1. 부등식 $ax+1 \geq 2x+5$의 해가 $x \geq 2$일 때, 상수 a의 값은?

① -3　② -1　③ 1　④ 4　⑤ 7

해설

$ax+1 \geq 2x+5$에서 $(a-2)x \geq 4$의 부등식의 해가 $x \geq 2$이므로

$a-2 > 0$

$x \geq \dfrac{4}{a-2}$이므로 $\dfrac{4}{a-2} = 2,\ a-2 = 2$

$\therefore a = 4$

2. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 알맞은 것은?

① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$ ② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ ③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 로 고쳐서 푼다.

3. 다음 연립부등식을 만족하는 정수의 개수가 10 개일 때, 정수 a 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 7x+4>5x \\ 15-x>a \end{cases}$$

① 3, 4 ② 5, 6 ③ 6 ④ 6, 7 ⑤ 4, 5, 6

해설

$7x+4>5x$

$\therefore\ x>-2$

$15-x>a$

$\therefore\ x<15-a$

만족하는 정수는 10 개이므로 $-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6,\ 7,\ 8$ 이다.

$8<15-a\le 9$

$6\le a<7$

$\therefore\ a=6$

4. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. '어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.' 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, '어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다' 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면, $\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$

이다. 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$ 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

5. 부등식 $|x-2|+|x+3| \geq -2x+9$의 해는?

① $x \geq 2$ ② $-3 \leq x \leq 2$ ③ $1 < x \leq 2$

④ $x < 2$ ⑤ 해가 없다.

해설

(i) $x < -3$일 때,

$-2x-1 \geq -2x+9$, $-1 \geq 9$

따라서 이 범위에서 해가 존재하지 않는다.

(ii) $-3 \leq x < 2$일 때,

$5 \geq -2x+9$

$2x \geq 4$, $x \geq 2$ 따라서 이 범위에서 해가 없다.

(iii) $x \geq 2$일 때,

$2x+1 \geq -2x+9$

$4x \geq 8$, $x \geq 2$ 따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$이다.

세 범위의 해를 연립하면 결과는

$\therefore x \geq 2$

6. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b,\ c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0,\ c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-4 \le 2 \\ 5-2x < 9 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$이다. 이때, a, b의 값을 각각 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -2$

▷ 정답: $b = 2$

해설

$3x - 4 \le 2$
$3x \le 6$
$\therefore\ x \le 2$

$5 - 2x < 9$
$2x > -4$
$\therefore\ x > -2$

따라서 $-2 < x \le 2$ 에서 $a = -2$, $b = 2$ 이다.

8. 연립부등식 $\begin{cases} 0.7x - 1.2 \le 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ 을 만족하는 가장 큰 정수는?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$\begin{cases} 0.7x - 1.2 \le 0.5x + 0.4 \\ \dfrac{x+2}{3} < 3 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} 7x - 12 \le 5x + 4 \\ x + 2 < 9 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x \le 8 \\ x < 7 \end{cases}$

$\therefore x < 7$

따라서 가장 작은 정수는 6 이다.

9. 다음 연립부등식 중에서 해가 <u>없는</u> 것은?

① $\begin{cases} x > 1 \\ x \geq 4 \end{cases}$ ② $\begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq -5 \end{cases}$ ③ $\begin{cases} x > 4 \\ x < -4 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x < 5 \\ x \geq 3 \end{cases}$ ⑤ $\begin{cases} x \leq 7 \\ x \geq -3 \end{cases}$

해설

③

10. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$　② $a \leq 2$　③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$　⑤ $2 < a < 5$

해설

$\begin{cases} 10-2x \geq 3x \rightarrow 2 \geq x \\ x-a > -3 \rightarrow x > a-3 \end{cases}$

$a-3 \geq 2$

$\therefore a \geq 5$

11. 이차부등식 $x^2 - 6x + 9 \geq 0$의 해를 구하면?

① 해가 없다　　② $x = 3$

③ $x \neq 3$인 모든실수　　④ $-3 < x < 3$

⑤ 모든 실수

해설

$(x-3)^2 \geq 0$, $(\text{실수})^2 \geq 0$이므로

$\therefore$ ⑤ 모든실수

12. 부등식 $x^2 + x + m \geq 0$의 x의 값에 관계없이 성립할 때, 실수 m의 최솟값은?

① -4 ② 0 ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$x^2 + x + m \geq 0$이 x의 값에 관계없이 항상 성립하려면
$x^2 + x + m = 0$의 판별식을 D라 할 때

$D = 1^2 - 4m \leq 0 \quad \therefore m \geq \frac{1}{4}$

따라서 실수 m의 최솟값은 $\frac{1}{4}$이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1>5 \\ \dfrac{x-5}{2} \le \dfrac{x}{4}+3 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \le b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 66

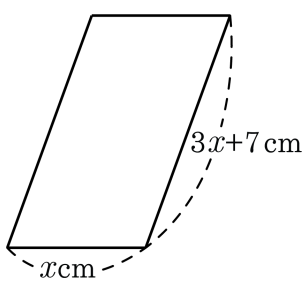
해설

$\begin{cases} 2x-1>5 \\ \dfrac{x-5}{2} \le \dfrac{x}{4}+3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>3 \\ x \le 22 \end{cases}$

$3 < x \le 22$ 에서 $a=3,\ b=22$

$\therefore ab=66$

14. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120 < 8x+14 \le 150$ 이다.
$120 < 8x + 14 \le 150$ 를 연립부등식으로 나타내면
$\begin{cases} 120 < 8x+14 \\ 8x+14 \le 150 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x > \dfrac{106}{8} \\ x \le \dfrac{136}{8} \end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\dfrac{53}{4} < x \le 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\dfrac{53}{4} < x \le 17$ 이다. $\dfrac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

15. 사탕을 포장하는데 한 박스에 4개씩 넣으면 12개가 남고, 6개씩 넣으면 3개 이상 5개 미만이 남는다고 한다. 전체 사탕의 개수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: _____ 개

▷ 정답: 28개

해설

묶음의 수를 x묶음이라 하면
사탕의 수: $(4x+12)$개

$6x+3 \le 4x+12 < 6x+5$

$$\begin{cases} 6x+3 \le 4x+12 \\ 4x+12 < 6x+5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 2x \le 9 \\ -2x < -7 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \le \frac{9}{2} \\ x > \frac{7}{2} \end{cases}$$

$\frac{7}{2} < x \le \frac{9}{2}$에서 x는 자연수이어야 하므로 $x=4$

∴ 사탕의 수는 $4 \times 4 + 12 = 28$ (개)이다.

16. x에 관한 이차부등식 $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $a < b$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

② $a < b$일 때, $x \leq -1,\ x \leq 3$이다.

③ $a < 0$일 때, $-1 \leq x \leq 3$이다.

④ $b < 0$일 때, $x \leq -1,\ x \geq 3$이다.

⑤ $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수 x에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$을 이항하여 정리하면
$(a-b)x^2 - 2(a-b)x - 3(a-b) \geq 0$(이차부등식이므로 $a \neq b$)

i) $a < b$이면 $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \leq 0$
$\therefore -1 \leq x \leq 3$

ii) $a > b$이면
$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1) \geq 0$
$\therefore x \leq -1,\ x \geq 3$

17. 부등식 $x^2 - 3|x| - 4 > 0$의 해를 구하면?

① $x < -4$ 또는 $x > 4$　　② $x < -1$ 또는 $x > 4$

③ $x < 1$ 또는 $x > -4$　　④ $-1 < x < 4$

⑤ $-1 < x < 3$

해설

부등식에 절댓값이 있으므로

(i) $x \geq 0$

$x^2 - 3x - 4 > 0$

$(x+1)(x-4) > 0$

$x < -1$ 또는 $x > 4$

$x \geq 0$이므로 $x > 4$

(ii) $x < 0$

$x^2 + 3x - 4 > 0$

$(x-1)(x+4) > 0$

$x < -4$ 또는 $x > 1$

$x < 0$이므로 $x < -4$

(i) (ii) 로부터 $x < -4$ 또는 $x > 4$

18. x 에 대한 이차부등식 $x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 일 때 상수 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x^2+ax+b>0$ 의 해가 $x<1$ 또는 $x>4$ 이려면
$(x-1)(x-4)>0$ 에서 $x^2-5x+4>0$ 이므로
$a=-5$, $b=4$ 따라서 $a+b=-1$

19. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 6일 때, 이차방정식 $f(4x-1)=0$의 두 근의 합은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

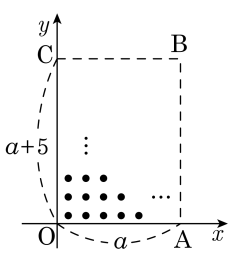
해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$
$f(4x-1)$는 $f(x)$의 x대신 $4x-1$를 대입한 것과 같으므로
$f(4x-1)=k(4x-1-\alpha)(4x-1-\beta)=0$의 근은
$x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ \dfrac{\beta+1}{4}$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α,β라 하면
$f(\alpha)=0,\ f(\beta)=0$
$f(4x-1)=0$에서
$4x-1=\alpha,\ 4x-1=\beta$
$\therefore x=\dfrac{\alpha+1}{4},\ x=\dfrac{\beta+1}{4},$
$\therefore$두 근의 합은 $\dfrac{\alpha+1+\beta+1}{4}=\dfrac{6+2}{4}=2$

20. 다음 그림과 같이 원점을 모서리로 하고, $\overline{\mathrm{OA}} = a$, $\overline{\mathrm{OC}} = a+5$ 인 직사각형 OABC 가 있다. 사각형 OABC 내부의 격자점의 수가 50 개 이하가 되도록 할 때, a 의 최댓값은? (단, $a > 0$ 이고, 격자점은 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점이다.)

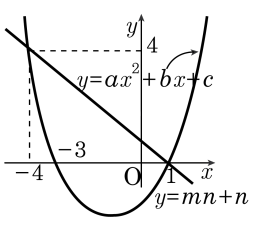


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$(a-1)(a+4) \le 50$
$a^2 + 3a - 54 = (a+9)(a-6) \le 0$
$\therefore 0 < a \le 6$

21. 다음 그림은 일차함수 $y = mx + n$과 이차함수$y = ax^2 + bx + c$의 그래프이다. 다음 [보기] 중 옳은 것의 개수는?



보기

㉮ 연립방정식 $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = mx + n \end{cases}$ 의 해는 $x = -4,\ y = 4$와 $x = 1,\ y = 0$ 이다.

㉯ 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$의 해는 $x \leq -3$ 또는 $x \geq 1$이다.

㉰ 부등식 $ax^2 + bx + c \leq mx + n$의 해는 $-4 \leq x \leq 1$이다.

㉱ 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$에서 $a = 1$이다.

㉲ 일차함수 $y = mx + n$ 에서 $m = -\frac{4}{5}$이다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉮ 교차점이 연립방정식의 해이다 (참)
㉰ 빗금 친 부분에 해당한다. 즉, $-4 \leq x \leq 1$
㉱, ㉲ 먼저 $(-4, 4)(1, 0)$ 을 지나는 직선의
방정식을 구하면

$y = (\frac{4-0}{-4-1})(x+4) + 4 = -\frac{4}{5}x + \frac{4}{5}$
연립방정식에 구한 직선의 방정식을 넣으면
$ax^2 + (b + \frac{4}{5})x + c - \frac{4}{5} = a(x+4)(x-1)$
$= ax^2 + 3ax - 4a$
$\Rightarrow \quad b + \frac{4}{5} = 3a, \quad c - \frac{4}{5} = -4a$
그리고 이차함수는 $(-3, 0)$ 을 지나므로
$9a - 3b + c = 0$
위의 세 식을 연립하면 $a = \frac{4}{5}$
$\therefore$ ㉮, ㉯, ㉰, ㉲ : 참

22. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$$y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$$
$$y = x + 1$$

포물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m 의 범위를 정하면?

① $m < -2, \quad m > \frac{2}{3}$ ② $m < -1, \quad m > \frac{2}{3}$

③ $m < -2, \quad m > 2$ ④ $m < 2, \quad m > \frac{2}{3}$

⑤ $m < -5, \quad m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$ 을
항상 만족시키도록 m 을 정하면 된다.
$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 에서 판별식
$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$
$(m - 2 + 2m)(m - 2 - 2m) < 0$
$(3m - 2)(m + 2) > 0$
$\therefore \quad m < -2 \, , \, m > \frac{2}{3}$

23. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2-5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$이 되도록 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

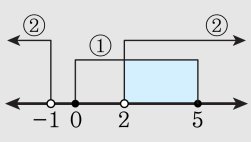
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2-5x = x(x-5) \le 0$

$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots ①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots ②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \le 5$ 이므로 a의 값은 2이다.



24. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

i) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ii) $f(1) > 0,\quad 1 - a + 9 > 0,\quad a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0,\ a \ge 6,\ a \le -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \le -6$

$\therefore k = -6$

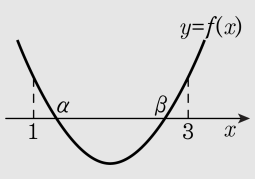
25. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면
$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면
$D = a^2 - 16 > 0$ 에서 $(a+4)(a-4) > 0$
$\therefore\ a < -4$ 또는 $a > 4$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$f(3) = 13 - 3a > 0$ 에서 $a < \dfrac{13}{3}$

$\therefore\ a < \dfrac{13}{3}$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이
$x = \dfrac{a}{2}$ 이므로 $1 < \dfrac{a}{2} < 3$
$\therefore\ 2 < a < 6$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \dfrac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \dfrac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$