

1. 다음 중에서 집합  $A = \{2, 4, 6, 8\}$  과 같은 집합을 모두 고른 것은?

- ㉠  $\{2n \mid 0 < n < 5 \text{인 정수}\}$
- ㉡  $\{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$
- ㉢  $\{2x-2 \mid x \text{는 } 1 < x \leq 5 \text{인 정수}\}$
- ㉣  $\{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 양의 약수}\}$

- ① ㉠, ㉡    ② ㉠, ㉢    ③ ㉡, ㉣    ④ ㉢, ㉣    ⑤ ㉠, ㉣

**해설**

- ㉠ 2, 4, 6, 8이므로 가능하다.
- ㉡ 2, 4, 6, 8, 10, ... 이므로 불가능하다.
- ㉢ 2, 4, 6, 8이므로 가능하다.
- ㉣ 1, 2, 4, 8이므로 불가능하다.

2. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A = \{2, 3, 5, 6\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$  일 때,  $A \cup B$  는?

①  $\{2, 5\}$

②  $\{1, 2, 5, 10\}$

③  $\{1, 2, 3, 5, 6\}$

④  $\{2, 3, 5, 6, 10\}$

⑤  $\{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$

해설

$A = \{2, 3, 5, 6\}$ ,  $B = \{1, 2, 5, 10\}$

$\therefore A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10\}$



4. 다음 중 참인 명제는? (단, 문자는 모두 실수이다.)

- ①  $a < b$ 이면  $a + c > b + c$
- ②  $a < b$ 이면  $a - c > b - c$
- ③  $a < b$ 이고  $c > 0$ 이면  $ac > bc$
- ④  $a < b$ 이고  $c > 0$ 이면  $\frac{a}{c} < \frac{b}{c}$
- ⑤  $ac < bc$ 이면  $a > b$

**해설**

실수의 대소 관계에는 다음과 같은 성질이 있다.

- i) 임의의 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $a > b, a = b, a < b$  중에서 어느 하나만이 성립한다.
  - ii)  $a > b, b > c$ 이면  $a > c$
  - iii)  $a > b$ 이면  $a \pm c > b \pm c$
  - iv)  $a > b, c > 0$ 이면  $ac > bc$
  - v)  $a > b, c < 0$ 이면  $ac < bc$
- 따라서 참인 것은 ④이다.

5. 명제「내일 소풍가지 않으면, 비가 온다.」의 대우는?

- ① 내일 소풍가면, 비가 오지 않는다.
- ② 내일 비가 오면, 소풍 가지 않는다.
- ③ 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.
- ④ 내일 소풍 가지 않으면, 비가 오지 않는다.
- ⑤ 내일 소풍 가면, 비가 온다.

**해설**

명제 ' $p \rightarrow q$ '의 대우는 ' $\sim q \rightarrow \sim p$ '이다.

$p$ : 소풍가지 않는다.  $q$ : 비가 온다.

따라서  $\sim q \rightarrow \sim p$ : 내일 비가 오지 않으면, 소풍 간다.(여기에서 '내일'은 가정, 결론에 포함되는 것이 아니라 명제의 대전제가 되는 부분이다.)

6. 원  $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$  과 같은 중심을 갖고, 점  $(1, 2)$  를 지나는 원의 반지름을  $r$  이라 할 때,  $r^2$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서  $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$  이므로  
중심은  $(2, -3)$  이다.  
구하는 원의 반지름을  $r$  라 하면  
 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2$  이고,  
이 원이 점  $(1, 2)$  를 지나므로  
 $(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$   
 $\therefore r^2 = 26$

7. 다음의  $x, y$  에 대한 이차방정식 중 원의 방정식을 나타내지 않은 것은?

①  $x^2 + y^2 + x + 2y + 1 = 0$       ②  $x^2 + y^2 + x + 2y + 2 = 0$

③  $x^2 + y^2 + 2x + y + 1 = 0$       ④  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 3 = 0$

⑤  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 4 = 0$

해설

①  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = \frac{1}{4}$

②  $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + (y + 1)^2 = -\frac{3}{4}$

③  $(x + 1)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$

④  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2$

⑤  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 1$

8. 원  $x^2 + y^2 = 9$  위의 점  $(a, b)$  에서의 접선이 점  $(6, 6)$  을 지날 때,  $ab$  의 값은?

- ①  $-\frac{27}{8}$     ②  $-\frac{15}{8}$     ③  $-\frac{7}{8}$     ④  $\frac{5}{8}$     ⑤  $\frac{15}{8}$

해설

원 위의 점  $(a, b)$  에서의 접선의 방정식은

$$ax + by = 9 \text{ 이고}$$

이 접선이 점  $(6, 6)$  을 지나므로

$$6a + 6b = 9 \quad \therefore a + b = \frac{3}{2}$$

또, 점  $(a, b)$  는 원 위의 점이므로

$$a^2 + b^2 = 9$$

이때,  $a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$  에서

$$9 = \frac{9}{4} - 2ab \quad \therefore ab = -\frac{27}{8}$$

9. 원  $x^2 + y^2 = 4$  에 접하고 기울기가  $-\sqrt{3}$  인 직선의 방정식을 구하면?

- ①  $y = -\sqrt{2}x \pm 1$     ②  $y = -\sqrt{2}x \pm 5$     ③  $y = -\sqrt{3}x \pm 4$   
④  $y = -\sqrt{3}x \pm 9$     ⑤  $y = -\sqrt{5}x \pm 6$

해설

구하는 접선의 방정식은

$$y = (-\sqrt{3})x \pm 2\sqrt{1 + (-\sqrt{3})^2}$$

$$\therefore y = -\sqrt{3}x \pm 4$$

10. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 유명한 야구 선수들의 모임
- ㉡ 축구를 잘하는 사람들의 모임
- ㉢ 워드 자격증이 있는 사람들의 모임
- ㉣ 우리 학교 하키 선수들의 모임

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉣

해설

집합이란 특정한 조건에 맞는 원소들의 모임이다.  
㉠, ㉡ '유명한', '잘하는'의 기준이 명확하지 않음  
따라서 집합인 것은 ㉢, ㉣이다.

11. 두 집합  $A = \{1, 3, 6\}$ ,  $B = \{x-1, x+4, 3\}$ 에 대하여  $A = B$  일 때,  $x$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = B$  이므로  $x-1 = 1, x+4 = 6$   
 $\therefore x = 2$

12. 명제  $p \rightarrow q$  가 참일 때, 조건  $p$  를 만족시키는 집합  $P$  와 조건  $q$  를 만족시키는 집합  $Q$  사이의 포함 관계를 옳게 나타낸 것은?

①  $Q \subset P$

②  $Q^c \subset P^c$

③  $Q \subset P^c$

④  $Q^c \subset P$

⑤  $Q = P^c$

해설

명제  $p \rightarrow q$  가 참이면 그 대우  $\sim q \rightarrow \sim p$  도 참이다.  
 $\therefore Q^c \subset P^c$

13. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $(A \cup B) - A = \emptyset$  가 성립하기 위한 필요충분조건은?

①  $A \subset B$

②  $A \cap B = \emptyset$

③  $A \cap B = A$

④  $A \cup B = A$

⑤  $A \cup B = U$

해설

$B$  집합이  $A$  집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

14. 양수  $x$ 에 대하여  $8x^2 + \frac{2}{x}$ 의 최솟값은?

- ①  $2\sqrt{3}$     ②  $2\sqrt[3]{3}$     ③ 6    ④ 8    ⑤ 10

해설

$x > 0$ 이므로

$$8x^2 + \frac{2}{x} = 8x^2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x}$$

$$\geq 3\sqrt[3]{8x^2 \times \frac{1}{x} \times \frac{1}{x}} = 3\sqrt[3]{8} = 6$$

(단, 등호는  $x = \frac{1}{2}$ 일 때 성립)

15. 원  $x^2 + y^2 - 2x - 10y + 25 = 0$  에 외접하고 점  $(-3, 0)$  에서  $x$  축에 접하는 원의 반지름의 길이는?

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③  $\frac{5}{3}$       ④  $\frac{8}{3}$       ⑤  $\frac{10}{3}$

해설

$x^2 + y^2 - 2x - 10y + 25 = 0$  을 표준형으로 나타내면

$$(x-1)^2 + (y-5)^2 = 1 \dots\dots \textcircled{A}$$

또, 이 원에 외접하고 점  $(-3, 0)$  에서

$x$  축에 접하는 원의 반지름의 길이를  $r$  라 하면

$$(x-3)^2 + (y-r)^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{B}$$

이 때, 두 원  $\textcircled{A}, \textcircled{B}$  은 서로 외접하므로

$$\sqrt{\{1 - (-3)\}^2 + \{5 - r\}^2} = r + 1$$

위의 식의 양변을 제곱하면

$$r^2 - 10r + 41 = r^2 + 2r + 1$$

$$12r = 40$$

$$\therefore r = \frac{10}{3}$$

16. 두 원  $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$ ,  $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선  $y = -3x - 1$  과 직교할 때, 상수  $a$ 의 값은?

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$$

즉,  $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$

직선  $\textcircled{1}$ 과 직선  $y = -3x - 1$ 은 직교하므로

$$\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1 \text{ 에서 } a = 16$$

17. 좌표평면에서 원  $x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0$  에 직선  $y = mx$  가 접하도록 상수  $m$  의 값을 정할 때, 모든  $m$  의 값의 합은?

- ㉠  $-\frac{12}{5}$     ㉡  $-2$     ㉢  $0$     ㉣  $2$     ㉤  $\frac{12}{5}$

해설

$$x^2 + y^2 + 6x - 4y + 9 = 0 \Leftrightarrow (x + 3)^2 + (y - 2)^2 = 4$$

이것은 중심이  $(-3, 2)$ ,

반지름의 길이가 2 인 원이다.

이 원에 직선  $y = mx$  가 접하므로

원의 중심  $(-3, 2)$  와 직선  $mx - y = 0$  사이의

거리는 반지름의 길이인 2 와 같다.

$$\text{즉, } \frac{|-3m - 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 2$$

$$|-3m - 2| = 2\sqrt{m^2 + 1} \dots \text{㉠}$$

㉠의 양변을 제곱하여 정리하면

$$5m^2 + 12m = 0 \quad \therefore m = 0, -\frac{12}{5}$$

따라서 구하는 모든  $m$  의 값의 합은  $-\frac{12}{5}$  이다.



19. 명제 ' $x-2=0$  이면  $x^2-ax+6=0$  이다.' 가 참이 되도록 하는 상수  $a$  의 값은?

- ① 1      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

해설

명제 ' $x-2=0$  이면  $x^2-ax+6=0$  이다.' 가 참이 되려면  $2^2-2a+6=0$  을 만족해야 한다.  
 $2^2-2a+6=0, 2a=10$   
 $\therefore a=5$

20. 세 명제  $\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$  가 참이고, 조건  $p, q, r$  를 만족하는 집합을 각각  $P, Q, R$  라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

①  $P \subset Q$

②  $R \subset Q^c$

③  $R \cup P^c = R$

④  $P \subset R$

⑤  $R \cap Q = R$

해설

$\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$  가 참이므로

$\sim p \rightarrow q \rightarrow \sim r$  에서  $P^c \subset Q \subset R^c$  이다.

①  $P \not\subset Q$

②  $Q \subset R^c$  이므로  $R \subset Q^c$

③  $P^c \subset R^c$  이므로  $R \cup P^c \neq R$

④  $P^c \subset R^c$  이므로  $R \subset P$

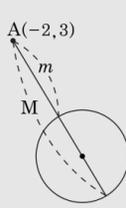
⑤  $Q \subset R^c$  에서  $R \subset Q^c$  이므로  $R \cap Q \neq R$

21. 한 점  $A(-2, 3)$  에서 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$  에 이르는 거리의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$  이라 할때,  $M + m$  의 값은?

- ①  $2\sqrt{31}$       ②  $4\sqrt{2} + 2\sqrt{31}$       ③  $2\sqrt{34}$   
 ④  $4\sqrt{2} + 2\sqrt{34}$       ⑤  $8\sqrt{2}$

**해설**

$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = (x-1)^2 + (y+2)^2 - 8 = 0$        $A(-2, 3)$   
 에서  
 $(x-1)^2 + (y+2)^2 = (2\sqrt{2})^2$   
 그림에서 점과 원 사이의 거리의 최댓값은  
 (점과 원의 중심 사이의 거리) + (반지름)  
 즉  $\sqrt{(-2-1)^2 + (3+2)^2} + 2\sqrt{2} = 2\sqrt{2} + \sqrt{34}$   
 최솟값은 (점과 원의 중심 사이의 거리) - 반지름  
 $= \sqrt{34} - 2\sqrt{2}$   
 $\therefore M + m = 2\sqrt{34}$



22. 두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 200 \text{ 이하 } 15 \text{의 배수}\}$ ,

$B = \{x \mid x \text{는 } 80 \text{ 보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$  일 때,

$n(B) - n(A)$ 는?

① 10

② 14

③ 19

④ 27

⑤ 32

해설

$$n(A) = 7, n(B) = 39$$

$$n(B) - n(A) = 39 - 7 = 32$$

23. 집합  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  이고, 다음 조건을 만족하는 집합  $B$ 의 갯수를 구하여라.

$$\begin{aligned} B &\subset A \\ 2 &\in B \\ n(B) &= 3 \end{aligned}$$

▶ 답:                         개

▷ 정답: 6개

**해설**

집합  $B$ 는 원소 2를 반드시 포함하고 원소의 갯수가 3개인 집합  $A$ 의 부분집합이다. 따라서 만족하는 집합  $B$ 를 구하면  $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\}, \{2, 4, 5\}$  이고, 총 6개이다.

24. 전체집합  $U$  의 세 부분집합  $A, B, C$  사이에  $[A \cap (A^c \cup B)] \cup [B \cap (B^c \cap C^c)] = A \cup B$  인 관계가 있을 때, 옳은 것은?

- ①  $A \subset B$                       ②  $B \subset A$                       ③  $(A \cup B) \subset C$   
④  $C \subset (A \cup B)$                 ⑤  $(A \cap B) \subset C$

해설

$A \cap (A^c \cup B) = (A \cap A^c) \cup (A \cap B) = \emptyset \cup (A \cap B) = A \cap B,$   
 $B \cap (B^c \cap C^c)^c = B \cap [(B^c)^c \cup (C^c)^c] = B \cap (B \cup C) = B$   
따라서, 조건식은  $(A \cap B) \cup B = A \cup B$   
그런데,  $(A \cap B) \cup B = B$  이므로  
 $B = A \cup B$  이다.  
즉,  $A \cup B = B$   
 $\therefore A \subset B$

25. 세 집합  $A, B, C$  에 대하여  
 $n(A) = 50, n(B) = 32, n(C) = 15, n(A \cup B) = 70, n(A \cap C) = 15, n(B \cap C) = 0$  일 때,  
 $n(A \cup B \cup C) + 2 \times n(A \cap B \cap C)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(B \cap C) - n(A \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$

$B \cap C = \emptyset$  이므로  $A \cap B \cap C = \emptyset$  이 된다.

$n(A) + n(B) - n(A \cap B) = n(A \cup B)$  이고

$$A \cap B \cap C = \emptyset \text{ 이므로 } n(A \cap B) = 50 + 32 - 70 = 12$$

$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 50 + 32 + 15 - 15 - 12 - 0 + 0 = 70$$

따라서 정답은  $70 + 2 \times 0 = 70$