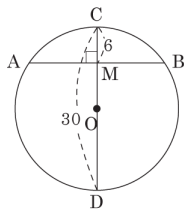


1. 다음 그림과 같이 지름의 길이가 30 인 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{CM}$, $\overline{CM} = 6$ 일 때, 현 AB 의 길이는?



① 12

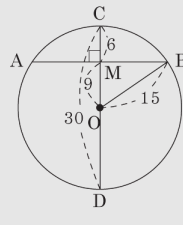
② 16

③ 24

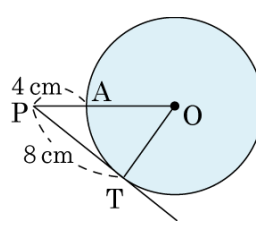
④ 34

⑤ 36

해설


$$\overline{OB} = 15, \overline{OM} = 9 \text{ 이므로}$$
$$\triangle OBM \text{ 에서 } \overline{BM} = \sqrt{15^2 - 9^2} = 12$$
$$\overline{BM} = \overline{AM} \text{ 이므로}$$
$$\overline{AB} = 2 \times 12 = 24$$

2. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PT}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $\overline{PT} = 8\text{ cm}$, $\overline{PA} = 4\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 넓이는?

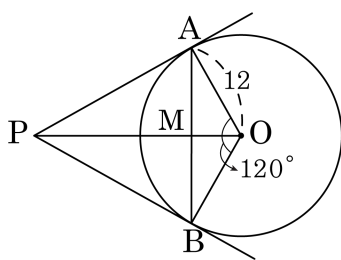


- ① $24\pi\text{ cm}^2$ ② $36\pi\text{ cm}^2$
 ③ $49\pi\text{ cm}^2$ ④ $60\pi\text{ cm}^2$
 ⑤ $65\pi\text{ cm}^2$

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면, $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r+4)^2 = 64 + r^2$
 $\therefore r = 6$
 따라서 원의 넓이는 $\pi r^2 = 36\pi\text{ cm}^2$ 이다.

3. 다음 그림과 같이 원 밖의 한 점 P에서 원 O에 그은 두 접선은 각각 점 A, B에서 접한다. $\angle AOB = 120^\circ$, $AO = 12$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

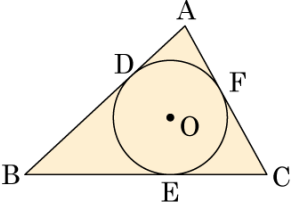


- ① $\angle APB = 60^\circ$ ② $\overline{PA} = 12\sqrt{3}$ ③ $\overline{AB} = 12$
 ④ $\angle OAB = 30^\circ$ ⑤ $\overline{OB} = 12$

해설

$\triangle PAB$ 는 정삼각형이므로
 $\triangle PAO$ 에서 $\overline{PA} : \overline{AO} = \sqrt{3} : 1 = \overline{PA} : 12$
 $\therefore \overline{AB} = \overline{PA} = 12\sqrt{3}$

4. 다음 그림에서 원은 내접원이고 점 D, E, F 는 각 선분의 접점이다. $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = 22$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.

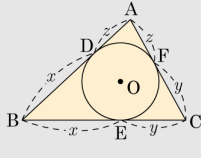


▶ 답 :

▷ 정답 : 44

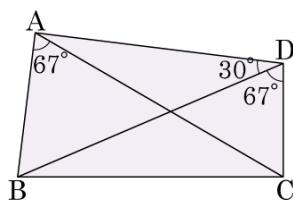
해설

아래의 그림을 보면



$x+y+z = 22$ 이므로 $(\triangle ABC \text{ 의 둘레의 길이}) = 2(x+y+z) = 44$ 이다.

5. 다음 사각형 ABCD 에서 $\angle BAC = \angle BDC = 67^\circ$, $\angle ADB = 30^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라. (단, $\square ABCD$ 는 원에 내접한다.)



▶ 답: 1

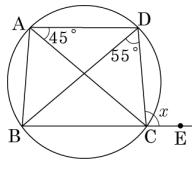
▶ 정답 : 83°

해설

$$\angle ADB = \angle ACB = 30^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 } \angle ABC = 180^\circ - 67^\circ - 30^\circ = 83^\circ$$

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하면?



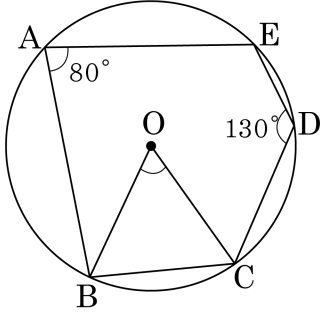
- ① 100° ② 102° ③ 104° ④ 106° ⑤ 108°

해설

$$\angle BAC = \angle BDC = 55^\circ$$

$$\therefore \angle x = 45^\circ + 55^\circ = 100^\circ$$

7. 다음 그림과 같이 오각형 ABCDE 가 원 O 에 내접하고 $\angle A = 80^\circ$, $\angle D = 130^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하여라.



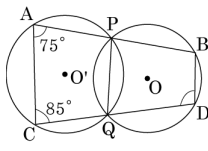
▶ 답 : °

▷ 정답 : 60 °

해설

B 와 D 를 이으면 $\square ABDE$ 는 원에 내접하므로 $\angle A + \angle BDE = 180^\circ$
 $\angle BDC = 80^\circ + 130^\circ - 180^\circ = 30^\circ$
 $\angle BOC = 2\angle BDC = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$

8. 다음 그림에서 두 원 O, O' 이 두 점 P, Q 에서 만날 때, $\angle BDQ$ 의 크기를 구하여라.



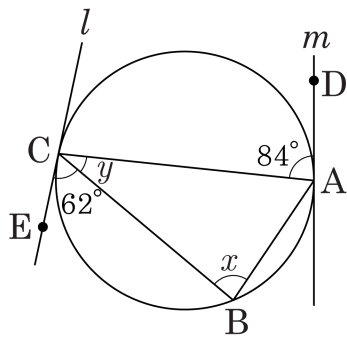
▶ 답 ▶

▶ 정답 : 95°

해설

$$\angle BPQ = \angle ACQ = 85^\circ$$
$$\therefore \angle BDQ = 180^\circ - 85^\circ = 95^\circ$$

9. 다음은 원의 접점 A, C, 각 점에서의 접선 m, l 을 그린 것이다. 이때, $\angle x, \angle y$ 의 값을 바르게 짝지은 것은?

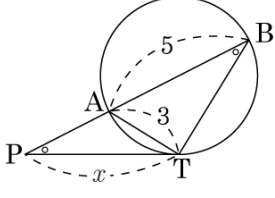


- ① $\angle x = 84^\circ, \angle y = 34^\circ$ ② $\angle x = 85^\circ, \angle y = 34^\circ$
 ③ $\angle x = 85^\circ, \angle y = 35^\circ$ ④ $\angle x = 86^\circ, \angle y = 35^\circ$
 ⑤ $\angle x = 86^\circ, \angle y = 36^\circ$

해설

$$\begin{aligned} \angle ECB &= \angle BAC = 62^\circ \\ \angle CAD &= \angle x = 84^\circ \\ \therefore \angle y &= 180^\circ - 84^\circ - 62^\circ = 34^\circ \end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 이다. $\overline{PT}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.

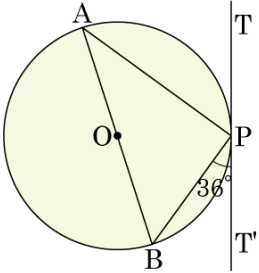
$$\overline{PA} = \overline{AT} = 3, x^2 = 3 \times 8$$

$$x^2 = 24$$

$$\therefore x = 2\sqrt{6} (\because x > 0)$$

11. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고 $\overleftrightarrow{TT'}$ 는 접선이다. $5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{BP}$ 를 간단한 정수의 비로 나타낸 것은?

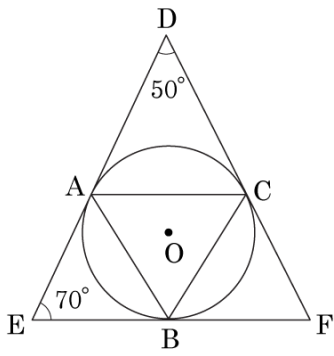
- ① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 2 : 1
 ④ 3 : 2 ⑤ 3 : 4



해설

$\angle OAP = 36^\circ$
 점 O와 P를 이으면, $\triangle OAP$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle BOP = 72^\circ$, $\angle AOP = 108^\circ$
 호의 길이는 원주각의 크기에 정비례하므로
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AP} : 5.0\text{pt}\widehat{BP} = 108 : 72 = 3 : 2$

12. 다음 그림과 같이 원 O는 $\triangle ABC$ 에 외접하고, $\triangle DEF$ 에 내접한다. $\angle D = 50^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ 일 때, $2\angle BAC + \angle ABE$ 를 구하여라.



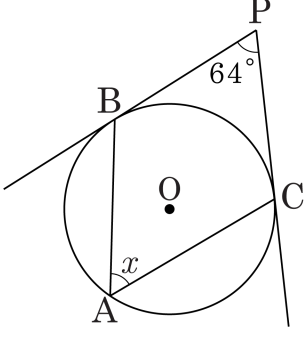
▶ 답 : $\underline{\hspace{1cm}}$

▷ 정답 : 175°

해설

$\triangle DAC$ 에서 $\overline{DA} = \overline{DC} \quad \therefore \angle DAC = 65^\circ$
 $\overline{EA} = \overline{EB} \quad \therefore \angle EAB = 55^\circ$
 $\therefore \angle BAC = 180^\circ - (\angle DAC + \angle EAB) = 60^\circ$
 $\angle ABE = \angle EAB = 55^\circ$
따라서 $2\angle BAC + \angle ABE = 2 \times 60^\circ + 55^\circ = 175^\circ$ 이다.

13. 다음과 같이 원 O의 접선 $\overrightarrow{PB}$, $\overrightarrow{PC}$ 가 있을 때, $\angle x$ 의 크기로 알맞은 것은?

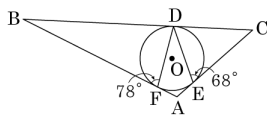


- ① 55°
- ② 56°
- ③ 57°
- ④ 58°
- ⑤ 59°

해설

$$\angle x = 116^\circ \times \frac{1}{2} = 58^\circ$$

14. 그림과 같이 원 O가 $\triangle ABC$ 에 내접할 때, $\angle A$ 의 크기로 바른 것은?

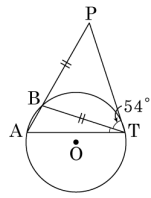


- ① 111° ② 112° ③ 113° ④ 114° ⑤ 115°

해설

$$\begin{aligned} \angle BDF &= 78^\circ & \therefore \angle B &= 24^\circ \\ \angle EDC &= 68^\circ & \therefore \angle C &= 44^\circ \\ \therefore \angle A &= 180^\circ - 24^\circ - 44^\circ = 112^\circ \end{aligned}$$

15. 원 O의 접점 T가 다음과 같고, $\overline{BT} = \overline{BP}$, $\angle BTP = 54^\circ$ 를 만족한다고 할 때, $\angle ATB$ 의 크기로 알맞은 것은?



- ① 11° ② 13° ③ 14° ④ 17° ⑤ 18°

해설

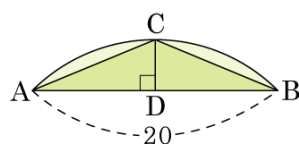
$$\angle P = 54^\circ$$

$$\angle BTP = \angle TAB = 54^\circ$$

$$\angle ABT = 108^\circ$$

$$\angle ATB = 180^\circ - 54^\circ - 108^\circ = 18^\circ$$

16. 다음 그림에서 $\widehat{AB}$ 는 반지름의 길이가 26인 원의 일부이다. $\overline{AB} = 20$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $20\sqrt{2}$ ③ 20 ④ 25 ⑤ $24\sqrt{5}$

해설

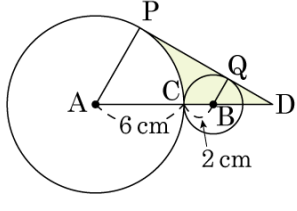
원의 중심 O와 점 C, 점 D를 연결한다.

$$\triangle AOD \text{에서 } \overline{OD} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AD}^2} = \sqrt{26^2 - 10^2} = 24$$

$$\therefore \overline{CD} = \overline{OC} - \overline{OD} = 26 - 24 = 2$$

따라서 넓이는 $\frac{1}{2} \times 20 \times 2 = 20$ 이다.

17. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm, 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(18\sqrt{2} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ② $(18\sqrt{2} - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(18\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(36 - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \sim \triangle QBD$ 이므로

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면,

$$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$$

$$2 : 6 = x : (x + 8)$$

$$\therefore x = 4$$

(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서

부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.

$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

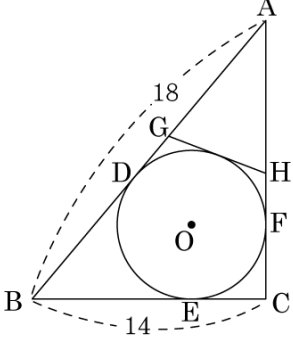
따라서, $\angle PAC = 60^\circ$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= (18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

18. 다음 그림에서 원 O는 $\triangle ABC$ 의 내접원이고, 세 점 D, E, F는 접점이다. $\overline{AB} = 18$, $\overline{BC} = 14$, $\triangle AGH$ 의 둘레의 길이가 20일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?

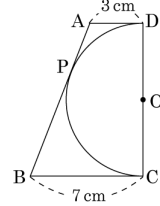


- ① 10 ② 12 ③ 16 ④ 17 ⑤ 18

해설

접선의 성질에 따라 $\overline{AD} = \overline{AF}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레는 $\overline{AD} + \overline{AF} = 2 \times \overline{AD}$
 $\triangle AGH$ 의 둘레가 20이므로 $\overline{AD} = \overline{AF} = 10$
 $\therefore \overline{BD} = \overline{BE} = 8$, $\overline{EC} = \overline{CF} = 6$
 $\therefore \overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 10 + 6 = 16$

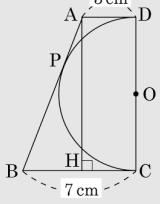
19. 다음 그림에서 점 A, B는 원 O 위의 한 점 P에서 그은 접선과 지름의 양 끝점 C, D에서 그은 접선이 만나는 점이다. $\overline{AD} = 3\text{cm}$, $\overline{BC} = 7\text{cm}$ 일 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

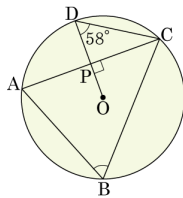
▷ 정답 : $5\sqrt{21}\text{cm}^2$

해설



$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{BC} = 3 + 7 = 10(\text{cm})$ 이다.
 $\overline{BH} = 7 - 3 = 4(\text{cm})$
 $\overline{AH} = \sqrt{10^2 - 4^2} = 2\sqrt{21}(\text{cm})$ 이므로 $\overline{OP} = \overline{OC} = \overline{OD} = \frac{1}{2}\overline{AH} = \sqrt{21}(\text{cm})$ 이다 .
따라서 $\triangle AOB = \frac{1}{2} \times 10 \times \sqrt{21} = 5\sqrt{21}(\text{cm}^2)$ 이다.

20. 원의 중심 O 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 P , $\overline{OP}$ 의 연장선과 원 O 가 만나는 점을 D 라 하자. $\angle ODC = 58^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▷ 정답 : 64°

해설

$$\overline{OD} = \overline{OC} \text{ 이므로}$$

$$\angle OCD = \angle ODC = 58^\circ$$

$$\therefore \angle \text{DOC} = 180^\circ - 58^\circ \times 2 = 64^\circ$$

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$$

2
1

$$= \frac{1}{2} \times 2\angle\text{DOC}$$

$$= 64^\circ$$

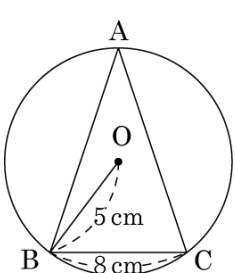
21. 다음 그림과 같이 $\overline{BC} = 8\text{ cm}$ 인 예각삼각형 ABC 에 외접하는 원 O 의 반지름의 길이가 5 cm 일 때, $\sin A$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

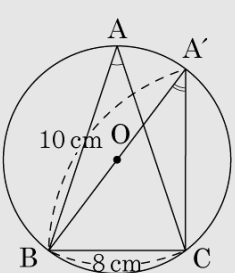
③ $\frac{4}{5}$
- ④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{5}{8}$

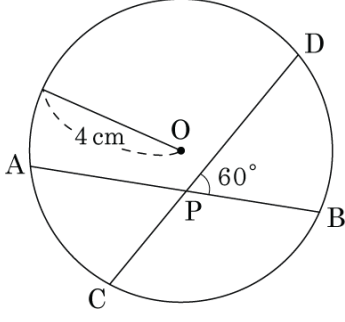


해설

다음 그림에서 $\overline{BO}$ 를 연장하여 원과 만나는 교점을 A' 이라 하면 $\angle A = \angle A'$
 $\triangle A'BC$ 는 $\angle BCA' = 90^\circ$ 인 직각삼각형이므로 $\sin A = \sin A' = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

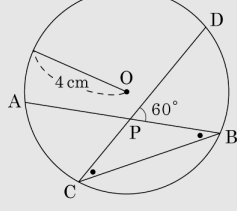


22. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?



- ① $\frac{5}{3}\pi\text{cm}$ ② $2\pi\text{cm}$ ③ $\frac{7}{3}\pi\text{cm}$
 ④ $\frac{8}{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $3\pi\text{cm}$

해설



점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60^\circ$,
 즉, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 60° 이므로 중심각의 합은 120° 이다.
 원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$
 $\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$