 없는 것은?

① $x^2 - 2x - 4 = 0$

② $2x^2 - 5x + 3 = 0$

③ $x^2 - 4x + 5 = 0$

④ $x^2 - 4x + 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 10x + 5 = 0$

해설

판별식 $D < 0$ 이면 이차방정식의 해가 없다.

① $\frac{D}{4} = 1 + 4 = 5 > 0$

② $D = 25 - 24 = 1 > 0$

③ $\frac{D}{4} = 4 - 5 = -1 < 0$

④ $\frac{D}{4} = 4 - 4 = 0$

⑤ $\frac{D}{4} = 25 - 15 = 10 > 0$

13. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0 \quad \therefore$ 근이 없다.

14. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 중근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

15. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 2k + 3 = 0$ 이 서로 다른 두 근을 갖기 위한 k 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{3}{4}$

② $k < -\frac{1}{2}$

③ $k < 0$

④ $k < \frac{1}{2}$

⑤ $k < \frac{3}{4}$

해설

$$\frac{D}{4} = 9 - 2 \times (2k + 3) > 0, k < \frac{3}{4}$$

16. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

17. 두 이차방정식 $x^2 - 12x + a = 0$, $(x - b)^2 = 0$ 의 근이 같고 근의 개수는 1개일 때, $a + b$ 의 값은?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

$x^2 - 12x + a = 0$ 은 중근을 가지고, $(x - b)^2 = 0$ 도 같은 근을 가진다.

따라서 $a = 36$, $b = 6$ 이므로

$a + b = 42$ 이다.

18. 세 자리 자연수가 있다 각 자리의 수의 합은 9이고, 일의 자리의 수의 2배는 다른 두 자리의 수의 합과 같다.
또, 이 자연수의 각 자리수를 거꾸로 늘어놓아 얻은 자연수는 처음 자연수보다 99만큼 크다. 처음 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 243

해설

일의 자리, 십의 자리, 백의 자리의 수를 각각 p, q, r 라 하면,
 p, q 는 0 이상 10미만의 정수이고
 r 은 1 이상 10미만의 자연수이다.

$$\begin{cases} p + q + r = 9 & \cdots \textcircled{1} \\ 2p = q + r & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $p = 3$

$$(100r + 10q + 3) + 99 = 100 \times 3 + 10q + r$$

$$\therefore r = 2, q = 4$$

따라서 구하는 수는 243 이다.

19. 인기 라디오 프로그램에서 추첨을 통해 문화상품권 30 장을 청취자에게 나누어 주는데 한 사람에게 돌아가는 문화상품권의 수는 청취자의 수보다 7 개가 적다고 한다. 문화상품권을 타는 청취자의 수를 구하여라.

▶ 답 : 명

▷ 정답 : 10 명

해설

문화상품권을 타는 청취자의 수를 x 명 이라 하면,

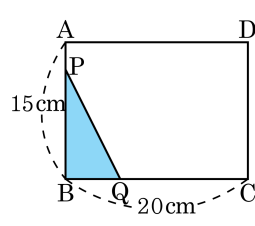
$$x(x-7)=30$$

$$x^2-7x-30$$

$$(x-10)(x+3)=0$$

$$\therefore x=10 (\because x \text{ 는 자연수})$$

20. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 15\text{ cm}$, $\overline{BC} = 20\text{ cm}$ 인 직사각형 ABCD가 있다. 점 P는 변 AB위를 점 A로부터 B까지 매초 1cm의 속력으로 움직이고, 점 Q는 변 BC위를 점 B로부터 C까지 매초 2cm의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 P, Q가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BPQ$ 의 넓이가 36 cm^2 가 되는지

▶ 답: 초

▶ 정답 : 3 초

해설

x 초 후에 $\overline{PB} = (15 - x) \text{ cm}$, $\overline{BQ} = 2x \text{ cm}$ $\triangle BPQ$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \overline{PB} \times \overline{BQ} \text{ 이므로}$$
$$\frac{1}{2} (15 - x) 2x = 36$$
$$2x^2 - 30x + 72 = 0$$
$$x^2 - 15x + 36 = 0$$
$$(x - 3)(x - 12) = 0$$

$\therefore x = 3$ (초) (단, $0 < x < 10$)