1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 닮은 도형이란 서로 닮음인 관계에 있는 두 도형을 말한다.

② 서로 닮은 두 평면도형에서 대응하는 변의 길이의 비는 일정하다.

③ $\triangle ABC$와 $\triangle DEF$가 닮음일 때, $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 와 같이 나타낸다.

④ 두 닮은 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 다를 수도 있다.

⑤ 두 닮은 입체도형에서 대응하는 선분의 길이의 비는 일정하다.

해설

두 닮은 평면도형에서 대응하는 각의 크기는 항상 같다.

2. 다음 중 항상 닮음인 두 도형을 모두 골라라.

㉠ 두 정사각형	㉡ 두 원
㉢ 두 원뿔	㉣ 두 직육면체
㉤ 두 정육면체	

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

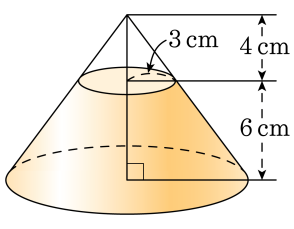
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉤

해설

모든 원과 변의 개수가 같은 모든 정다각형끼리는 각각 항상 닮음이다. 따라서 ㉠, ㉡, ㉤이다.

3. 다음 그림과 같이 원뿔을 밑면에 평행한 평면으로 자를 때 생기는 단면이 반지름의 길이가 3 cm인 원일 때, 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

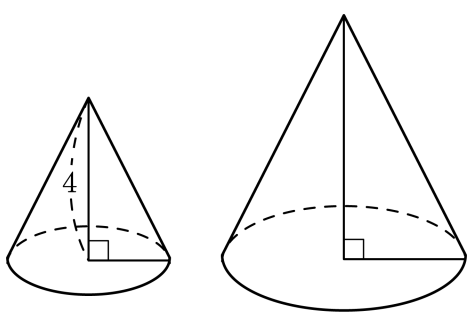
▷ 정답 : $\frac{15}{2}$ cm

해설

처음 원뿔과 밑면에 평행한 평면으로 잘라서 생긴 작은 원뿔의 닮음비는 원뿔에서 높이의 비와 같으므로
$(4+6) : 4 = 10 : 4 = 5 : 2$

따라서 처음 원뿔의 밑면의 반지름의 길이를 r cm라 하면
$r : 3 = 5 : 2$
$\therefore\ r = \frac{15}{2}$

4. 다음 그림에서 두 원뿔은 서로 닮은 도형이고, 작은 원과 큰 원의 밑면의 둘레의 길이가 각각 4π, 8π일 때, 큰 원뿔의 높이를 구하면?

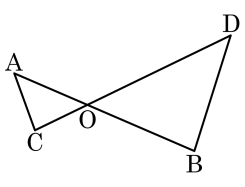


① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

작은 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r = 4\pi$에서 $r = 2$
큰 원뿔의 밑면의 반지름은 $2\pi r' = 8\pi$에서 $r' = 4$
두 원의 반지름의 닮음비가 $1 : 2$이므로 원뿔의 높이는 $1 : 2 =$
$4 :$ (큰 원뿔의 높이),
따라서 (큰 원뿔의 높이) $= 8$이다.

5. 다음 그림에서 $2\overline{AO} = \overline{DO}, 2\overline{CO} = \overline{BO}$ 일 때, $\angle A = \angle D$ 임을 다음과 같이 증명하였다. $\square$ 안에 알맞지 않은 것은?



증명

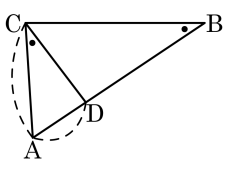
$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{CO} : \overline{BO} =$ ① : ②
$\angle AOC =$ ③ ($\because$ 맞꼭지각) 이므로
$\triangle AOC$ ④ $\triangle DOB$ (⑤ 닮음)
따라서 $\angle A = \angle D$ 이다.

① 1 ② 2 ③ $\angle DOB$
④ $\backsim$ ⑤ SSS

해설

$\triangle AOC$ 와 $\triangle DOB$ 에서
$\overline{AO} : \overline{DO} = \overline{AO} : 2\overline{AO} = 1 : 2$,
$\overline{CO} : \overline{BO} = \overline{CO} : 2\overline{CO} = 1 : 2$
$\angle AOC = \angle DOB$ (맞꼭지각)
$\therefore \triangle AOC \backsim \triangle DOB$ (SAS 닮음)
$\therefore \angle A = \angle D$

6. 다음 △ABC 에서 ∠B = ∠ACD, $\overline{AC}$ = 18 cm, $\overline{AD}$ = 10 cm 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



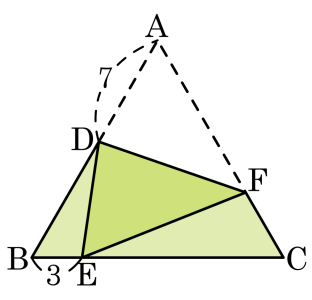
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 22.4 cm

해설

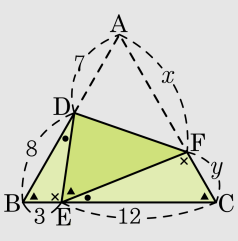
∠B = ∠ACD 이고 ∠A 는 공통이므로
△ACD ∽ △ABC (AA 닮음)
∴ 10 : 18 = 18 : $\overline{AB}$
$\overline{AB}$ = 32.4 cm
∴ $\overline{BD}$ = $\overline{AB}$ − 10 = 32.4 − 10 = 22.4(cm)

7. 한 변의 길이가 15cm 인 정삼각형의 꼭짓점 A 가 $\overline{BC}$ 위의 점 E 에 겹치게 접었다. $\overline{BE}$ 가 3cm 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



① $\frac{19}{2}$cm ② $\frac{21}{2}$cm ③ $\frac{23}{2}$cm
④ $\frac{25}{2}$cm ⑤ $\frac{27}{2}$cm

해설

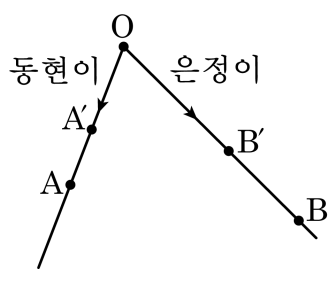


$8 : 12 = 3 : y \quad \therefore\ y = \frac{9}{2}$

$x = 15 - \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$

$\therefore\ \overline{AF} = \frac{21}{2}(\text{cm})$

8. 동현이와 은정이는 다음 그림에서 출발점 O 에서 A, B 방향으로 각각 분속 3m/min, 5m/min 의 속력으로 달릴 때, 15 분 후의 동현이와 은정이의 위치를 각각 A′, B′ 이라고 하자. A′ 과 A 사이의 거리가 15m 일 때, B′ 과 B 사이의 거리는?

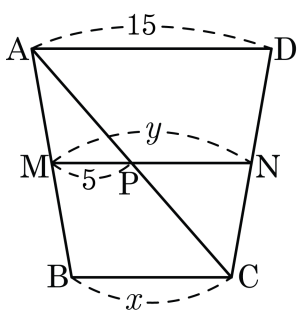


① 15m ② 20m ③ 25m ④ 30m ⑤ 35m

해설

A′ 와 B′, A 와 B 를 잇는 선을 그으면 동현이와 은정이의 속력은 일정하므로 두 선이 평행이다.
$\overline{OA'} = 45\text{m}$, $\overline{OB'} = 75\text{m}$ 이므로 $3 : 5 = 15 : \overline{B'B}$ 이다. 따라서 B′ 과 B 사이의 거리는 25m 이다.

9. 다음 그림에서 $\overline{AD}//\overline{MN}//\overline{BC}$ 이고, $\overline{AB} : \overline{AM} = 2 : 1$, $\overline{MP} = 5$ 일 때, $2y - x$ 의 값은?



① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 15

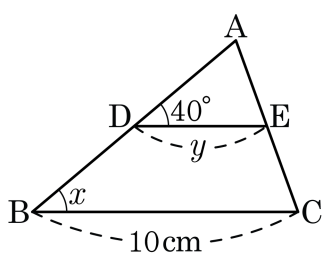
해설

$x = \overline{BC} = 2\overline{MP} = 10$

$y = \overline{MN} = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{BC}) = \frac{25}{2}$

$\therefore\ 2y - x = 2 \times \frac{25}{2} - 10 = 15$

10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 가 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 의 중점일 때, x, y 의 값은?

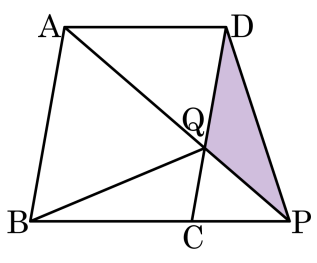


① $\angle x = 30°,\ y = 5\text{cm}$
② $\angle x = 35°,\ y = 7\text{cm}$
③ $\angle x = 40°,\ y = 7\text{cm}$
④ $\angle x = 40°,\ y = 5\text{cm}$
⑤ $\angle x = 45°,\ y = 7\text{cm}$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 에서
$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{AE} : \overline{AC} = 1 : 2$
$\angle A$ 공통이므로 $\triangle ADE \backsim \triangle ABC$ 이다.
$\angle x = \angle ADE = 40°$ 이고 점 D, E 는 각 변의 중점이므로 $y = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$ 의 연장선 위에 한 점 P 를 잡아 $\overline{AP}$ 를 이을 때, $\overline{DC}$ 와의 교점을 Q 라고 하면 $\triangle BCQ = 30\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 이때, $\triangle DQP$ 의 넓이를 구하면?



① $15\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $24\,\mathrm{cm}^2$

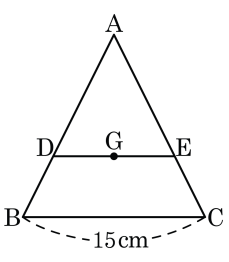
④ $28\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $30\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AC}$ 를 이으면 $\triangle ACP = \triangle DCP$

$\triangle DQP = \triangle ACQ = \triangle BCQ = 30(\,\mathrm{cm}^2)$

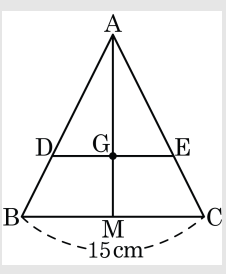
12. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 이다. $\overline{BC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\overline{DG}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설



$\overline{AG}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 가 만나는 점을 M 이라고 하면

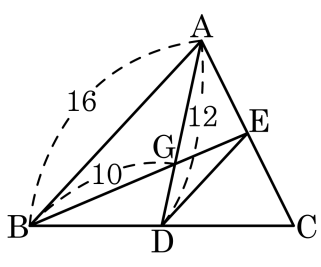
$\overline{BM} = \frac{15}{2}(\text{cm})$

$\overline{AG} : \overline{AM} = \overline{DG} : \overline{BM}$

$2 : 3 = \overline{DG} : \frac{15}{2}$

$\therefore \overline{DG} = 5(\text{cm})$

13. 다음 그림에서 점 G는 △ABC의 무게중심이다. △GDE의 둘레를 구하면?



① 17 ② 18 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

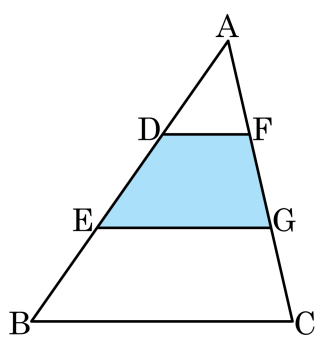
$\overline{BG} : \overline{EG} = 2 : 1$이므로 $\overline{EG} = \dfrac{10}{2} = 5$

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이므로 $\overline{GD} = 12 \times \dfrac{1}{3} = 4$

$\overline{DE} = \dfrac{1}{2}\overline{AB} = 8$

따라서 둘레의 길이는 $5 + 8 + 4 = 17$이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$ 의 삼등분점이고, 점 F, G 는 각각 $\overline{AC}$ 의 삼등분점이다. $\square DEGF$ 의 넓이가 $9cm^2$ 일 때, $\square EBCG$ 의 넓이는?



① $11cm^2$ ② $12cm^2$ ③ $13cm^2$

④ $14cm^2$ ⑤ $15cm^2$

해설

$\overline{DF} : \overline{EG} : \overline{BC} = 1 : 2 : 3$ 이므로 세 삼각형의 넓이의 비는 $1 : 4 : 9$ 이다.

$1 : (4-1) = \triangle ADF : 9$

$\triangle ADF = 3cm^2$

또한, $1 : (9-4) = 3 : \square EBCG$ 이므로 $\square EBCG = 15cm^2$ 이다.

15. 변의 길이의 비가 2 : 3 인 두 정육면체가 있다. 작은 정육면체의 부피가 8cm^3 일 때, 큰 정육면체의 부피를 구하여라.

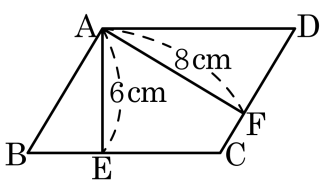
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $27\underline{\text{cm}^3}$

해설

변의 길이의 비가 2 : 3 이므로 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ 이다.
작은 정육면체의 부피가 8cm^3 이므로 큰 정육면체의 부피는 27cm^3 이다.

16. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 변 BC, CD 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AB} : \overline{AD}$ 를 구하라.

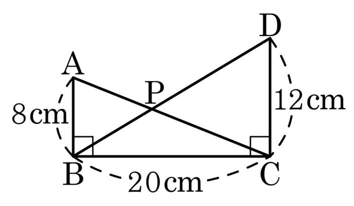


① 2 : 3 ② 1 : 2 ③ 4 : 5 ④ 1 : 3 ⑤ 3 : 4

해설

$\angle B = \angle D$, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$ 이므로
$\triangle ABE \backsim \triangle ADF$ (AA 닮음)
$\overline{AE} : \overline{AF} = 6 : 8 = 3 : 4$
$\therefore\ \overline{AB} : \overline{AD} = 3 : 4$

17. 다음 그림에서 점 P 가 $\overline{AC}, \overline{BD}$ 의 교점일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : 48 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

점 P 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

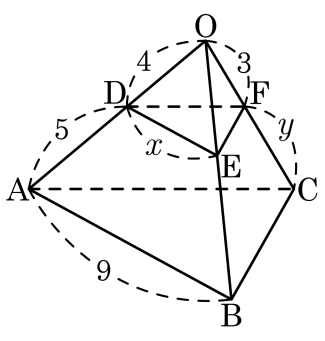
$\overline{AP} : \overline{CP} = 2 : 3,\ \overline{BH} : \overline{CH} = 2 : 3$

$\overline{PH} : \overline{AB} = \overline{CH} : \overline{CB}$

$\overline{PH} : 8 = 3 : 5,\ \overline{PH} = \frac{24}{5}(\text{cm})$

$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 20 \times \frac{24}{5} = 48(\text{cm}^2)$

18. 다음 그림의 삼각뿔 O – ABC 에서 △DEF 를 포함하는 평면과 △ABC 를 포함하는 평면이 서로 평행할 때, $x+4y$ 의 값은?



① 4 ② 9 ③ $\frac{31}{4}$ ④ 15 ⑤ 19

해설

$\overline{DE} // \overline{AB}$ 이므로 △ODE ∽ △OAB

$4 : 9 = x : 9$

$x = 4$

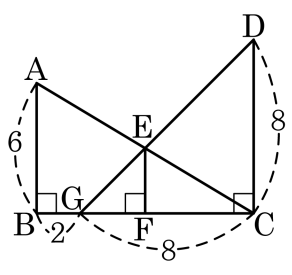
$\overline{DF} // \overline{AC}$ 이므로 △ODF ∽ △OAC

$4 : 5 = 3 : y$

$y = \frac{15}{4}$

$\therefore\ x+4y = 4 + 4 \times \frac{15}{4} = 19$

19. 다음 그림에서 $\angle B = \angle BFE = \angle DCG = 90°$, $\overline{AB} = 6$, $\overline{DC} = 8$, $\overline{BG} = 2$, $\overline{GC} = 8$ 일 때, $\overline{EF}$의 길이는?



① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

$\overline{EF}//\overline{DC}$이므로 $\overline{GF} : \overline{GC} = \overline{EF} : \overline{CD}$

$\overline{GF} : 8 = x : 8$, $\overline{GF} = x$

$\therefore\ \overline{CF} = 8 - x$

$\overline{AB}//\overline{EF}$이므로 $\overline{CF} : \overline{CB} = \overline{EF} : \overline{AB}$

$(8 - x) : 10 = x : 6$

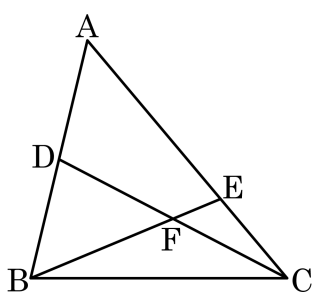
$10x = 6(8 - x)$

$10x = 48 - 6x$

$16x = 48$

$\therefore x = 3$

20. 다음 그림에서 점 D 가 $\overline{AB}$ 의 중점이고 $\overline{AE} = 2 \times \overline{EC}$ 일 때, $\overline{EF} : \overline{FB}$ 의 비가 $a : b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하시오. (단 a, b 는 서로소)



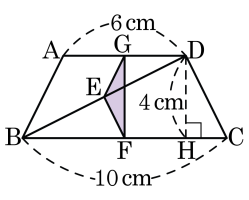
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\overline{AE}$ 의 중점을 G 라하고, $\overline{EF}$ 의 길이를 x 라 하면, $\overline{DG} = 2x$, $\overline{BE} = 4x$ 이고, $\overline{BF} = 4x - x = 3x$ 이므로, $\overline{EF} : \overline{FB} = x : 3x = 1 : 3$ 이다.
따라서 $a + b = 4$ 이다.

21. 사다리꼴 ABCD 에서 점 G, E, F 는 각각 $\overline{AD}$, $\overline{BD}$, $\overline{BC}$ 의 중점이다. △GEF 의 넓이를 구하면?



① $1\,\mathrm{cm}^2$ ② $2\,\mathrm{cm}^2$ ③ $3\,\mathrm{cm}^2$ ④ $4\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $5\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square ABFG = (3+5)\times 4\times \frac{1}{2} = 16(\mathrm{cm}^2)$

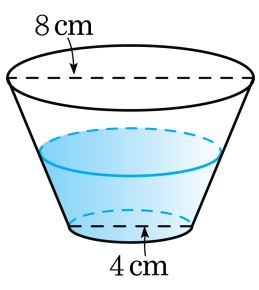
$\square ABEG = \frac{3}{4}\triangle ABD = \frac{3}{4}\times\frac{1}{2}\times 6\times 4 = 9(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle BEF = \frac{1}{4}\triangle BDC = \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\times 10\times 4 = 5(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle GEF = \square ABFG - (\square ABEG + \triangle BEF)$

$= 16 - (9+5) = 2(\mathrm{cm}^2)$

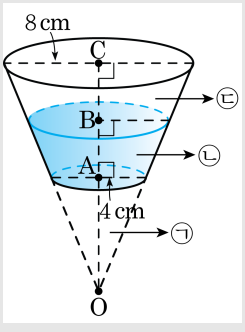
22. 다음 그림과 같이 그릇의 안이 원뿔대 모양인 그릇에 물을 부어서 높이가 절반이 되도록 하였다. 들어갈 수 있는 물의 최대 부피가 448cm^3 일 때, 현재 물의 부피는 몇 cm^3 인가?



① 144cm^3 ② 152cm^3 ③ 164cm^3
④ 186cm^3 ⑤ 224cm^3

해설

다음 그림과 같이 원뿔대를 연장하고, ㉠, ㉡, ㉢은 각각의 부피를 나타낸다고 하면



$\overline{OA} : \overline{OC} = 1 : 2$, $\overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 1$ 이므로 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$, $\overline{OC}$ 를 각각 축으로 하는 원뿔의 닮음비는 $2 : 3 : 4$, 부피 비는 $8 : 27 : 64$ 이므로

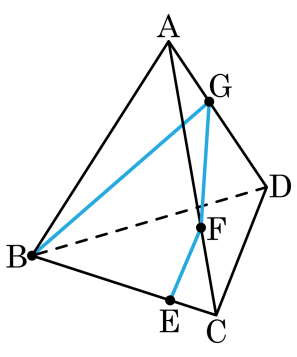
㉡ : (㉡ + ㉢)) $= 19 : 56$

현재 물의 부피를 $x\text{cm}^3$ 라 할 때

$x : 448 = 19 : 56$

$\therefore\ x = 152$

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 12cm 인 정사면체의 모서리 BC 를 3 : 1 로 내분하는 점 E 를 출발하여 모서리 AC 위의 점 F, 모서리 AD 위의 점 G 를 차례로 지난 후 B 에 도달하게 실을 감으려고 한다. 실의 길이가 최소가 될 때, $\overline{AF}+\overline{AG}$ 를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{117}{10}$ cm

해설

다음 전개도에서 점 E 가 선분 BC 를 3:1로 내분하는 점이므로 $\overline{BE}=9\,\text{cm}, \overline{EC}=3\,\text{cm}$ 이다.

$\angle ABE=\angle B'AG=60°$ 이므로 $\overline{BE}\,//\,\overline{AG}$

$\therefore\ \overline{AG}=\frac{1}{2}\overline{BE}=\frac{9}{2}(\text{cm})$

$\angle EFC=\angle GFA$ (맞꼭지각)

$\angle ECF=\angle GAF=60°$

따라서 $\triangle EFC\backsim\triangle GFA$ 이고 닮음비는

$\overline{EC}:\overline{AG}=3:\frac{9}{2}=2:3$

$\overline{AC}=12\text{cm}$ 이고 $\overline{CF}:\overline{AF}=2:3$ 이므로

$\overline{AF}=\frac{3}{5}\overline{AC}=\frac{36}{5}(\text{cm})$

$\therefore\ \overline{AF}+\overline{AG}=\frac{36}{5}+\frac{9}{2}=\frac{117}{10}(\text{cm})$

24. 축척이 $\frac{1}{100000}$ 인 지도에서 40cm 떨어진 두 지점을 시속 80km 로 두 번 왕복하는데 걸리는 시간을 구하여라.

① 50분 ② 55분 ③ 1시간

④ 1시간20분 ⑤ 2시간

해설

(두 번 왕복한 실제 거리) $= 2\times2\times40\times100000 = 16000000(\text{cm})$
따라서 $160(\text{km})$ 이다.

따라서 왕복하는데 걸리는 시간은 $\frac{160}{80} = 2$(시간) 이다.

25. 다음 그림의 □ABCD 에서 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{EC}$, $\overline{ED}\,/\!/\,\overline{BC}$ 이고, $\overline{AE}$: $\overline{EB}$ = 3 : 2 이다. △DAE = 36 cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이를 구하여라.

▶ 답: $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답: 76 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

△DAE : △CEB = $3^2 : 2^2 = 9 : 4$

$\triangle CEB = \frac{4}{9}\triangle DAE = 16\ (\text{cm}^2)$

$\triangle DEC = \triangle DEB = \frac{2}{3}\triangle DAE = 24\ (\text{cm}^2)$

□ABCD = △DAE + △DEC + △CEB

$= 36 + 24 + 16$

$= 76\ (\text{cm}^2)$