

1. 점 $(1, 5)$, $(-2, -4)$, $(5, 3)$ 을 지나는 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$ 일 때, $A \times B \times C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

구하는 원의 방정식을
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0 \cdots \textcircled{1}$ 으로 놓으면
 $\textcircled{1}$ 은 세 점 $(1, 5)$, $(-2, 4)$, $(5, 3)$ 을 지나므로 연립방정식은
 $26 + A + 5B + C = 0 \cdots \textcircled{2}$
 $20 - 2A + 4B + C = 0 \cdots \textcircled{3}$
 $34 + 5A + 3B + C = 0 \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$, $\textcircled{4}$ 에서 연립방정식을 풀면
 $A = -2$, $B = 0$, $C = -24 \cdots \textcircled{5}$

2. 다음 중 10 이하의 2 의 배수의 집합을 원소나열법으로 바르게 나타낸 것은?
- ① {2, 4, 6}

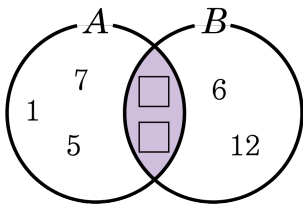
② {2, 4, 6, 8}
- ③ {2, 4, 6, 8, 10}

④ {2, 4, 6, 8, 10, 12}
- ⑤ {2, 4, 5, 6, 8, 10}

해설

10 이하의 2 의 배수이므로 {2, 4, 6, 8, 10} 이다.

3. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타낼 때, $\square$ 안에 알맞은 수를 쓰시오.



▶ 답 :

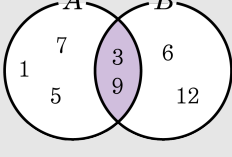
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

▶ 정답 : 9

해설

$A = \{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{3, 6, 9, 12\}$ 를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



4. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?
- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$ ③ $B - A = \emptyset$
④ $A - B = \emptyset$ ⑤ $A \cap B^c = \emptyset$

해설

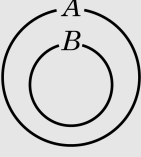
$B \subset A$ 이면, 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.

① $A \cap B = B$

② $A \cup B = A$

④ $A - B \neq \emptyset$

⑤ $A \cap B^c \neq \emptyset$



5. 다음에서 조건 p 는 조건 q 이기 위한 어떤 조건인지 구하여라.

$$p : a, b \text{는 모두 짝수} \quad q : a + b \text{는 짝수}$$

▶ 답: 조건

▶ 정답 : 충분조건

해설

a, b 는 모두 짝수 $\rightarrow a + b$ 는 짝수 (역은 성립하지 않음) 증명)
 $a = 2m, b = 2n$ (n, m 은 자연수) 이면,
 $a + b = 2m + 2n = 2(m + n)$ 이므로 짝수이다.
 한편, $a = 3, b = 3$ 일 때 $a + b = 6$ 이므로 짝수이지만, a, b 는
 모두 홀수이다.
 $\therefore p$ 는 q 의 충분조건이다.

6. 중심의 좌표가 (3, 4) 이고 x 축에 접하는 원 위의 점 P 에 대하여 $\overline{OP}$ 의 최댓값은? (단, O 는 원점)

- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ 9

해설

이 원의 방정식은 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 4^2$

다음 그림과 같이 원의 중심을 C 라 하면

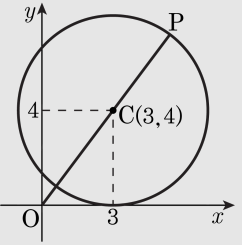
원점과 중심을 지나는 직선이 원과 만나

는

두 점 중 한 점을 P 라 할 때,

$\overline{OP}$ 가 최대이다.

$\therefore \overline{OP} = \overline{OC} + 4 = \sqrt{3^2 + 4^2} + 4 = 9$



7. 두 원 $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$, $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 의 위치관계 중 옳은 것은?
- ① 서로 외부에 있다
 - ② 외접한다
 - ③ 두 점에서 만난다
 - ④ 내접한다
 - ⑤ 한 원이 다른 원의 내부에 있다

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$ 을 정리하면
 $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 1$
 $x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 을 정리하면
 $(x - 3)^2 + (y - 4)^2 = 5^2$
 $\sqrt{3 - 1^2 + (4 - 1)^2} < 5 - 1$
따라서 한 원이 다른 원의 내부에 있다.

8. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 위의 점 A(1,2)에서 그은 접선의 방정식은?

① $-2x + y + 5 = 0$

② $-2x + y - 3 = 0$

③ $x - y + 5 = 0$

④ $x + 2y + 5 = 0$

⑤ $x + 2y - 5 = 0$

해설

접점이 주어졌을 때 접선의 방정식 구하는 공식

$x_1x + y_1y = r^2$ 을 이용하면,

$$1 \cdot x + 2 \cdot y = 5 \quad \therefore x + 2y - 5 = 0$$

9. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$
- ② $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$
- ③ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$
- ④ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$
- ⑤ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

10. 두 집합 $A = \{a+1, 4, 6\}$, $B = \{b, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$A = B$ 이므로 $a+1 = 5$, $a = 4$, $b = 4$

$\therefore a+b = 8$

11. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에 대하여 원소 3, 6, 12 를 포함하는 부분 집합의 개수는?

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 4 개 ⑤ 8 개

해설

집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 에서 원소 3, 6, 12 를 포함한 부분 집합의 개수는 원소 3, 6, 12 를 뺀 $\{1, 2, 4\}$ 의 부분 집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

12. 조건 $x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은?

① $x < 1$ 그리고 $x > 2$

② $x \leq 1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \geq 1$ 또는 $x \leq 2$

④ $x \leq 1$ 그리고 $x \geq 2$

⑤ $1 \leq x \leq 2$

해설

$x < 1$ 또는 $x > 2$ 의 부정은 $1 \leq x \leq 2$ 이다.

13. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

해설

$|a - b| > ||a| - |b||$ 에 대하여
 $(a - b)^2 - (||a| - |b||)^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$
 $= -2ab + 2|a||b| > 0$ 이려면
 a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.
따라서 $ab < 0$

14. 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ 이 성립할 때, $x + y$ 의 최댓값은?

① $\sqrt{7}$

② 3

③ $\sqrt{13}$

④ 5

⑤ 12

해설

코시-슈바르츠부등식에 의해서

$$(2^2 + 3^2) \left\{ \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \left(\frac{y}{3} \right)^2 \right\} \geq (x + y)^2$$

$13 \geq (x + y)^2$ 이므로

$$-\sqrt{13} \leq x + y \leq \sqrt{13}$$

$\therefore x + y$ 의 최댓값은 $\sqrt{13}$

15. 직선 $y = x + 4$ 가 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 의해서 잘린 현의 길이를 구하여라.

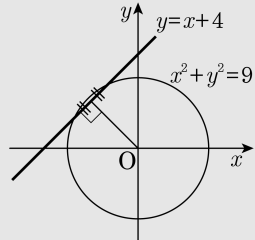
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원의 중심 원점에서 직선에 이르는 거리는 직선 $x - y + 4 = 0$

이므로 $\frac{|4|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$



원의 중심에서 현에 내린 수선은 현을 수직이등분하므로 피타고라스 정리에서 ,

현의 길이는 $2\sqrt{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = 2$

16. 직선 $3x + 4y + a = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - 2x + 2y = 2$ 에 접할 때, 양수 a 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 11$

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 2^2$$

직선이 원에 접하므로 원의 중심

$(1, -1)$ 에서 직선까지의 거리가

원의 반지름의 길이 2 와 같다.

$$\text{따라서, } \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot (-1) + a|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$$

$$|a - 1| = 10$$

$$a - 1 = \pm 10$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 11$$

17. 점 $P(a, 0)$ 에서 원 $(x - 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$ 에 그은 접선의 길이가 4일 때, 점 P의 좌표를 모두 구하면?

- ① $(1, 0), (7, 0)$ ② $(-1, 0), (7, 0)$ ③ $(1, 0), (-7, 0)$
④ $(-1, 0), (5, 0)$ ⑤ $(1, 0), (-5, 0)$

해설

원의 중심을 $C(3, 2)$, 접점을 Q라 하면

$$\overline{CP} = \sqrt{(a-3)^2 + 2^2}$$

CPQ는 직각삼각형이므로

$$(a-3)^2 + 4 = 2^2 + 4^2$$

$$a^2 - 6a - 7 = 0$$

$$(a+1)(a-7) = 0$$

$$\therefore a = -1 \text{ 또는 } a = 7$$

따라서 구하는 점 P의 좌표는 $(-1, 0), (7, 0)$ 이다.

18. 이차방정식 $x^2 + y^2 = 2|x|$ 과 $x^2 + y^2 = 2|x+y|$ 의 공통근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답 : 5 개

해설

$$x^2 + y^2 = 2 |x| \cdots \textcircled{7}$$

$$x^2 + y^2 = 2 |x + y| \cdots \textcircled{L}$$

㉠)과 ㉡)에서 $2 \mid x \Rightarrow 2 \mid x + y$

$$\therefore x + y = \pm x$$

$$\therefore y = 0 \text{ 또는 } y = -2x \cdots \textcircled{c}$$

㉠과 ㉡의 교점의 개수는 다음 그림

에서 5개이다.

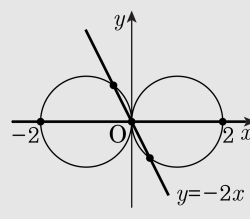
실제로, 교점을 구하면

$(0, 0), (\pm 2, 0),$

$$\left(\pm \frac{2}{5}, \mp \frac{4}{5}\right)$$

(복부호동순)

(복부호동순)



19. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $5 \notin A$

② $7 \notin A$

③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$

⑤ $10 \in A$

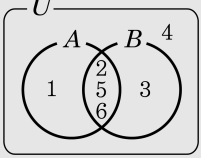
해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

20. 전체집합 $U = \{x|x \text{는 } 6 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{1\}, B - A = \{3\}, A^c \cap B^c = \{4\}$ 일 때, 집합 A 는?
- ① $\{1, 2\}$ ② $\{1, 2, 5\}$ ③ $\{1, 2, 6\}$
④ $\{1, 2, 5, 6\}$ ⑤ $\{1, 2, 3, 6\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A^c \cap B^c = \{4\} = (A \cup B)^c$ 이므로 집합 $A = \{1, 2, 5, 6\}$ 이다.



21. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

- ① 4

② 5

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

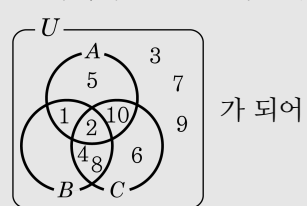
22. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은?

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이
므로
베나이어그래프로 나타내면

벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

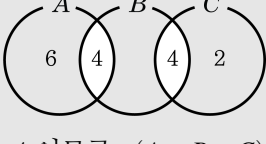
23. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $n(A) = 10, n(B) = 8, n(C) = 6, n(A \cup B) = 14, n(B \cup C) = 10, A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$A \cap C = \emptyset$ 이므로 $A \cap B \cap C = \emptyset$
 $\therefore n(A \cap C) = 0, n(A \cap B \cap C) = 0$
그런데, $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 10 + 8 - 14 = 4$
 $n(B \cap C) = n(B) + n(C) - n(B \cup C) = 8 + 6 - 10 = 4$ 이므로 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(C \cap A) + n(A \cap B \cap C) = 10 + 8 + 6 - 4 - 4 - 0 + 0 = 16$



24. 두 조건 $p: |x-k| \leq 1$, $q: -7 \leq x \leq 3$ 에서 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, k 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

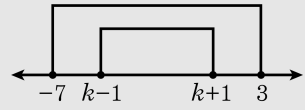
① -12 ② -4 ③ 8 ④ 4 ⑤ 12

해설

$p: |x-k| \leq 1$ 에서 $-1 \leq x-k \leq 1$

$\therefore k-1 \leq x \leq k+1 \cdots \textcircled{1}$

$p \rightarrow q$ 가 참이면 $\textcircled{1}$ 이 $q: -7 \leq x \leq 3$ 에 포함되어야 한다.
수직선에 나타내면



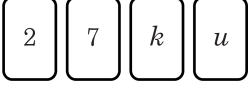
$k-1 \geq -7 \therefore k \geq -6$

$k+1 \leq 3 \therefore k \leq 2$

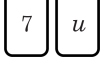
따라서 k 의 최솟값은 -6, k 의 최댓값은 2 이다.

$\therefore -6 + 2 = -4$

25. 한쪽 면에는 숫자, 다른 쪽 면에는 영문자가 쓰여진 카드가 다음 규칙을 만족한다. ‘카드의 한쪽 면에 홀수가 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 자음이 적혀 있다.’ 탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 반드시 확인해야 할 필요가 있는 것은?



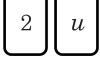
㉠



㉡



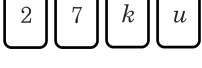
㉢



㉣



㉤



해설

주어진 규칙의 대우는 ‘한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀있다.’이다. 따라서 홀수가 적혀있는 카드와 모음이 적혀 있는 카드만 확인하면 된다.