

1. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000 - 1) \times (2000 + 1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

2. x 에 대한 항등식 $ax^2 - 5x + c = 2x^2 + bx - 1$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▶ 답 :
- ▷ 정답 : $a = 2$
- ▷ 정답 : $b = -5$
- ▷ 정답 : $c = -1$

해설

계수비교법에 의하여 동차의 계수가 같아야 한다.
 $\therefore a = 2, b = -5, c = -1$

3. 등식 $2x^2 - 6x - 2 = a(x+1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x+1)$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x=0$ 을 대입하면: $a=1$
 $x=-1$ 을 대입하면: $b=2$
 $x=2$ 을 대입하면: $c=-1$
 $\therefore a+b+c=2$

4. 허수단위 i 에 대하여 $i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6$ 을 간단히하면?

① $1 + i$

② $-1 + i$

③ $2i$

④ $2 + i$

⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & i + i^2 + i^3 + i^4 + i^5 + i^6 \\ &= i + (-1) + (-i) + 1 + i + (-1) \\ &= -1 + i \end{aligned}$$

5. 다음 연립방정식의 해 중 자연수의 개수가 가장 많은 연립방정식을 골라라.

① $\begin{cases} x \leq 1 \\ x > -1 \end{cases}$

② $\begin{cases} x > 2 \\ x < 3 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x \leq 1 \\ x \leq 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x > 2 \\ x > 4 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x \leq -1 \\ x > -5 \end{cases}$

해설

- ① $-1 < x \leq 1$ 이므로 자연수는 1 한 개다.
- ② $2 < x < 3$ 이므로 자연수는 없다.
- ③ $x \leq 1$ 이므로 자연수는 1로 한 개다.
- ④ $x > 4$ 이므로 자연수는 5, 6, 7, 8... 이다.
- ⑤ $-5 < x \leq -1$ 이므로 자연수는 없다.

6. 두 점 A(a , 1), B(4, -3) 사이의 거리가 $4\sqrt{5}$ 일 때, 실수 a 의 값들의 합은?

① 8

② 9

③ 10

④ 11

⑤ 12

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{(4-a)^2 + (-3-1)^2} = 4\sqrt{5}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 8a + 32 = 80, a^2 - 8a - 48 = 0$$

$$(a-12)(a+4) = 0$$

$$\therefore a = 12 \text{ 또는 } a = -4$$

$$\text{따라서 구하는 값은 } 12 - 4 = 8$$

7. 점 A(-1, -1)에 대하여 점 P(2, 3)과 대칭인 점 Q의 좌표를 구하면?

- ① Q(-4, 5) ② Q(4, -5) ③ Q(-4, -5)
④ Q(-2, -3) ⑤ Q(1, 1)

해설

점 P와 점 Q는 점 A에 대하여 대칭이므로
 $\overline{PA} = \overline{QA}$ 이다.
즉 선분 PQ의 중점이 점 A이다.
Q(x, y)라 하면, 점 P(2, 3)과
점 Q를 이은 선분의 중점이 A(-1, -1)이므로
 $\frac{x+2}{2} = -1, \frac{y+3}{2} = -1$
 $\therefore x = -4, y = -5$
 $\therefore Q(-4, -5)$

8. 두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식을 $y = ax + b$ 라 할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1

② 4

③ 7

④ 10

⑤ 13

해설

두 점 $(1, -2)$, $(3, 6)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 2 = \frac{6 + 2}{3 - 1}(x - 1)$$

$$y + 2 = 4(x - 1)$$

$$\therefore y = 4x - 6$$

$$\text{즉, } a = 4, b = -6$$

$$\therefore a - b = 4 - (-6) = 10$$

9. 다음 점 $(-3, 4)$ 를 원점에 대하여 대칭이동한 점의 좌표를 구하면?

㉠ $(3, -4)$

㉡ $(-4, 4)$

㉢ $(4, -3)$

㉣ $(-4, 2)$

㉤ $(-5, 0)$

해설

원점대칭은 x, y 부호를 각각 반대로 해주면 된다.

10. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉥

해설

- ㉠ : 11, 13, 15, ...
- ㉢ : 월, 화, 수, ..., 일
- ㉥ : 2, 4, 6, ..., 94, 96, 98
- ㉡, ㉣, ㉤은 기준이 분명하지 않다.

11. 2보다 크고 10보다 작은 짝수의 집합을 A 라 할 때, 다음 $\square$ 안에 들어갈 기호가 $\in$ 인 것을 골라라.

① $2 \square A$

② $A \square 4$

③ $6 \square A$

④ $A \square 10$

⑤ $\{4, 6\} \square A$

해설

$$A = \{4, 6, 8\}$$

① $2 \notin A$

② $A \ni 4$

③ $6 \in A$

④ $A \not\supset 10$

⑤ $\{4, 6\} \subset A$

12. 다음 보기 중 유한집합은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$
- ㉡ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{보다 작은 수}\}$
- ㉢ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 홀수}\}$
- ㉤ $\{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$
- ㉥ $\{x \mid x \text{는 우리나라의 놀이 동산}\}$
- ㉦ $\{x \mid x \text{는 우리나라 사람 중에서 '차' 씨 인 사람}\}$

- ① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 5개 ⑤ 6개

해설

유한집합은 ㉠, ㉤, ㉥, ㉦의 모두 4개이다.

13. $f(x) = x^2 - ax + 1$ 이 $x - 1$ 로 나누어 떨어질 때 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$$f(1) = 1^2 - a \cdot 1 + 1 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

14. 집합 $A = \{0, 1\}$ 일 때, 집합 $X = \{(2x + 1)y \mid x \in A, y \in A\}$ 의 원소 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x = 0, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 0, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 1$

$x = 1, y = 0$ 일 때, $(2x + 1)y = 0$

$x = 1, y = 1$ 일 때, $(2x + 1)y = 3$

따라서 가장 큰 수는 3이다.

15. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 일 때, 집합 $\{x^2 \mid x \in A, x \notin B\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $\{4, 9\}$

② $\{9, 16\}$

③ $\{9, 25\}$

④ $\{9, 36\}$

⑤ $\{16, 36\}$

해설

$A = \{2, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$ 이므로

$x \in A$ 에서 $x = 2$ 또는 $x = 3$ 또는 $x = 5 \cdots \textcircled{1}$

$x \notin B$ 에서 $x \neq 2$ 이고 $x \neq 4$ 이고 $x \neq 6 \cdots \textcircled{2}$

이때 $\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$ 을 동시에 만족하는 x 의 값은

$x = 3, x = 5$

따라서 가능한 x^2 의 값은

$x^2 = 3^2 = 9, x^2 = 5^2 = 25$

16. 다음 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은?
 $\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\}$

① $\{2, 3, 5\}$

② $\{2, 3, 5, 7\}$

③ $\{2, 3, 5, 7, 9\}$

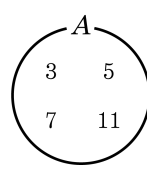
④ $\{2, 3, 5, 7, 11\}$

⑤ $\{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$

해설

$\{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 소수}\} = \{2, 3, 5, 7\}$

17. 다음 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?

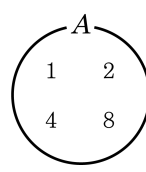


- ① $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 자연수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{ 이상 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 11 \text{의 약수}\}$

해설

{3, 5, 7, 11} 는 소수 중 3 이상이고 11 이하의 소수이다.
조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이상 } 11 \text{ 이하의 소수}\}$ 이다.

18. 다음 그림의 집합 A 를 조건제시법으로 나타내면?



- ① $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 배수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$

해설

$A = \{1, 2, 4, 8\}$ 이므로 조건제시법으로 나타내면 $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 이다.

19. 집합 $A = \{a \mid a \text{는 } 12 \text{의 약수이고, 짝수인 자연수}\}$ 를 원소나열법으로 나타낸 것은?

① $A = \{2, 4\}$

② $A = \{2, 4, 6\}$

③ $A = \{2, 4, 6, 8\}$

④ $A = \{2, 4, 6, 12\}$

⑤ $A = \{2, 4, 6, 8, 12\}$

해설

12의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이고 이 중에서 짝수는 2, 4, 6, 12 이므로 $A = \{2, 4, 6, 12\}$ 이다.

20. 다음 중 옳지 않게 연결된 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 3, 5\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 20 \text{미만의 } 4 \text{의 배수}\} = \{4, 8, 12, 16\}$
- ⑤ $\{x \mid x = 2 \times n + 1, 1 \leq n \leq 3, n \text{은 자연수}\} = \{3, 5, 7\}$

해설

① $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\} = \{1, 2, 3, 4\}$ 이다.

21. 다음 중 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 를 조건제시법으로 바르게 나타낸 것은?

- ① $\{x \mid x \text{는 한 자리의 홀수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수 중 } 2 \text{로 나누었을 때 나머지가 } 1 \text{인 수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 홀수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 큰 한 자리의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ② $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
- ④ $\{1, 3\}$
- ⑤ $\{3, 5, 7, 9\}$

22. 집합 $A = \{x \mid x = 7 \times n - 4, n \text{은 자연수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① $3 \notin A$
- ② $4 \in A$
- ③ $7 \notin A$
- ④ $10 \notin A$
- ⑤ $17 \in A$

해설

$A = \{3, 10, 17, \dots\}$

- ① $3 \in A$
- ② $4 \notin A$
- ④ $10 \in A$

23. $A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 의 원소들의 합을 구하면?

① -10

② -6

③ -1

④ 5

⑤ 9

해설

$A = \{y \mid y = 2x - 1, x^2 + 2x - 3 = 0\}$ 에서

$x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$ 이면

$x = -3$ 또는 $x = 1$

A 는 y 의 집합이므로

$x = -3$ 일 때, $y = 2 \times (-3) - 1 = -7$

$x = 1$ 일 때, $y = 2 \times 1 - 1 = 1$

$\therefore -7, 1$ 이므로 원소들의 합은 -6

24. 원점 O와 점 A(3, 6)을 이은 선분 OA를 2 : 1로 내분하는 점을 P, 선분 OP를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라고 할 때, 두 점 P, Q 사이의 거리를 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{17}$

해설

$$P\left(\frac{2 \times 3 + 1 \times 0}{2 + 1}, \frac{2 \times 6 + 1 \times 0}{2 + 1}\right) = (2, 4)$$

$$Q\left(\frac{2 \times 2 - 1 \times 0}{2 - 1}, \frac{2 \times 6 - 1 \times 0}{2 - 1}\right) = (4, 12) \text{ 이므로}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(4 - 2)^2 + (12 - 4)^2} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17} \text{ 이다.}$$

25. 두 직선 $x - 3y + 1 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점과 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$x - 3y + 1 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점은 $(2, 1)$

$\therefore 4x + 3y - 1 = 0$ 까지의 거리 :

$$\frac{|4 \times 2 + 3 \times 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

26. 자연수의 두 집합 $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3, 4\}$ 에 대하여 집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다. 집합 C 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : {2, 3, 4, 6, 8}

해설

집합 C 는 집합 A 와 집합 B 에 속하는 원소를 곱한 것들의 집합이다.

집합 집합B\A	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8

27. 원소의 개수가 3 인 집합 A 가 다음 조건을 만족한다.

(가) $5 \in A$
(나) $x \in A$ 이면 $\frac{1}{1-x} \in A$

이 때 집합 A 의 모든 원소의 곱은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$5 \in A \text{ 이므로 } \frac{1}{1-5} = -\frac{1}{4} \in A$$
$$\text{또 } \frac{1}{1-\left(-\frac{1}{4}\right)} = \frac{1}{\frac{5}{4}} = \frac{4}{5} \in A$$
$$\frac{1}{1-\frac{4}{5}} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 5 \in A$$
$$A = \left\{-\frac{1}{4}, \frac{4}{5}, 5\right\} \text{ 에서 } A \text{ 의 모든 원소의 곱은 } -\frac{1}{4} \times \frac{4}{5} \times 5 = -1 \text{ 이다.}$$

28. 두 집합 $A = \{1, 3, 4, 5\}$, $B = \{6, 8\}$ 에 대하여 집합 $C = \left\{x \mid x = \frac{a+b}{2}, a \in A, b \in B\right\}$ 일 때, 다음 중 집합 C 의 원소가 아닌 것은?

① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$a \in A$, $b \in B$ 이므로 a 는 1, 3, 4, 5 중의 하나이고, 그 각각에 대하여 b 는 6, 8이 될 수 있다.

(i) $a = 1$ 일 때, $x = \frac{1+6}{2}, \frac{1+8}{2}$
 $\therefore x = \frac{7}{2}, \frac{9}{2}$

(ii) $a = 3$ 일 때, $x = \frac{3+6}{2}, \frac{3+8}{2}$
 $\therefore x = \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$

(iii) $a = 4$ 일 때, $x = \frac{4+6}{2}, \frac{4+8}{2}$
 $\therefore x = 5, 6$

(iv) $a = 5$ 일 때, $x = \frac{5+6}{2}, \frac{5+8}{2}$
 $\therefore x = \frac{11}{2}, \frac{13}{2}$

$\therefore C = \left\{\frac{7}{2}, \frac{9}{2}, 5, \frac{11}{2}, 6, \frac{13}{2}\right\}$

29. 공집합이 아닌 실수의 부분집합 A 가 $x \in A$ 이면 $2x \in A$ 를 만족한다. 이때, 집합 A 가 유한집합이 된다고 할 때, 집합 A 의 원소를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x \in A$ 이면 $2x \in A$, $2x \in A$ 이면 $2 \cdot 2x = 4x \in A$, ... 등과 같이 모든 자연수 n 에 대해 $2^n \cdot x \in A$ 가 된다.
 $x \neq 0$ 이라면, $x \neq 2x$ 가 되고,
 $2^n \cdot x$ 는 모두 서로 다른 원소가 되어 집합 A 는 무한집합이 된다.
그러므로 집합 A 가 유한집합이 되려면 $2^n \cdot x$ 가 모두 같은 원소 0이 되어야 한다.
 $\therefore A = 0$ 이므로 A 의 원소는 0이다.

30. 집합 S 는 다음 조건을 만족한다고 한다.

- (i) $2 \notin S, a \in S$ 이면 $\frac{1}{2-a} \in S$
(ii) 3은 집합 S 의 원소이다.

이때, 집합 S 의 원소 중 정수인 것을 구하여라. (단, 3은 제외)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$3 \in S$ 이므로 조건에 대입하면

$\frac{1}{2-3} \in S$ 에서 $-1 \in S$ 이다.

또 $\frac{1}{2-(-1)} = \frac{1}{3} \in S$ 이고,

다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{1}{3}} = \frac{3}{5} \in S$

또 다시 대입하면 $\frac{1}{2-\frac{3}{5}} = \frac{5}{7} \in S, \cdots$

계속하면 $\frac{2n-1}{2n+1}$ ($n = 1, 2, 3 \cdots$) 꼴의 수만 나타난다.