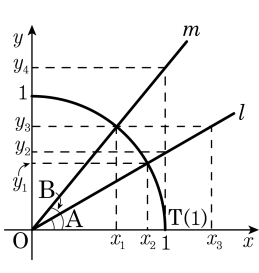


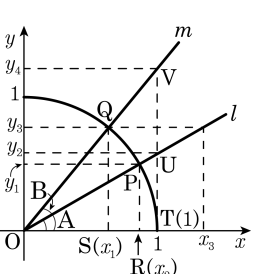
1. 다음 그림은 좌표평면 위에 반지름의 길이가 1 인 사분원과 원점을 지나는 직선 l , m 을 그린 것이다. 직선 l , m 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 각각 A, B 라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



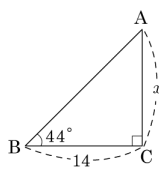
- ① $\sin A = y_1$ ② $\cos A = x_2$
 ③ $\tan A = y_3$ ④ $\cos B = x_1$
 ⑤ $\tan B = y_4$

해설

- ① $\sin A = \frac{\overline{PR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{PR}}{1} = y_1$
 ② $\cos A = \frac{\overline{OR}}{\overline{OP}} = \frac{\overline{OR}}{1} = x_2$
 ③ $\tan A = \frac{\overline{TU}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{TU}}{1} = y_2$
 ④ $\cos B = \frac{\overline{OS}}{\overline{OQ}} = \frac{\overline{OS}}{1} = x_1$
 ⑤ $\tan B = \frac{\overline{VT}}{\overline{OT}} = \frac{\overline{VT}}{1} = y_4$



2. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라. (단, $\sin 44^\circ = 0.6974$, $\cos 44^\circ = 0.7193$, $\tan 44^\circ = 0.9653$)



▶ 답 :

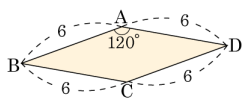
▷ 정답 : 13.5142

해설

$$\tan 44^\circ = \frac{x}{14}$$

$$\therefore x = 14 \tan 44^\circ = 14 \times 0.9653 = 13.5142$$

3. 다음 사각형의 넓이는?



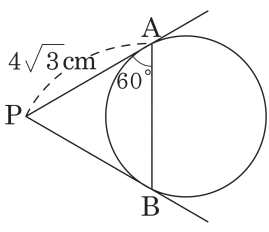
- ① $12\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $16\sqrt{3}$ ④ $18\sqrt{3}$ ⑤ $20\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\text{넓이} &: 6 \times 6 \times \sin 120^\circ \\ &= 6 \times 6 \times \sin 60^\circ \\ &= 6 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 18\sqrt{3}\end{aligned}$$

$$\therefore 18\sqrt{3}$$

4. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원의 접선이고 점 A, B 는 접점이다. $\angle PAB = 60^\circ$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



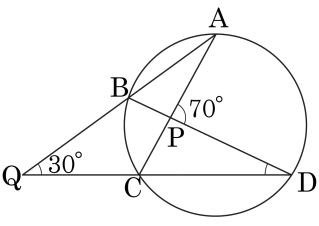
- ① $36\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ② 24 cm^2 ③ $24\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ④ $12\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ 12 cm^2

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle ABP$ 는 이등변삼각형이다. 그런데 $\angle PAB = 60^\circ$ 인 이등변삼각형은 정삼각형이므로

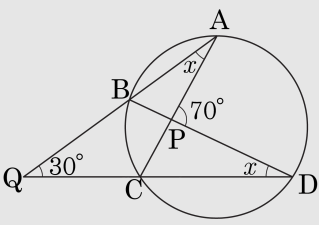
넓이 $= \frac{\sqrt{3}}{4} \times (4\sqrt{3})^2 = 12\sqrt{3}(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D는 원 위의 점이고, $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 의 교점을 P, $\overline{AB}$ 와 $\overline{CD}$ 의 연장선의 교점을 Q라고 한다. $\angle APD = 70^\circ$, $\angle AQD = 30^\circ$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



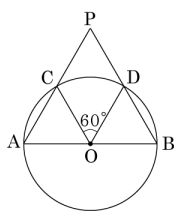
- ① 15° ② 20° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설



$\angle BDC = x$ 라 하면 $\angle A = x$
 $\triangle BQD$ 의 한 외각 $\angle ABD = 30^\circ + x$ 이다.
 $\triangle ABP$ 에서 $70^\circ = 30^\circ + x + x \quad \therefore x = 20^\circ$

6. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이고, $\angle COD = 60^\circ$ 일 때, $\angle CPD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

—

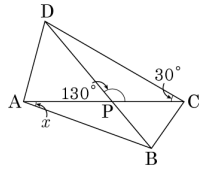
▶ 정답 : 60°

해설

A 와 D 를 이으면 $\angle CAD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

$$\angle ADB = \angle ADP = 90^\circ$$
$$\therefore \angle \text{CPD} = 180^\circ - 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

7. 다음과 같은 사각형 □ABCD 는 원에 내접할 때, $\angle x$ 의 크기로 바른 것은?.



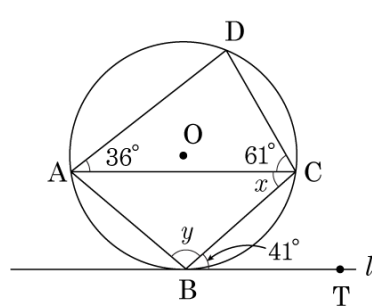
- ① 10° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 35°

해설

□ABCD 가 원에 내접하므로
 $\angle BAC = \angle BDC = 20^\circ$
 $\therefore \angle x = 20^\circ$

8. 다음 그림에서 직선 l 이 원 O 의 접선일 때, $\angle y - \angle x$ 의 값은?

- ① 40° ② 45°
 ③ 50° ④ 55°
 ⑤ 60°



해설

접선과 현이 이루는 각의 성질에 따라

$$\angle BAC = \angle CBT = 41^\circ$$

내접사각형의 성질에 따라

$$\angle BAD + \angle BCD = 36^\circ + 41^\circ + 61^\circ + x = 180^\circ$$

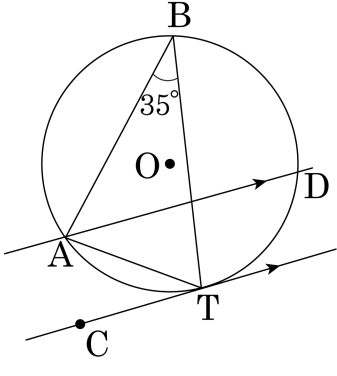
$$\therefore \angle x = 42^\circ$$

$$\triangle ABC \text{ 에서 } \angle BAC = 41^\circ, \angle ACB = 42^\circ$$

$$\therefore \angle y = 180^\circ - (41^\circ + 42^\circ) = 97^\circ$$

$$\therefore \angle y - \angle x = 97^\circ - 42^\circ = 55^\circ$$

9. 다음 그림에서 원 O의 현 AD와 접선 CT는 평행하고 $\angle ABT = 35^\circ$ 일 때, $\angle TAD$ 의 크기를 구하여라.



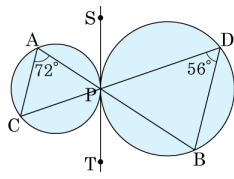
▶ 답 : °

▷ 정답 : 35°

해설

$\angle ATC = \angle ABT = 35^\circ$
 $\overline{AD} // \overline{CT}$ 이므로
 $\angle ATC = \angle TAD = 35^\circ$ (엇각)

10. 다음 그림의 점 P 에서 외접하는 두 원의 공통 접선을 $\overleftrightarrow{ST}$ 라 한다.
 $\angle PAC = 72^\circ$, $\angle PDB = 56^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 0

▶ 정답 : 52°

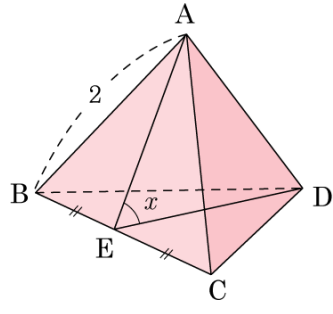
해설

$$\angle \text{PAC} = \angle \text{CPT} = 72^\circ$$

$$\angle \text{PDB} = \angle \text{BPT} = 56^\circ$$

$$\therefore \angle BPD = 180^\circ - (72^\circ + 56^\circ) = 52^\circ$$

11. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정사면체 $A - BCD$ 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 E 라 하고, $\angle AED = x$ 일 때, $\cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{1}{6}$

해설

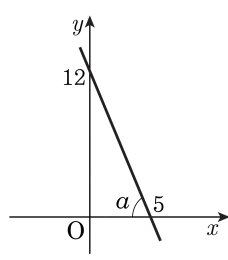
$\overline{BE} = 1$ 이고 점 H 는 $\triangle BCD$ 의 무게중심이므로 $\overline{EH} = \frac{1}{3}\overline{ED}$,

$\overline{ED} = \sqrt{3}$

$\overline{EH} = \frac{1}{3} \times \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\overline{AE} = \sqrt{3}$

$\cos x = \frac{\overline{EH}}{\overline{AE}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}$ 이다.

12. 직선 $12x + 5y - 60 = 0$ 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x + 5y - 60 = 0 \Rightarrow y = -\frac{12}{5}x + 12$ 이므로

$$\tan \theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$$

이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}$, $\cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a =$

$$\frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169} \text{ 이다.}$$

13. $30^\circ < A < 90^\circ$ 일 때, $\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30^\circ - \sin A)^2}$ 의 값을 구하면?

① $2 \sin A$

② 2

③ $\frac{1}{2} \sin A$

④ 1

⑤ 0

해설

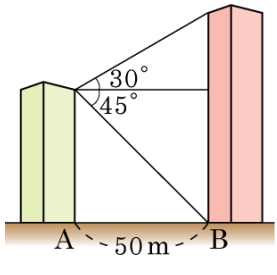
$\sin A + \frac{1}{2} > 0$, $\sin 30^\circ - \sin A < 0$ 이므로

$$\sqrt{\left(\sin A + \frac{1}{2}\right)^2} - \sqrt{(\sin 30^\circ - \sin A)^2}$$

$$= \sin A + \frac{1}{2} + \sin 30^\circ - \sin A$$

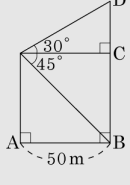
$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

14. 다음 그림과 같이 간격이 50m 인 두 건물 A 건물 옥상에서 B 건물을 올려다 본 각도는 30° 이고, 내려다 본 각도는 45° 일 때, B 건물의 높이는?



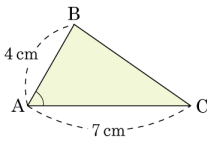
- ① $50(\sin 30^\circ + \sin 45^\circ)$ m ② $50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ③ $50(\cos 30^\circ + \cos 45^\circ)$ m ④ $50(\sin 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m
 ⑤ $50(\cos 30^\circ + \tan 45^\circ)$ m

해설



$$\begin{aligned} \overline{DC} &= 50 \tan 30^\circ, \overline{BC} = 50 \tan 45^\circ \\ \text{따라서 } \overline{DB} &= \overline{DC} + \overline{CB} \\ &= 50 \tan 30^\circ + 50 \tan 45^\circ \\ &= 50(\tan 30^\circ + \tan 45^\circ) \text{ m 이다.} \end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $7\sqrt{3}\text{cm}^2$ 일 때, $\angle A$ 의 크기는?
(단, $0^\circ < \angle A \leq 90^\circ$)



- ① 30° ② 45° ③ 50° ④ 60° ⑤ 65°

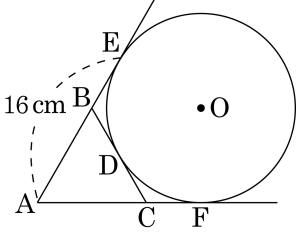
해설

$$\frac{1}{2} \times 4 \times 7 \times \sin A = 7\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

따라서 $\angle A = 60^\circ$ 이다.

16. 다음 그림에서 점 D, E, F는 원 O의 접점이고 $\overline{AE} = 16\text{ cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



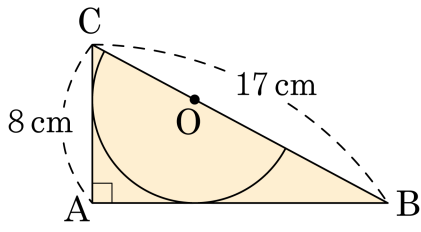
▶ 답 : cm

▶ 정답 : 32 cm

해설

$\overline{AE}, \overline{AF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 이고 $\overline{BE}, \overline{BD}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{BE} = \overline{BD}$ 이다.
 $\overline{CD}, \overline{CF}$ 는 원 O의 접선이므로 $\overline{CD} = \overline{CF}$ 이다. 따라서 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $2 \times 16 = 32(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 17\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 이다. 이 삼각형에서 빗변 BC 위에 지름이 있는 반원 O 의 반지름의 길이를 구하여라.(단, $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 는 반원 O 의 접선이다.)



- ① $\frac{13}{2}\text{cm}$ ② $\frac{60}{13}\text{cm}$ ③ $\frac{60}{23}\text{cm}$
 ④ $\frac{120}{23}\text{cm}$ ⑤ $\frac{120}{13}\text{cm}$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15(\text{cm})$$

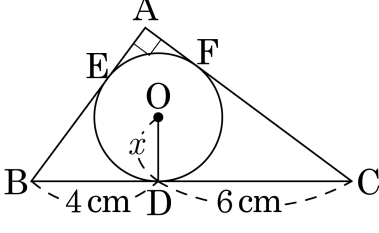
반원의 반지름을 $r\text{cm}$ 이라 하면

$$\begin{aligned} \triangle ABC &= 15 \times 8 \times \frac{1}{2} \\ &= 60 = \triangle AOB + \triangle AOC \\ &= 15 \times r \times \frac{1}{2} + 8 \times r \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$23r = 120$$

$$\therefore r = \frac{120}{23}(\text{cm})$$

18. 다음 그림에서 점 D, E, F는 직각삼각형 ABC와 내접원 O의 접점일 때, 원 O의 넓이는?

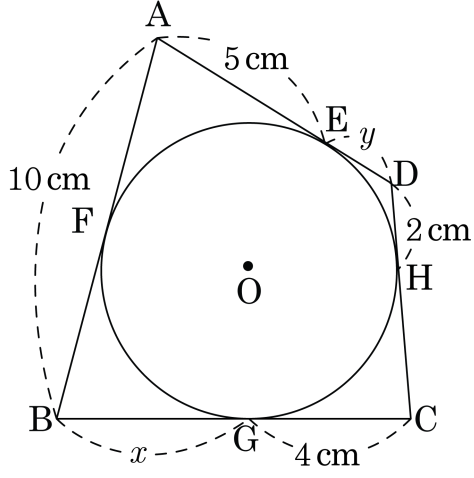


- ① πcm^2 ② $2\pi\text{cm}^2$ ③ $3\pi\text{cm}^2$
④ $4\pi\text{cm}^2$ ⑤ $5\pi\text{cm}^2$

해설

$\overline{BD} = 4\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 이므로
 $\overline{AB} = (4 + x)\text{cm}$, $\overline{AC} = (6 + x)\text{cm}$ 이다.
 $(4 + x)^2 + (6 + x)^2 = 10^2$
 $2x^2 + 20x + 52 = 100$
 $x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x - 2)(x + 12) = 0$
따라서 $x = 2$ ($x > 0$) 이므로
원 O의 넓이는 $2^2\pi = 4\pi$ (cm^2)

19. 다음 그림과 같이 □ABCD가 원 O에 외접할 때, x , y 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 답 : cm

▷ 정답 : $x = 5$ cm

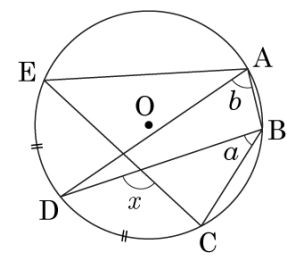
▷ 정답 : $y = 2$ cm

해설

$\overline{AF} = \overline{AE} = 5(\text{cm})$
 $\overline{DH} = \overline{ED} = 2(\text{cm})$
 $\overline{BF} = \overline{BG} = 5(\text{cm})$
 $\therefore x = 5(\text{cm}), y = 2(\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이고, $\angle DBC = a^\circ$, $\angle DAB = b^\circ$ 일 때, x 의 값은?

- ① $a^\circ + b^\circ$ ② $180 - a^\circ$
 ③ $180 - b^\circ$ ④ $90 + a^\circ$
 ⑤ $90 + b^\circ$

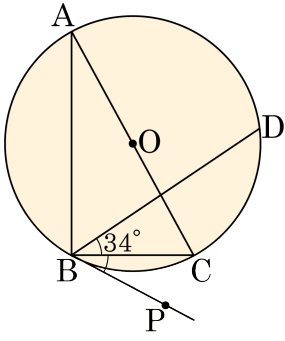


해설

$5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle DBC = a^\circ$ 이고
 내접사각형 ABCE 에서 $\angle EAB = a^\circ + b^\circ$
 한편, $\angle EAB$ 의 대각 $\angle BCE = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ)$ 이다.
 따라서 $\angle x = \angle DBC + \angle BCE = a^\circ + 180^\circ - (a^\circ + b^\circ) = 180^\circ - b^\circ$
 $\therefore x = 180 - b^\circ$

21. 다음 그림에서 $\overline{AC}$ 는 원 O 의 지름이고 $\overrightarrow{BP}$ 는 원 O 의 접선이다.

$\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.

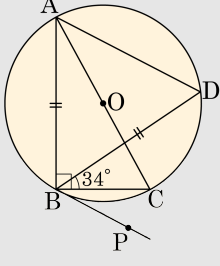


▶ 답 :

°

▶ 정답 : 28 °

해설

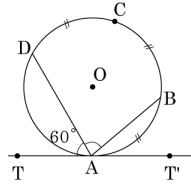


$$\angle ABD = 90^\circ - 34^\circ = 56^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 56^\circ) = 62^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 34^\circ = \angle BAD - 34^\circ = 28^\circ$$

22. 다음 그림에서 직선 TA 는 원 O 의 접선이고 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5.0\text{pt}\widehat{CD}$, $\angle DAT = 60^\circ$ 이다. $\angle BAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 :

°

▷ 정답 : 80°

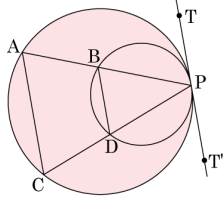
해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\angle BAT' = \angle ADB$

$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 1 : 2$ 이므로 $\angle BAT' = \frac{1}{2}\angle BAD$

$60^\circ + \angle BAD + \frac{1}{2}\angle BAD = 180^\circ$ 이므로 $\angle BAD = 80^\circ$

23. 다음 그림에서 점 P는 두 원의 접점이고 직선 TT'는 점 P를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



- ① $\angle PDB = \angle PCA$

② $\angle BPT = \angle ACP$

③ $\angle BPT = \angle BDP$

④ $\overline{AC} // \overline{BD}$

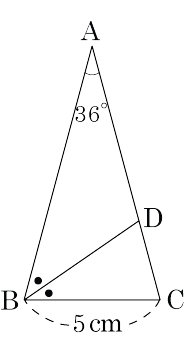
⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

24. 다음 그림은 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle A = 36^\circ$, $\overline{BC} = 5 \text{ cm}$ 인 이등변삼각형 ABC 이다. $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\cos 72^\circ$ 의 값은?

- ① $\frac{\sqrt{5}-1}{5}$ ② $\frac{\sqrt{5}-2}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$
 ④ $\frac{\sqrt{5}-2}{4}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}-3}{4}$



해설

$$\angle ABC = \angle ACB = \angle BDC = \frac{180^\circ - 36^\circ}{2} = 72^\circ,$$

$$\overline{BC} = \overline{BD} = \overline{AD} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CD} = x \text{ (cm) 라 하면 } \overline{AC} = \overline{AB} = 5 + x \text{ (cm)}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle BCD (\because \text{AA 닮음}) \therefore \text{이므로}$$

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BD} \Rightarrow 5 : 5 + x = x : 5$$

$$x^2 + 5x = 25$$

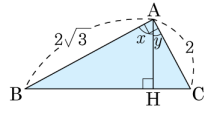
$$x^2 + 5x - 25 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-5 + \sqrt{125}}{2} = \frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} (\because x > 0)$$

$$\overline{AC} = \overline{AB} = 5 + \left(\frac{-5 + 5\sqrt{5}}{2} \right) = \frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}$$

$$\therefore \cos 72^\circ = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5 + 5\sqrt{5}}{2}} = \frac{5}{5 + 5\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$$

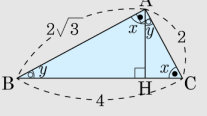
25. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 $\cos x + \cos y$ 의 값은?



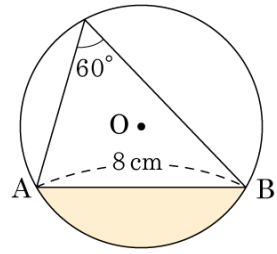
- ① $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
- ② 1
- ③ $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$
- ④ $\sqrt{3}$
- ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

$\triangle AHC \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)
 $\angle B = \angle y, \angle C = \angle x$
 $\overline{BC} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + 2^2} = 4$
 $\angle x = \angle C, \cos x = \frac{\overline{AC}}{\overline{BC}} = \frac{2}{4}$
 $\angle y = \angle B, \cos y = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \frac{2\sqrt{3}}{4}$
 $\therefore \cos x + \cos y = \frac{2}{4} + \frac{2\sqrt{3}}{4} = \frac{1+\sqrt{3}}{2}$



26. 다음 그림과 같이 5.0pt $\widehat{AB}$ 에 대한 원주각의 크기가 60° 이고, $AB = 8\text{ cm}$ 인 원 O 에 대하여 색칠된 부분의 넓이를 구하여라.



- ① $16\pi - 2\sqrt{3}$ (cm²)
 ② $16\pi - \frac{4\sqrt{3}}{3}$ (cm²)
- ③ $\frac{16}{9}\pi - \frac{8\sqrt{3}}{3}$ (cm²)
 ④ $\frac{64}{9}\pi - \frac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm²)
- ⑤ $\frac{4}{9}\pi - \frac{16}{3}\sqrt{3}$ (cm²)

해설

원의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\overline{AC'} \sin 60^\circ = 8, \quad \overline{AC'} = \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

$$\therefore r = \frac{1}{2}\overline{AC'} = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ (cm)}$$

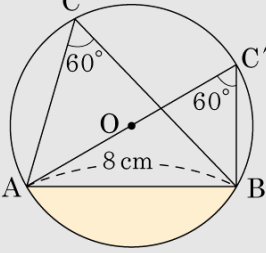
$\angle AOB = 120^\circ$ 이므로 부채꼴 AOB

$$\text{의 넓이는 } \frac{1}{3} \times \pi \times \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{64}{9}\pi$$

따라서 색칠된 부분의 넓이는

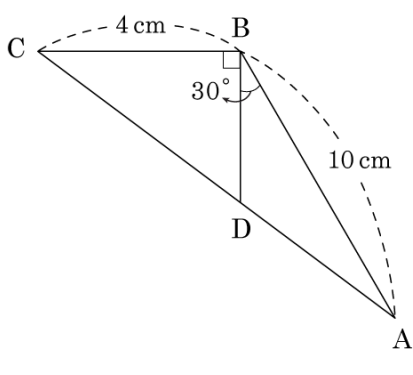
$$\frac{64}{9}\pi - \frac{1}{2} \times \left(\frac{8\sqrt{3}}{3}\right)^2 \times \sin 120^\circ$$

$$= \frac{64}{9}\pi - \frac{16\sqrt{3}}{3} \text{ (cm}^2\text{)} \text{ 이다.}$$

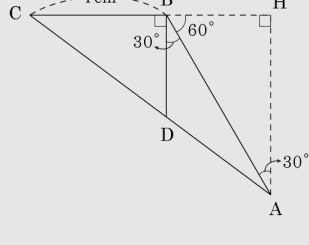


27. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BD}$ 의 길이는?

- ① $3\sqrt{3}\text{cm}$
- ② $\frac{7\sqrt{3}}{2}\text{cm}$
- ③ $4\sqrt{3}\text{cm}$
- ④ $\frac{20\sqrt{3}}{9}\text{cm}$
- ⑤ $5\sqrt{3}\text{cm}$



해설



$$\overline{AH} = \overline{AB} \sin 60^\circ = 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$$

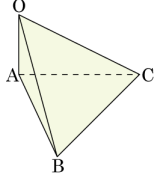
$$\overline{BH} = \overline{AB} \cos 60^\circ = 10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{cm})$$

$$\overline{AH} : \overline{DB} = \overline{HC} : \overline{BC}$$

$$5\sqrt{3} : \overline{DB} = 9 : 4$$

$$\overline{BD} = \frac{20\sqrt{3}}{9}(\text{cm})$$

28. 다음 그림과 같이 모서리 OA가 밑면과 수직인 삼각뿔 O-ABC에서 $\angle OBA = 30^\circ$, $\angle ABC = 75^\circ$, $\angle ACB = 45^\circ$ 이고, $BC = 15$ 일 때, 모서리 $\overline{OA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $5\sqrt{2}$

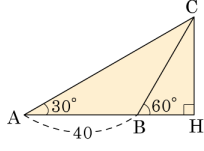
해설

$$\angle A = 180^\circ - (75^\circ + 45^\circ) = 60^\circ$$

$$\triangle ABC \text{에서 사인법칙에 의하여 } \frac{15}{\sin 60^\circ} = \frac{\overline{AB}}{\sin 45^\circ}, \overline{AB} = 5\sqrt{6}$$

$$\therefore \overline{OA} = \overline{AB} \tan 30^\circ = 5\sqrt{2}$$

29. 다음은 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBH = 60^\circ$, $\overline{AB} = 40$ 일 때, $\overline{CH}$ 의 길이를 구하는 과정이다. $\square$ 안의 값이 옳지 않은 것은?



$$\overline{CH} = h \text{ 라고 하면}$$
$$\overline{AH} = \frac{h}{\square(가)}, \overline{BH} = \frac{h}{\square(나)}$$
$$\overline{AB} = \square(다) = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ}, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = \square(라)$$
$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \square(마)$$

- ① (가) $\tan 60^\circ$

② (나) $\tan 60^\circ$

③ (다) $\overline{AH} - \overline{BH}$

④ (라) 40

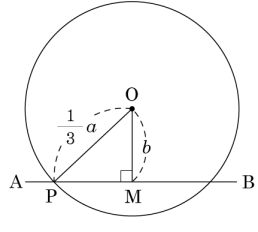
⑤ (마) $20\sqrt{3}$

해설

(가) 에 $\tan 30^\circ$ 가 들어가야 한다.

$$\overline{CH} = h \text{ 라고 하면}$$
$$\overline{AH} = \frac{h}{\tan 30^\circ}, \overline{BH} = \frac{h}{\tan 60^\circ}$$
$$\overline{AB} = \overline{AH} - \overline{BH} = \frac{h}{\tan 30^\circ} - \frac{h}{\tan 60^\circ} = 40$$
$$h \left(\frac{1}{\tan 30^\circ} - \frac{1}{\tan 60^\circ} \right) = 40, h \times \frac{2}{\sqrt{3}} = 40$$
$$\therefore h = 40 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 20\sqrt{3}$$

30. 다음 그림과 같이 길이가 a 인 선분 AB 의 중점 M 에서의 수선과 원의 중심 O 가 만난다. $\overline{OM} = b$ 이고 반지름의 길이가 $\frac{1}{3}a$ 인 원과 $\overline{AB}$ 가 만나는 한 점을 P 라 한다. 선분 AP 의 길이를 x 라 하고 선분 BP 의 길이를 y 라 하면 $y = x + 2$, $xy = 35$ 의 식이 성립한다고 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답 : 27

해설

$$\overline{OM} = b, \overline{OP} = \frac{1}{3}a \text{ 이므로}$$

피타고라스 정리에 의하여

$$\overline{\text{PM}} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}a\right)^2 - b^2}$$

$$\overline{\text{BP}} = y$$

$$= \frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$= \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$\overline{AP} = x$$

$$= \frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{3}\right)^2 - b^2}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

$$= \frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3}$$

이때 $y = x + 2$, $xy = 35$ 이므로

$$y - x = \frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} - \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} \right)$$

$$= 2 \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} = 2$$

$$\therefore a^2 - 9b^2 = 9 \dots \textcircled{1}$$

$$xy = \left(\frac{a}{2} + \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} \right) \left(\frac{a}{2} - \frac{\sqrt{a^2 - 9b^2}}{3} \right)$$

$$= \frac{a^2}{4} - \frac{a^2 - 9b^2}{9}$$

$$= 35 \dots \textcircled{2}$$

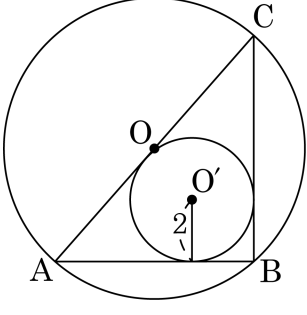
①을 ②에 대입하면 $a^2 = 144$

$$\therefore a = 12 (\because a > 0)$$

이를 ①에 대입하면 $b^2 = 15$

$$\therefore a + b^2 = 12 + 15 = 27$$

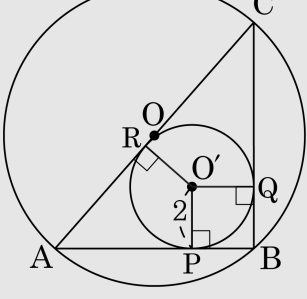
31. 다음 그림과 같이 $\overline{AC}$ 가 지름인 원 O는 $\triangle ABC$ 의 외접원이고 원 O'는 내접원이다. 원 O'의 반지름의 길이가 2이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 24일 때, 원 O의 지름의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설



원 O'과 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB, BC, CA의 접점을 각각 P, Q, R이라 하고

$\overline{AP} = \overline{AR} = x$, $\overline{AC} = r$ 이라 하면

$\overline{AB} = x + 2$, $\overline{BC} = r - x + 2$ 이므로

$\triangle ABC$ 에서 $r^2 = (x + 2)^2 + (r - x + 2)^2$

$\therefore x^2 - rx + 2r + 4 = 0 \cdots \textcircled{1}$

$\triangle ABC$ 의 넓이가 24이므로

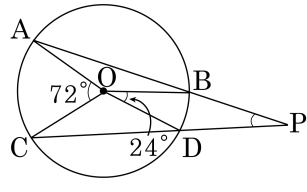
$\frac{1}{2} \times (x + 2) \times (r - x + 2) = 24$

$\therefore x^2 - rx - 2r + 44 = 0 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 를 하면 $4r - 40 = 0 \therefore r = 10$

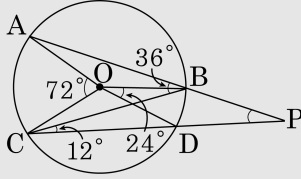
따라서 원 O의 지름의 길이는 10이다.

32. 다음 그림에서 점 P는 원 O의 두 현 AB, CD의 연장선의 교점이다. $\angle AOC = 72^\circ$, $\angle BOD = 24^\circ$ 일 때, $\angle BPD$ 의 크기는?



- ① 20° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설



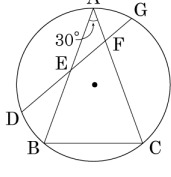
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times 72^\circ = 36^\circ, \angle BCD = \frac{1}{2} \times 24^\circ = 12^\circ$$

$\angle ABC = \angle BCP + \angle BPC$ 이므로

$$36^\circ = 12^\circ + \angle BPC$$

$$\therefore \angle BPC = 24^\circ$$

33. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A = 30^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DG} = 1$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 와 $5.0\text{pt}\widehat{AG}$ 의 길이는 각각 원주의 $\frac{1}{12}$ 이다. $\overline{DG}$ 가 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $-3 + 2\sqrt{3}$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AG}$ 가 원주의 $\frac{1}{12}$ 이므로

$\angle ACG = 15^\circ$, $\angle GCB = 90^\circ$ 이다.

즉, $\overline{GB}$ 는 원의 지름이다.

또 $\widehat{DB} = \widehat{AG}$ 이고, $\angle BAG = \angle GDB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle EAG = \triangle EBD$ 이다.

$\angle AEG = 30^\circ$, $\angle AGE = 60^\circ$ 이므로 $\overline{DE} = x$ 라 놓으면, $\overline{AE} = x$

이고 $\overline{AE} : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$ 이므로

$x : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{EG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

이때, $\overline{DE} + \overline{EG} = \overline{DG} = 1$ 이므로 $x + \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 1$

$\therefore x = -3 + 2\sqrt{3}$