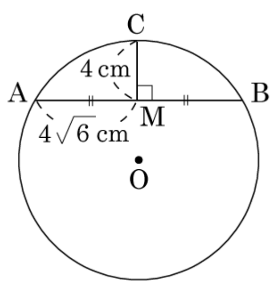
1. 다음 그림과 같은 원 O 에서 $\overline{CM} \perp \overline{AB}$, $\overline{CM} = 4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AM} = \overline{BM} = 4\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$ 일 때, 이 원의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: 196π $\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

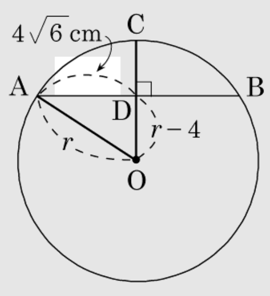
$r^2 = (4\sqrt{6})^2 + (r-4)^2$

$r^2 = 96 + r^2 - 8r + 16$

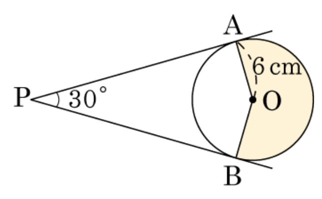
$8r = 112$

$r = 14\ (\mathrm{cm})$

따라서 원의 넓이는 $\pi \times 14^2 = 196\pi\ (\mathrm{cm}^2)$ 이다.



2. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이를 구하면?

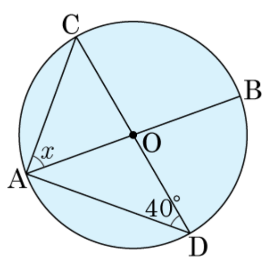


① $\frac{27}{8}\pi\text{cm}^2$　② $\frac{9}{4}\pi\text{cm}^2$　③ $\frac{21}{8}\pi\text{cm}^2$
④ $\frac{27}{4}\pi\text{cm}^2$　⑤ $21\pi\text{cm}^2$

해설

작은 부채꼴에서 $\angle\text{AOB} = 150°$ 이므로
색칠한 부채꼴의 중심각 $\angle\text{AOB} = 210°$
$\therefore\ \pi \times 6^2 \times \frac{210°}{360°} = 21\pi(\text{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O 의 지름이고, $\angle ADC = 40°$ 일 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.



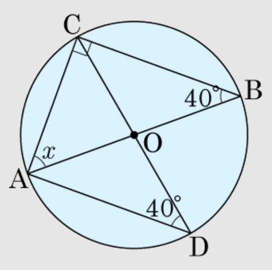
▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 50 °

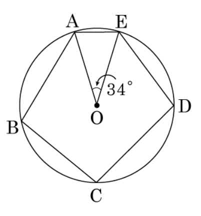
해설

점 B 와 C 를 이으면 $\angle CBA = 40°$, $\angle ACB = 90°$

$\therefore\ \angle x = 180° - 90° - 40° = 50°$



4. 다음 그림의 원 O 에 내접하는 오각형 ABCDE 에서 $\angle AOE = 34°$ 일 때, $\angle ABC + \angle CDE$ 의 크기는?

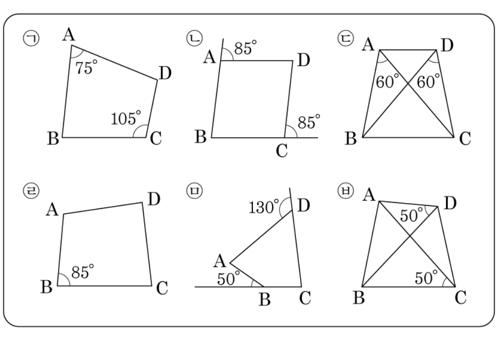


① 191°　② 193°　③ 195°　④ 197°　⑤ 199°

해설

A 와 D 를 이으면
$\angle ADE = 17°$
□ABCD 가 원에 내접하므로
$\angle ABC + \angle CDA = 180°$
$\therefore \angle ABC + \angle CDE = 180° + 17° = 197°$

5. 다음 중 원에 내접하는 사각형을 모두 고른 것은?



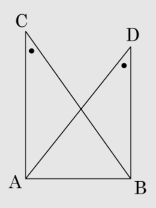
① ㉠, ㉡　　② ㉠, ㉤　　③ ㉠, ㉡, ㉤, ㉥

④ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥　　⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

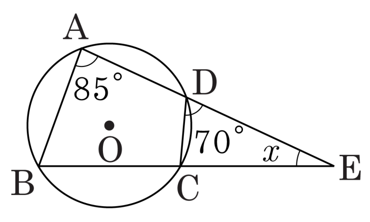
한 쌍의 대각의 합이 180°

따라서, ㉠, ㉤은 원에 내접한다.
또, 다음의 경우 네 점이 한 원 위에 있게 된다.



따라서 ㉢, ㉥가 원에 내접한다.

6. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}$ °

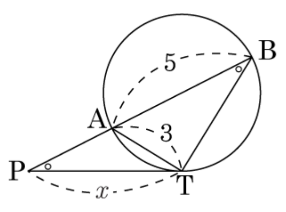
▷ 정답: 25°

해설

$\angle DCE = 85°$

$\angle x = 180° - 85° - 70° = 25°$

7. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{PT}}$ 는 원의 접선이고, $\angle\mathrm{APT} = \angle\mathrm{ABT}$ 이다. $\overline{\mathrm{PT}}$ 의 길이를 구하여라.



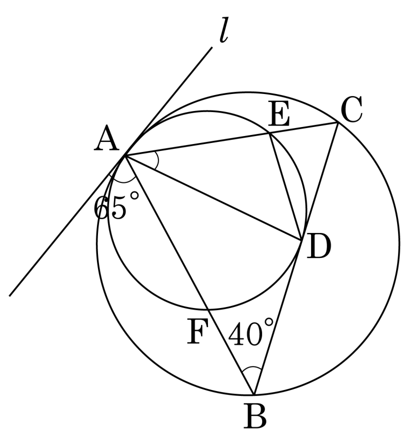
▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{6}$

해설

$\angle\mathrm{PTA} = \angle\mathrm{ABT}$이므로 $\triangle\mathrm{PAT}$ 는 이등변삼각형이다.
$\overline{\mathrm{PA}} = \overline{\mathrm{AT}} = 3, x^2 = 3\times 8$
$x^2 = 24$
$\therefore\ x = 2\sqrt{6}(\because x > 0)$

8. 다음 그림에서 직선 l 은 점 A 에서 두 원과 접하고 큰 원의 현 BC 는 점 D 에서 작은 원에 접할 때, $\angle$DAC 의 크기를 구하여라.

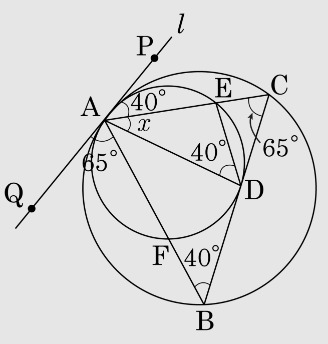


▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 37.5°

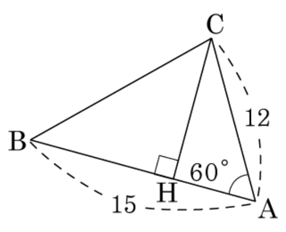
해설

직선 l 위의 두 점을 P, Q 라 하고, $\angle\mathrm{DAC} = \angle x$ 라 하면
$\angle\mathrm{ABC} = \angle\mathrm{PAC} = \angle\mathrm{ADE} = 40°$, $\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{QAB} = 65°$



$\triangle$ADE 에서 $\angle\mathrm{DEC} = \angle x + 40°$
$\overline{\mathrm{BC}}$ 는 작은 원의 접선이므로 $\angle\mathrm{EDC} = \angle\mathrm{EAD} = \angle x$ 이다.
$\triangle$EDC 에서 $\angle x + 40° + \angle x + 65° = 180°$ 이다.
$\therefore \angle x = 37.5°$

9. 다음과 같이 $\angle A = 60°$, $\overline{AC} = 12$, $\overline{AB} = 15$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?



① $\sqrt{21}$ ② $2\sqrt{21}$ ③ $3\sqrt{21}$
④ $4\sqrt{21}$ ⑤ $5\sqrt{21}$

해설

$\sin 60° = \dfrac{\overline{CH}}{12} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\therefore\ \overline{CH} = 6\sqrt{3}$

$\cos 60° = \dfrac{\overline{AH}}{12} = \dfrac{1}{2}$

$\therefore\ \overline{AH} = 6$

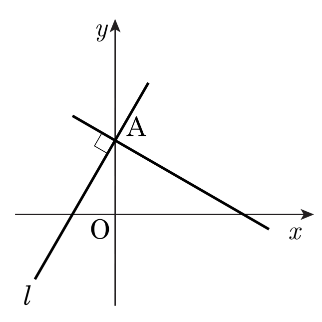
$\overline{HB} = 15 - 6 = 9$

$\therefore\ \overline{BC} = \sqrt{9^2 + (6\sqrt{3})^2}$

$= \sqrt{81 + 108} = \sqrt{189}$

$= 3\sqrt{21}$

10. 다음 그림과 같이 직선 ℓ 이 $\sqrt{3}x - y + 2 = 0$ 일 때, 직선 ℓ 의 y 절편을 지나고 직선 ℓ 에 수직인 직선의 방정식은?



① $y = x + 2$

② $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 2$

③ $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x$

④ $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$

⑤ $y = \sqrt{3}x + 2$

해설

$\sqrt{3}x - y + 2 = 0, y = \sqrt{3}x + 2$ 이므로 $\tan a° = \sqrt{3}, a° = 60°$ 이다. 구하고자 하는 직선은 x 축과 $150°$ 를 이루고 y 절편이 2 이므로 점 $(0, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식이다.

따라서 $y = \tan 150°(x - 0) + 2,\ y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + 2$ 이다.

11. $\sin(3x - 30°) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 을 만족시키는 x 의 값을 구하여라. (단, $0° \le x \le 90°$)

▶ 답: °

▶ 답: °

▷ 정답: 30°

▷ 정답: 50°

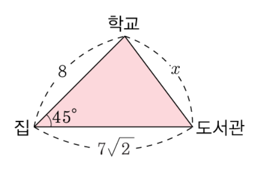
해설

$\sin(3x - 30°) = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sin 60° = \sin 120°$

$3x - 30° = 60°, 3x - 30° = 120°$

$\therefore x = 30°, 50°$

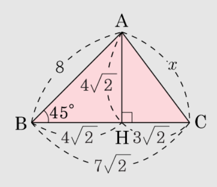
12. 다음 그림에서 학교와 도서관 사이의 거리 x 값은?



① $2\sqrt{2}$　② $3\sqrt{2}$　③ $2\sqrt{3}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ $5\sqrt{2}$

해설

점 A 에서 내린 수선의 발을 H 라 할 때



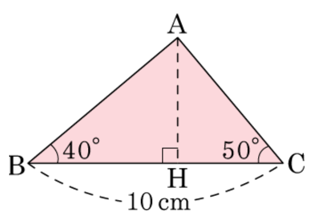
$\overline{\mathrm{AH}} = 8 \times \sin 45° = 4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{BH}} = 8 \times \cos 45° = 4\sqrt{2}$

$\overline{\mathrm{CH}} = \overline{\mathrm{BC}} - \overline{\mathrm{BH}} = 7\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

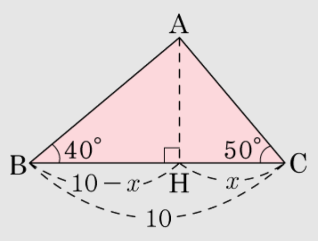
$x = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2} = 5\sqrt{2} \quad \therefore\ 5\sqrt{2}$

13. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$, $\angle ABC = 40\,°$, $\angle ACB = 50\,°$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이는? (단, $\tan 50\,° = 1.2$, $\tan 40\,° = 0.8$)



① 2 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설



$\overline{CH} = x\,\mathrm{cm}$ 라 하면 $\triangle ACH$ 에서 $\overline{AH} = x\tan 50\,°$

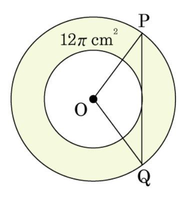
$\triangle ABH$ 에서 $\overline{AH} = (10 - x)\tan 40\,°$

$x\tan 50\,° = 10\tan 40\,° - x\tan 40\,°$

$x(\tan 50\,° + \tan 40\,°) = 10\tan 40\,°$

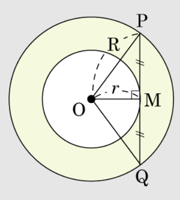
$\therefore x = \dfrac{10\tan 40\,°}{\tan 50\,° + \tan 40\,°} = \dfrac{10 \times 0.8}{1.2 + 0.8} = 4(\,\mathrm{cm})$

14. 다음 그림에서 두 동심원 사이의 넓이가 12π 이다. 작은 원에 접하는 큰 원의 현 PQ 의 길이를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{3}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\sqrt{3}$

해설



큰 원과 작은 원의 반지름을 각각 R, r 이라 하면, (큰 원의 넓이)-(작은 원의 넓이)$= 12\pi$ 이다.

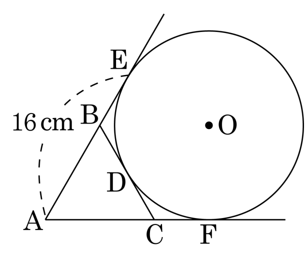
$\pi R^2 - \pi r^2 = 12\pi$, $R^2 - r^2 = 12$

또, 점 O 에서 현 PQ 에 내린 수선의 발을 M 이라 하면, $\overline{\mathrm{PM}}^2 = \overline{\mathrm{OP}}^2 - \overline{\mathrm{OM}}^2 = R^2 - r^2 = 12$

$\therefore \overline{\mathrm{PM}} = 2\sqrt{3}$

$\therefore \overline{\mathrm{PQ}} = 4\sqrt{3}$

15. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 원 O 의 접점이고 $\overline{\mathrm{AE}} = 16\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



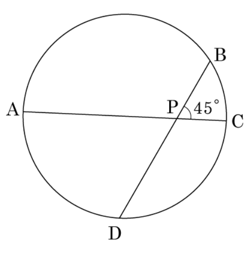
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 32 cm

해설

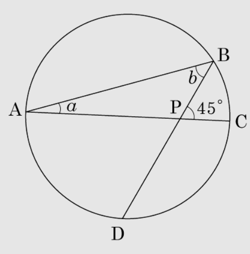
$\overline{\mathrm{AE}}, \overline{\mathrm{AF}}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{AF}}$ 이고 $\overline{\mathrm{BE}}, \overline{\mathrm{BD}}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{BD}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{CD}}, \overline{\mathrm{CF}}$ 는 원 O 의 접선이므로 $\overline{\mathrm{CD}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다. 따라서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\mathrm{cm})$ 이다.

16. 다음 그림의 원에서 두 현 AC, BD 의 교점을 P 라 하자. $\angle BPC = 45°$ 일 때, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 길이는 이 원의 둘레의 길이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배　② $\frac{1}{3}$ 배　③ $\frac{1}{4}$ 배　④ $\frac{1}{5}$ 배　⑤ $\frac{1}{8}$ 배

해설

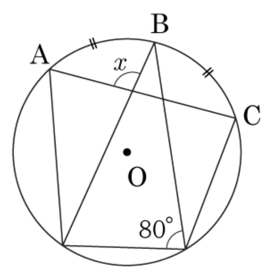


선분 AB 를 긋고, 5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ 의 원주각을 $a°$, 5.0pt$\overset{\frown}{BD}$ 의 원주각을 $b°$ 라 하면 $a° + b° = 45°$

5.0pt$\overset{\frown}{AD}$ + 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$ 의 원주각의 합이 45° 이므로 그들의 중심각의 합은 90° 이다.

따라서 원의 둘레는 호의 길이에 비례하므로 $90° = 360° \times \frac{1}{4}$ 이다.

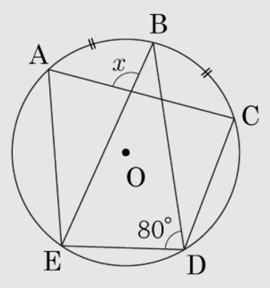
17. 다음 그림과 같이 원 O 위의 점 A, B, C 가 있다. $\angle x$ 의 크기는? (단, 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ = 5.0pt$\overset{\frown}{BC}$)



① 100° ② 110° ③ 120°

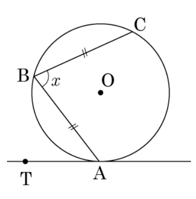
④ 130° ⑤ 140°

해설



다음 그림에서 점 D, E 를 잡으면 $\angle BDC = \angle BEA$ 이다.
내접사각형 AEDC 에서 $\angle A + \angle EDC = 180°$ 이므로 $x = \angle A + \angle BEA = \angle A + \angle BDC = 100°$ 이다.

18. 다음 그림에서 $\overleftrightarrow{AT}$ 는 원 O 의 접선이고, $\angle BAT = 50°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?

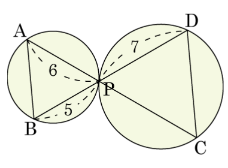


① $50°$ ② $60°$ ③ $70°$ ④ $80°$ ⑤ $90°$

해설

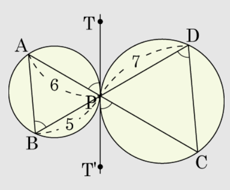
A 와 C 를 이으면
$\angle BAT = \angle BCA = 50°$
$\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\angle BAC = 50°$
$\therefore\ \angle x = 180° - 50° \times 2 = 80°$

19. 다음 그림과 같이 점 P 에서 접하는 두 원에 대하여 $\overline{\mathrm{AP}} = 6$, $\overline{\mathrm{BP}} = 5$, $\overline{\mathrm{DP}} = 7$ 일 때, $\overline{\mathrm{PC}}$ 의 길이는?



① 6　　② $\frac{16}{3}$　　③ $\frac{12}{5}$　　④ $\frac{42}{5}$　　⑤ 7

해설



공통외접선을 그으면

$\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{APT}$, $\angle\mathrm{APT} = \angle\mathrm{T'PC}$ (맞꼭지각), $\angle\mathrm{T'PC} = \angle\mathrm{PDC}$

$\therefore \angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{CDP}$

또한 $\angle\mathrm{BAP} = \angle\mathrm{DCP}$, $\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{CDP}$ 이므로

$\triangle\mathrm{PAB} \sim \triangle\mathrm{PCD}$ (AA 닮음)

따라서, $\overline{\mathrm{PA}} : \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{PB}} : \overline{\mathrm{PD}}$ 이므로

$6 : \overline{\mathrm{PC}} = 5 : 7$ 이다.

$\therefore \overline{\mathrm{PC}} = \frac{42}{5}$

20. 정사면체 O – ABC 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle \mathrm{OMC} = \alpha$ 라 할 때, $\cos\alpha$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{3}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{\mathrm{OM}} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$\overline{\mathrm{MH}} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x$

따라서 $\cos\alpha = \frac{\frac{\sqrt{3}}{6}x}{\frac{\sqrt{3}}{2}x} = \frac{1}{3}$ 이다.

21. $\tan A = 2$ 일 때, $\dfrac{\cos^2 A - \cos^2(90° - A)}{1 + 2\cos A \times \cos(90° - A)}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\dfrac{1}{3}$

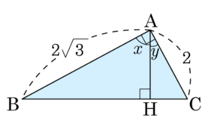
해설

$\cos(90° - A) = \sin A$

$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos^2 A + 2\cos A \times \sin A + \sin^2 A} \\ &= \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{(\cos A + \sin A)^2} \\ &= \frac{\cos A - \sin A}{\cos A + \sin A} \ (\because \ \cos A + \sin A \neq 0) \\ &= \frac{1 - \frac{\sin A}{\cos A}}{1 + \frac{\sin A}{\cos A}} = \frac{1 - \tan A}{1 + \tan A} \\ &= -\frac{1}{3}\end{aligned}$$

22. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x+\cos y$ 의 값은?



① $\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$　　② 1　　③ $\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$

④ $\sqrt{3}$　　⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle\mathrm{AHC} \backsim \triangle\mathrm{BAC}$ (AA 닮음)

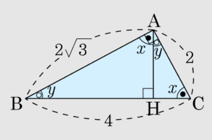
$\angle\mathrm{B}=\angle y,\ \angle\mathrm{C}=\angle x$

$\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{(2\sqrt{3})^2+2^2}=4$

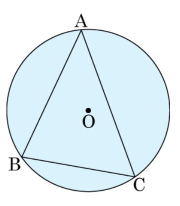
$\angle x=\angle\mathrm{C},\quad \cos x=\dfrac{\overline{\mathrm{AC}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{2}{4}$

$\angle y=\angle\mathrm{B},\quad \cos y=\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\overline{\mathrm{BC}}}=\dfrac{2\sqrt{3}}{4}$

$\therefore \cos x+\cos y=\dfrac{2}{4}+\dfrac{2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}$



23. 다음 그림과 같이 삼각형 ABC 의 외접원 O 에 대하여 호 AB, 호 BC, 호 CA 의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{3}$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

호의 길이의 비가 4 : 3 : 5 이므로

$\angle\mathrm{AOB} : \angle\mathrm{BOC} : \angle\mathrm{COA} = 4 : 3 : 5$

따라서 $\angle\mathrm{AOB} = 120\,^{\circ}$, $\angle\mathrm{BOC} = 90\,^{\circ}$,

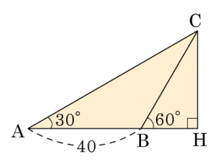
$\angle\mathrm{COA} = 150\,^{\circ}$ 이고, 원주각인 $\angle\mathrm{A}$, $\angle\mathrm{B}$, $\angle\mathrm{C}$ 는 각각 $45\,^{\circ}$, $75\,^{\circ}$, $60\,^{\circ}$

사인법칙에 의하여

$\dfrac{\overline{\mathrm{AB}}}{\sin\mathrm{C}} = \dfrac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin\mathrm{A}}$, $\overline{\mathrm{BC}} = \dfrac{\sin\mathrm{A}}{\sin\mathrm{C}}\overline{\mathrm{AB}} = \dfrac{\frac{\sqrt{2}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \times \sqrt{3} = \sqrt{2}$ 이다.

$\therefore\ \overline{\mathrm{BC}} = \sqrt{2}$

24. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30°$, $\angle CBH = 60°$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\boxed{}$안의 값이 옳지 않은 것은?



$\overline{CH} = h$라고 하면

$\overline{AH} = \dfrac{h}{\boxed{(가)}}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\boxed{(나)}}$

$\overline{AB} = \boxed{(다)} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°}$, $h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = \boxed{(라)}$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \boxed{(마)}$

① (가) $\tan 60°$　② (나) $\tan 60°$　③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$
④ (라) 40　⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30°$ 가 들어가야 한다.

$\overline{CH} = h$라고 하면

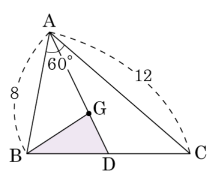
$\overline{AH} = \dfrac{h}{\tan 30°}$, $\overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 60°}$

$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \dfrac{h}{\tan 30°} - \dfrac{h}{\tan 60°} = 40$

$h\left(\dfrac{1}{\tan 30°} - \dfrac{1}{\tan 60°}\right) = 40,\ h \times \dfrac{2}{\sqrt{3}} = 40$

$\therefore\ h = 40 \times \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$, $BAC = 60°$ 이고 점 G 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\triangle GBD$ 의 넓이는?



① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $3\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

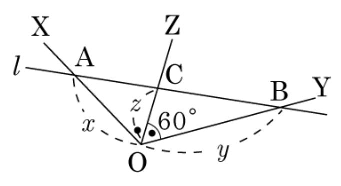
$\triangle ABC$ 의 넓이$= \dfrac{1}{2} \times 8 \times 12 \times \sin 60° = 24\sqrt{3}$

G 가 무게중심이므로 $\overline{BD} = \overline{DC}$, $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$\triangle ABD = \dfrac{1}{2}\triangle ABC = 12\sqrt{3}$

$\triangle BGD = \dfrac{1}{3}\triangle ABD = \dfrac{1}{3} \times 12\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

26. 세 점 A, B, C 는 세 직선 $\overleftrightarrow{OX}$, $\overleftrightarrow{OY}$, $\overleftrightarrow{OZ}$ 가 직선 l 과 만나는 점이다. $\angle AOC = \angle BOC = 60°$ 이고, $\overline{OA} = x$, $\overline{OB} = y$, $\overline{OC} = z$ 라고 할 때, x, y, z 사이의 관계식을 골라라.



① $z = xy$ ② $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ ③ $z = x + y$

④ $z = \frac{1}{xy}$ ⑤ $\frac{1}{z} = \frac{xy}{x+y}$

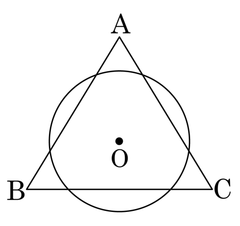
해설

$$\triangle AOB = \frac{1}{2}xy\sin(180° - 120°)$$
$$= \frac{1}{2}xz\sin 60° + \frac{1}{2}yz\sin 60°$$

$$\therefore \ \frac{1}{2}xy \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}xz \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}yz \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $xy = (x+y)z$ 에서 xyz 를 양변에 나누어주면 $\frac{1}{z} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 이다.

27. 다음 그림과 같이 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만난다. 정삼각형 ABC 의 넓이가 $4\sqrt{3}$ 일 때, 원의 중심 O 에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합을 구하여라.

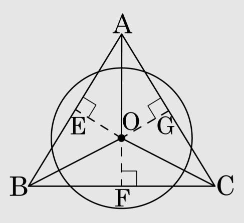


▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{3}$

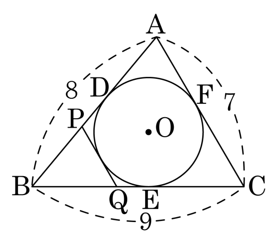
해설

그림과 같이 원의 중심 O 에서 삼각형 ABC 에 내린 수선의 발을 각각 E, F, G 라 하면 구하고자 하는 값은 $\overline{OE}+\overline{OF}+\overline{OG}$ 의 값과 같다.
그런데 원 O 는 정삼각형 ABC 의 각 변의 육등분점 중 꼭짓점 A, B, C 에 가장 가까운 점들과 만나므로 정삼각형 ABC 에 의해 만들어지는 현의 길이는 모두 같다.
따라서 $\overline{OE}$, $\overline{OF}$, $\overline{OG}$ 의 길이는 모두 같다.
정삼각형 ABC 의 한 변의 길이를 a 라 하면 넓이가 $4\sqrt{3}$ 이므로
$a\times\frac{\sqrt{3}}{2}a\times\frac{1}{2}=4\sqrt{3},\ a^2=16$
$\therefore\ a=4(\because\ a>0)$
이때 $\overline{OE}=x$ 라 하면
$\triangle ABC=\triangle AOB+\triangle AOC+\triangle BOC$ 이므로
$x\times4\times\frac{1}{2}\times3=4\sqrt{3}$
$\therefore\ x=\frac{2\sqrt{3}}{3}$



따라서 원의 중심 O에서 삼각형의 각 변에 이르는 거리의 합은 $2\sqrt{3}$ 이다.

28. 다음 그림과 같이 세 변 AB, BC, CA 의 길이가 각각 8, 9, 7 인 $\triangle$ABC 에 내접하는 원 O 에 대하여 D, E, F 는 접점이고 $\overline{\text{PQ}}$ 가 원 O 에 접할 때, $\triangle$PBQ 의 둘레의 길이를 구하여라.

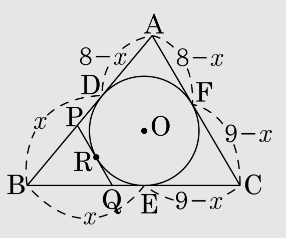


▶ 답:

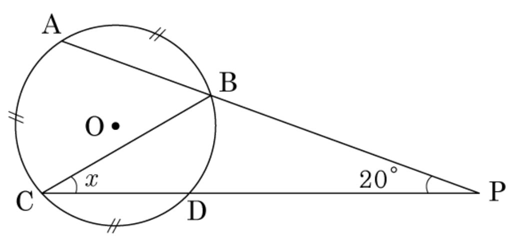
▷ 정답: 10

해설

다음 그림에서 $\overline{\text{BD}} = x$ 라 하면
$\overline{\text{AD}} = \overline{\text{AF}} = 8-x$, $\overline{\text{EC}} = \overline{\text{CF}} = 9-x$,
$\overline{\text{AC}} = (8-x)+(9-x) = 17-2x = 7$
$\therefore x = 5$
이때 $\overline{\text{PQ}}$ 와 원 O 의 접점을 R 라 하면
$\overline{\text{PR}} = \overline{\text{PD}}$, $\overline{\text{QR}} = \overline{\text{QE}}$ 이므로 $\triangle$PBQ 의 둘레의 길이는 $2\overline{\text{BD}}$ 이다.
$\therefore\ 2\overline{\text{BD}} = 2x = 2 \times 5 = 10$



29. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AB}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{AC}} = 5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$, $\angle\mathrm{BPD} = 20^\circ$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ 정답 : $30\,\underline{^\circ}$

해설

i) $5.0\text{pt}\overset{\frown}{\mathrm{BD}}$ 의 원주각이 x 이므로 $\angle\mathrm{BOD} = 2x$

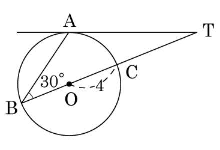
ii) $\triangle\mathrm{BCP}$ 에서 $\angle\mathrm{ABC} = 20^\circ + x^\circ$ 이므로

$\angle\mathrm{AOC} = 40^\circ + 2x^\circ$

iii) $3(40^\circ + 2x) + 2x = 360^\circ$

$120^\circ + 8x = 360^\circ \qquad \therefore\ x = 30$

30. 직선 AT 는 점 A 를 접점으로 하는 원 O 의 접선이다. 반지름의 길이가 4 이고, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle BAT$ 의 크기를 구하고 $\triangle ABT$ 는 어떤 삼각형인지 말하여라.



▶ 답 : °

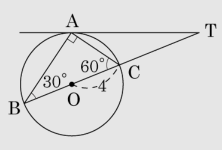
▶ 답 :

▷ 정답 : 120 °

▷ 정답 : 이등변삼각형

해설

보조선 AC 를 연결하면
지름 BC 에 대한 원주각은 90° 이므로
$\angle BAC = 90°$
$\overline{AT}$ 가 접선이므로 접선과 현이 이루는 각의 성질에 의하여
$\angle ABC = \angle TAC = 30°$
$\therefore\ \angle BAT = 90° + 30° = 120°$



삼각형 ABT 의 외각의 성질에 의하여

$\angle BTA = 180° - (120° + 30°) = 30°$
따라서 $\triangle ABT$ 는 양 끝 각의 크기가 같으므로 이등변삼각형이다.