**1.** 다음 중 무리수를 모두 고르면?

① $\pi$ ② $\sqrt{49}$ ③ $3.14$

④ $-\sqrt{100-1}$ ⑤ $\frac{3}{7}$

해설

① $\pi$는 무리수

② $\sqrt{49}=7$ 이므로 유리수

③ $3.14$는 유리수

④ $-\sqrt{100-1}=-\sqrt{99}$ 이므로 무리수

⑤ $\frac{3}{7}$은 분수 꼴로(분모가 0 이 아닌) 나타낼 수 있으므로 유리수

**2.** 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt{9}$ 는 무리수이다.

② 순환소수는 유리수이다.

③ 모든 무한소수는 무리수이다.

④ 3.14 는 무리수이다.

⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수는 모두 무리수이다.

해설

① $\sqrt{9}$ 는 유리수이다.
② 순환소수는 유리수이다.
③ 무한소수 중 비순환소수는 무리수이다.
④ 3.14 는 유리수이다.
⑤ 근호를 사용하여 나타낸 수 중에 무리수가 아닌 수도 있다.
예) $\sqrt{4} = 2$

**3.** $\sqrt{70} = x\sqrt{0.7}$, $\sqrt{2000} = y\sqrt{0.2}$ 일 때, $\frac{y}{x}$ 의 값을 구하여라. (단, $x, y > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{y}{x} = 10$

해설

$$\sqrt{70} = \sqrt{\frac{700}{10}} = \sqrt{100 \times \frac{7}{10}} = 10\sqrt{0.7}$$

$10\sqrt{0.7} = x\sqrt{0.7}$ 이므로

$\therefore x = 10$

$$\sqrt{2000} = \sqrt{10000 \times \frac{2}{10}} = 100\sqrt{0.2}$$

$100\sqrt{0.2} = y\sqrt{0.2}$ 이므로

$\therefore y = 100$

$\therefore \frac{y}{x} = 10$

**4.** $\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① $-21$ ② $-1$ ③ $4$ ④ $9$ ⑤ $21$

해설

$\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$

$=4\sqrt{3}-16\sqrt{2}+6\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

$=10\sqrt{3}-11\sqrt{2}$

$a=10,\ b=-11$

$\therefore a+b=-1$

**5.** $\dfrac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2$ 을 간단히 나타내면?

① $11\sqrt{3}$ ② $13\sqrt{3}$ ③ $15\sqrt{3}$

④ $-13\sqrt{3}$ ⑤ $-15\sqrt{3}$

해설

$$\frac{6}{\sqrt{12}} + \sqrt{48} \times (-\sqrt{3})^2 = \frac{6}{2\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times (-\sqrt{3})^2$$

$$= \frac{3}{\sqrt{3}} + 4\sqrt{3} \times 3$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{3} + 12\sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} + 12\sqrt{3}$$

$$= 13\sqrt{3}$$

**6.** 다음 설명 중 옳은 것은?

① 3.9 의 제곱근은 1 개이다

② $-8$ 의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.

③ $\sqrt{6^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.

④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

⑤ 제곱근 3 과 3 의 제곱근은 같다.

해설

① 3.9 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3.9}$로 2 개이다.

② $-8$ 의 제곱근은 없다.

④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{3}$

⑤ 제곱근 3 : $\sqrt{3}$

3 의 제곱근 : $\pm\sqrt{3}$

**7.** $a^2 = 8$ 이라고 할 때, $a$ 의 값으로 옳은 것은?

① $2\sqrt{2}$ ② $-2\sqrt{2}$ ③ $\pm 2\sqrt{2}$

④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $\pm 4\sqrt{2}$

해설

$a$ 는 8 의 제곱근이므로 $\pm 2\sqrt{2}$ 이다.

**8.** $a < 0$ 일 때, $\sqrt{(-6a)^2}$ 을 간단히 하면?

① $-36a^2$ ② $-6a$ ③ $6a$

④ $6a^2$ ⑤ $36a^2$

해설

$-6a > 0$ 이므로 $\sqrt{(-6a)^2} = -6a$

**9.** $\dfrac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$ , $\sqrt{\dfrac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6},\ a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4,\ b = 4$$

$$\therefore a+b = 10$$

**10.** $a > 0$ , $b < 0$ 일 때, $\sqrt{(2a)^2} + \sqrt{(-a)^2} - \sqrt{(5b)^2}$ 을 간단히 하면?

① $a - 5b$ ② $a + 5b$ ③ $3a - 5b$

④ $3a + 5b$ ⑤ $5a - 5b$

해설

$2a + a - (-5b) = 3a + 5b$

**11.** $a = \sqrt{2},\ b = \sqrt{5}$ 일 때, $\sqrt{4000}$ 을 $a, b$ 를 이용하여 나타내어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a^5b^3$

해설

$\sqrt{4000} = \sqrt{2^5 \times 5^3} = (\sqrt{2})^5 \times (\sqrt{5})^3 = a^5b^3$

**12.** $\sqrt{3}(3-5\sqrt{2})-5(2\sqrt{6}-\sqrt{3})=a\sqrt{3}+b\sqrt{6}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $a$, $b$ 는 유리수이다.)

① $-7$ ② $7$ ③ $14$ ④ $21$ ⑤ $28$

해설

$3\sqrt{3}-5\sqrt{6}-10\sqrt{6}+5\sqrt{3}=8\sqrt{3}-15\sqrt{6}$

$\therefore a+b=8-15=-7$

**13.** $1 < \sqrt{\frac{x}{3}} < \frac{7}{3}$ 을 만족시키는 정수 $x$ 중에서 가장 큰 수를 $a$ , 가장 작은 수를 $b$ 라고 할 때, $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

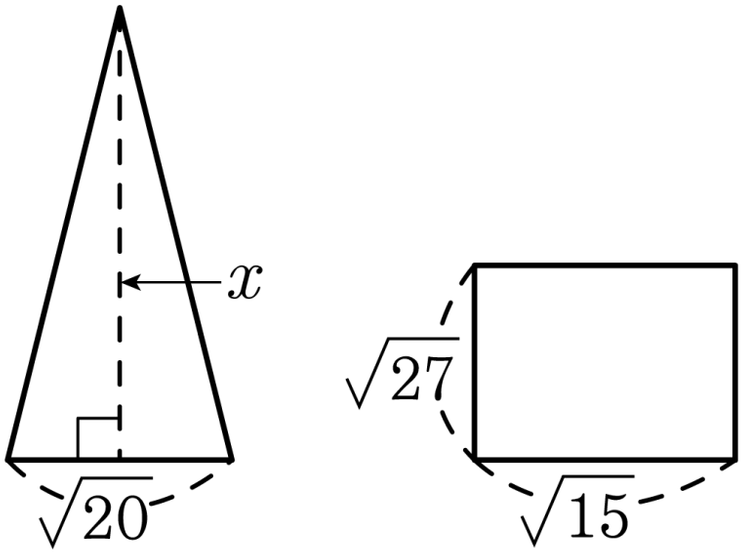
▷ 정답 : 6

해설

$3 < x < \frac{49}{3}$ 에서 $a = 16,\ b = 4$ 이다.

$\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{16} + \sqrt{4} = 6$

**14.** 다음 그림의 삼각형과 직사각형의 넓이가 서로 같을 때, 삼각형의 높이 $x$ 의 값을 구하여라.




▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 9$

해설

$\frac{1}{2} \times x \times \sqrt{20} = \sqrt{27} \times \sqrt{15}$

$\frac{1}{2} \times 2\sqrt{5} \times x = 3\sqrt{3} \times \sqrt{3 \times 5}$

$\sqrt{5} \times x = 9\sqrt{5}$

$\therefore x = 9$

**15.** 다음을 계산하여라.

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}+\sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2}-\sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2}-\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$\sqrt{13}>\sqrt{7}$ , $\sqrt{11}<\sqrt{12}=2\sqrt{3}$ 이므로

$$\sqrt{(\sqrt{13}-\sqrt{7})^2}+\sqrt{(\sqrt{11}-2\sqrt{3})^2}-\sqrt{(2\sqrt{3}-\sqrt{11})^2}-\sqrt{(\sqrt{7}-\sqrt{13})^2}$$

$$=(\sqrt{13}-\sqrt{7})-(\sqrt{11}-2\sqrt{3})$$
$$-(2\sqrt{3}-\sqrt{11})+(\sqrt{7}-\sqrt{13})$$
$$=0$$

**16.** 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?

① 순환하는 무한소수는 반드시 유리수이다.

② 서로 다른 두 무리수 사이에는 적어도 하나 이상의 자연수가 존재한다.

③ 반지름의 길이가 0 이 아닌 실수인 원의 넓이는 반드시 무리수이다.

④ 완전제곱수의 제곱근은 항상 유리수이다.

⑤ 서로 다른 두 무리수의 곱은 항상 무리수이다.

해설

② $\sqrt{2}$ 와 $\sqrt{3}$ 사이에는 자연수가 존재하지 않는다.
⑤ $\sqrt{2}$ 와 $-\sqrt{2}$ 의 곱은 유리수이다.
따라서 옳지 않은 것은 ②, ⑤이다.

**17.** 두 실수 $a$, $b$ 가 $a=\sqrt{7}-6$, $b=\sqrt{3}+\sqrt{7}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $b-a>0$ ㉡ $a-b<0$ ㉢ $ab<0$

㉣ $a+3<0$ ㉤ $b-\sqrt{7}<2$

① ㉠ ② ㉠, ㉡

③ ㉡, ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

해설

$$b-a=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\left(\sqrt{7}-6\right)$$

㉠ $=\sqrt{3}+6$

$=\sqrt{36}+\sqrt{9}>0$

$\therefore\ b-a>0$

$$a-b=\sqrt{7}-6-\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}\right)$$

㉡ $=-6-\sqrt{3}$

$=-\sqrt{36}-\sqrt{3}<0$

$\therefore\ a-b<0$

㉢ $a=\sqrt{7}-6=\sqrt{7}-\sqrt{36}<0$

$b=\sqrt{3}+\sqrt{7}>0$

$\therefore\ ab<0$

㉣ $a+3=\left(\sqrt{7}-6\right)+3=\sqrt{7}-3=\sqrt{7}-\sqrt{9}<0$

$\therefore a+3<0$

㉤ (좌변)$=b-\sqrt{7}=\sqrt{3}+\sqrt{7}-\sqrt{7}=\sqrt{3}$

(우변)$=2=\sqrt{4}$

$\therefore b-\sqrt{7}<2$

**18.** 다음 두 수 6 과 15 사이에 있는 정수 $n$ 에 대하여 $\sqrt{n}$ 이 무리수인 $n$ 의 개수는?

① 11 개 ② 10 개 ③ 9 개 ④ 8 개 ⑤ 7 개

해설

$7 \sim 14$ 까지의 정수 중 $3^2 = 9$ 제외.

$7, 8, 10, 11, 12, 13, 14$ (7 개)

**19.** $x,\ y > 0$이고 $3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = 126,\ 2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = 84$ 일 때, 상수 $\frac{1}{x} \times y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$3\sqrt{2x} \times \sqrt{3x} \times \sqrt{6} = \sqrt{9 \times 2x \times 3x \times 6}$$
$$= \sqrt{18 \times 18 \times x^2}$$
$$= 18x$$

$18x = 126$

$\therefore x = 7$

$$2\sqrt{7} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \times \sqrt{y} = \sqrt{2^2 \times 7 \times 2 \times 3 \times 3 \times y}$$
$$= \sqrt{6^2 \times 14 \times y}$$
$$= 6\sqrt{14y}$$

$6\sqrt{14y} = 84$

$\sqrt{14y} = 14,\ y = 14$

$\therefore \frac{1}{x} \times y = \frac{1}{7} \times 14 = 2$

**20.** 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{2004}$ 의 값을 구하면?

| 수 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|
| 3.0 | 1.732 | 1.735 | 1.738 | 1.741 | 1.744 |
| 4.0 | 2.000 | 2.002 | 2.005 | 2.007 | 2.010 |
| 5.0 | 2.230 | 2.238 | 2.241 | 2.243 | 2.245 |

① 44.72 ② 34.64 ③ 34.70 ④ 34.76 ⑤ 44.76

해설

$\sqrt{2004} = \sqrt{4 \times 501} = 2\sqrt{501}$

$= 2 \times \sqrt{5.01 \times 100}$

$= 20\sqrt{5.01}$

주어진 표에서 $5.01 = 2.238$

$\therefore 20 \times 2.238 = 44.76$

**21.** $xy < 0$, $\frac{y}{z} > 0$ 일 때, 다음 식을 간단히 하면?

$$|xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$$

① $2xy$ ② $xy$ ③ $-xy$ ④ $-xz$ ⑤ $-2xy$

해설

$xy < 0$ 이므로 $x$ 와 $y$ 는 서로 다른 부호이고,

$\frac{y}{z} > 0$ 이므로 $y$ 와 $z$ 는 서로 같은 부호이다.

따라서 $x$ 와 $z$ 는 서로 다른 부호가 된다.

$xy < 0$ 이고 $yz > 0$ 이므로 $xy - yz < 0$

$yz > 0$ 이고 $xz < 0$ 이므로 $yz - xz > 0$

$\therefore |xy - yz| - \sqrt{(yz - xz)^2} + |xy| + \sqrt{(xz)^2}$

$= -xy + yz - yz + xz - xy - xz$

$= -2xy$

**22.** $\sqrt{10(n-1)}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 두 자리 자연수 $n$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $n=11$

▷ 정답: $n=41$

▷ 정답: $n=91$

해설

$n$ 이 두 자리의 자연수이므로 $10 \le n \le 99$

$\therefore 9 \le n-1 \le 98$

$\sqrt{10(n-1)}$ 이 자연수가 되기 위해서는

$n-1=10\times1^2,\ 10\times2^2,\ 10\times3^2,\ \cdots$

이때, $9 \le n-1 \le 98$ 을 만족해야 하므로

$n-1=10\times1^2$ 에서 $n=11$

$n-1=10\times2^2$ 에서 $n=41$

$n-1=10\times3^2$ 에서 $n=91$

$\therefore n=11,\ 41,\ 91$

**23.** 연속된 세 자연수 $a$, $b$, $c$에 대하여, $\sqrt{a+b+c}$의 값이 자연수가 되기 위한 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$의 개수를 구하여라. (단, $a+b+c \le 80$ )

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2개

해설

$a$, $b$, $c$ 가 연속된 세 자연수이므로 $a = b-1$, $c = b+1$이다.
이때, $\sqrt{a+b+c} = \sqrt{3b}$가 자연수이므로
$b = 3k^2$ ($k$ 는 자연수)
$a+b+c \le 80$ 이므로 $3b = 9k^2 \le 80$

$k^2 < \frac{80}{9} = 8.888\cdots$ $\therefore k = 1,\ 2$

따라서 조건을 만족하는 세 수 $(a,\ b,\ c)$의 쌍은
$(2,\ 3,\ 4)$, $(11,\ 12,\ 13)$의 2 쌍이다.

**24.** 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}\frac{2}{\sqrt{3}-1} &= \sqrt{3}+1 \\ (\text{준식}) &= \sqrt{3}-\cfrac{2}{\sqrt{3}-\cfrac{1}{\sqrt{3}-(\sqrt{3}+1)}} \\ &= \sqrt{3}-\frac{2}{\sqrt{3}+1} \\ &= \sqrt{3}-(\sqrt{3}-1) \\ &= 1\end{aligned}$$

**25.** 다음 조건을 보고, $a-b$ 의 값을 구하여라.

(1) $a$ 는 $4-\sqrt{3}$ 의 정수부분이다.
(2) $b$ 는 $2x+7y=15x-8y$ 일 때, $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}$ 의 값을 넘지 않는 최대의 정수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a-b=-1$

해설

(1) $1<\sqrt{3}<2$ 이므로 $2<4-\sqrt{3}<3 \therefore a=2$

(2) $2x+7y=15x-8y$ 에서 $y=\dfrac{13}{15}x$ 이므로

$$\sqrt{\frac{x+y}{x-y}}=\sqrt{\frac{x+\frac{13}{15}x}{x-\frac{13}{15}x}}=\sqrt{\frac{\frac{28x}{15}}{\frac{2x}{15}}}=\sqrt{14}$$

$3<\sqrt{14}<4$ 이므로 $\sqrt{\dfrac{x+y}{x-y}}=\sqrt{14}$ 를 넘지 않는 최대 정수는 3 이다.

$\therefore b=3$

따라서 $a-b=2-3=-1$ 이다.