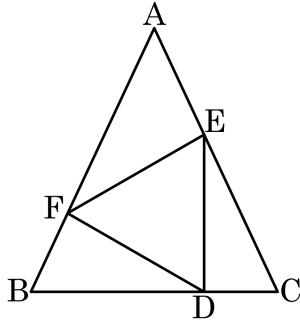


1. 다음과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 삼각형 ABC 에 정삼각형 DEF 가 내접해 있다. $\angle AFE = 35^\circ$, $\angle BDF = 30^\circ$ 일 때, $\angle DEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 ▶ ○ —

▶ 정답 : 25 _

해설

$\angle B = \angle C = \angle \alpha$ 라 하면 삼각형의 두 내각의 크기의 합은 다른 한 각의 외각의 크기와 같으므로

$$\triangle BDF \text{ 에서 } \angle a + 30^\circ = 35^\circ + 60^\circ \quad \therefore \angle a = 65^\circ$$
 $\triangle CDE$ 에서
$$\angle a + \angle DEC = 30^\circ + 60^\circ, 65^\circ + \angle DEC = 90^\circ$$
$$\angle a + \angle \text{DEC} = 3$$

$$\therefore \angle \text{DEC} = 25^\circ$$

2. 다음은 「 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC의 두 밑각 $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P라 하면 $\triangle PBC$ 도 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = \boxed{\text{(가)}}$
 $\angle PBC = \boxed{\text{(나)}}$ $\angle ABC$, $\angle PCB = \boxed{\text{(나)}}$ $\angle ACB$
 $\therefore \boxed{\text{(다)}}$
 즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 $\boxed{\text{(라)}}$ 이다.
 따라서 $\boxed{\text{(마)}}$ 는 이등변삼각형이다.

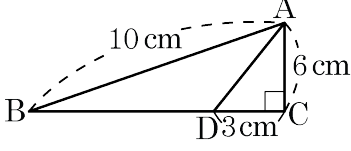
(가) ~ (마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

- ① (가) $\angle ACB$ ② (나) 2
 ③ (다) $\angle PBC = \angle PCB$ ④ (라) $\overline{PB} = \overline{PC}$
 ⑤ (마) $\triangle PBC$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로
 $\angle ABC = (\angle ACB)$
 $\angle PBC = (\frac{1}{2})\angle ABC$,
 $\angle PCB = (\frac{1}{2})\angle ACB$
 $\therefore (\angle PBC = \angle PCB)$
 즉, $\triangle PBC$ 의 두 내각의 크기가 같으므로 ($\overline{PB} = \overline{PC}$) 이다.
 따라서 ($\triangle PBC$)는 이등변삼각형이다.

3. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 이고 변 AB, AC 의 길이가 각각 10cm, 6cm 인 직각삼각형 ABC 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 변 BC 와 만나는 점을 D 라 한다. 선분 DC 의 길이가 3cm 일 때, 선분 BD 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 5 cm

해설

점 D 에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 F 라 하면

$\triangle AFD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\angle AFD = \angle ACD = 90^\circ$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\angle FAD = \angle CAD$

이므로 $\triangle AFD \cong \triangle ACD$ (RHA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} = 3\text{cm}$

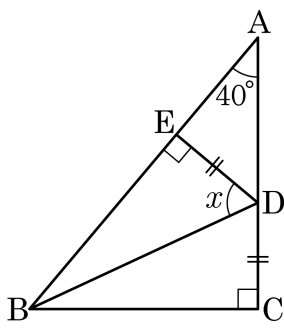
따라서 삼각형 ABD 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times \overline{DF} = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times \overline{AC}$$

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 3 = \frac{1}{2} \times \overline{BD} \times 6$$

$\therefore \overline{BD} = 5 \text{ (cm)}$

4. $\triangle ABC$ 에서 $\angle C = \angle E = 90^\circ$, $\angle A = 40^\circ$, $\overline{CD} = \overline{ED}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

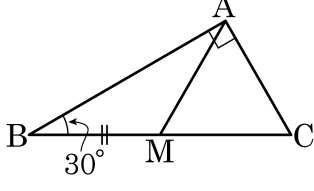


- ① 45° ② 50° ③ 65° ④ 70° ⑤ 75°

해설

$\triangle BDE \cong \triangle BDC$ (RHS합동) 이므로,
 $\angle EBD = \angle CBD = 25^\circ$, $\triangle BDE$ 에서 $\angle x = 65^\circ$

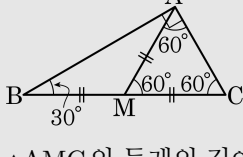
5. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\triangle AMC$ 의 둘레의 길이가 9일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설



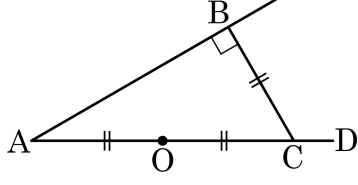
$\triangle AMC$ 의 둘레의 길이가 9이고, $\triangle AMC$ 가 정삼각형이므로 한 변의 길이는 3이다.

점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이므로

$$\overline{MA} = \overline{MB} = \overline{MC} = 3$$

$$\overline{BC} = \overline{BM} + \overline{MC} \text{이므로 } \overline{BC} = 6 \text{이다.}$$

6. 다음 그림에서 점 O는 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 빗변의 중점이다. $\overline{OA} = \overline{BC}$ 일 때, $\frac{\angle BCD}{\angle BAO}$ 의 값을 구하여라.



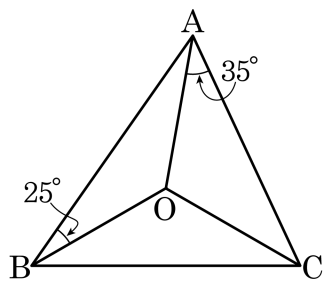
▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

직각삼각형 빗변 $\overline{AC}$ 의 중점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
 $\therefore \overline{OA} = \overline{BC}$, $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle BOC$ 는 정삼각형이다.
따라서 $\angle BCO = \angle BOC = \angle OBC = 60^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - \angle BCO = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \cdots \textcircled{\ominus}$
 $\angle AOB = 180^\circ - \angle BOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$
 $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로 $\triangle BAO$ 는 이등변삼각형
 $\angle BAO = \angle ABO = 30^\circ \cdots \textcircled{\ominus}$
 $\textcircled{\ominus}$, $\textcircled{\ominus}$ 에 의해 $\frac{\angle BCD}{\angle BAO} = \frac{120^\circ}{30^\circ} = 4$

7. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OCB$ 의 크기는?

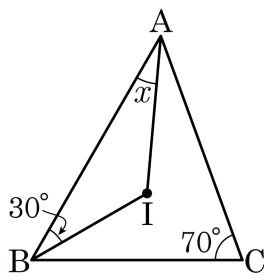


- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

해설

$$\begin{aligned}\angle OAC + \angle OBA + \angle OCB &= 90^\circ \\ \therefore \angle OCB &= 90^\circ - 35^\circ - 25^\circ = 30^\circ\end{aligned}$$

8. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle IBA = 30^\circ$, $\angle C = 70^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 20° ② 25° ③ 30° ④ 35° ⑤ 40°

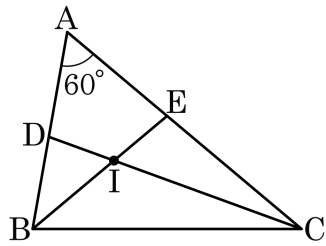
해설

$$\angle B = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - (60^\circ + 70^\circ) = 50^\circ$$

$$\therefore \angle x = \angle IAB = \frac{1}{2} \times 50^\circ = 25^\circ$$

9. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 180°

해설

$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ$, $\angle DIE = 120^\circ$.
 $\square ADIE$ 에서 $\angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$
 $\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ$.
 $\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ$, $\angle BDC + \angle BEC = 180^\circ$.
.

10. 둘레의 길이가 18cm 이고, 넓이가 27cm^2 인 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 $r\text{cm}$ 이다. r 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

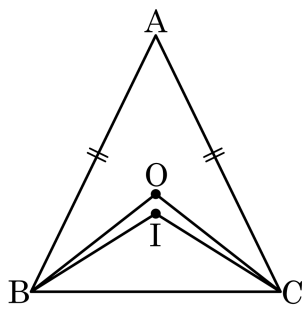
해설

삼각형 ABC, 내심을 I 라 하자.

$$\begin{aligned}\triangle ABC &= \triangle ABI + \triangle BCI + \triangle ACI \\ &= \frac{1}{2}r \times \overline{AB} + \frac{1}{2}r \times \overline{BC} + \frac{1}{2}r \times \overline{AC} \\ &= \frac{1}{2}r \times (\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}) \\ &= \frac{1}{2}r \times 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore r = 3(\text{cm})$$

11. 이등변삼각형 $\triangle ABC$ 에서 점 O 는 외심이고 점 I 는 내심이다.
 $\angle BOC = 104^\circ$ 일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 6 _

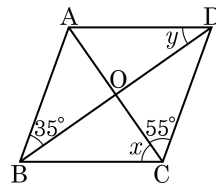
해설

$\angle BOC = 104^\circ$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 104^\circ) \times \frac{1}{2} = 38^\circ$ (O 는 외심)

$\angle BAC = 104^\circ \times \frac{1}{2} = 52^\circ$ 이므로 $\angle ABC = (180^\circ - 52^\circ) \times \frac{1}{2} = 64^\circ$ $\therefore \angle IBC = 32^\circ$ (내심)
 따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 6^\circ$

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ABD = 35^\circ$, $\angle ACD = 55^\circ$ 일 때, $\angle x - \angle y$ 의 값은?

- ① 20° ② 25° ③ 30°
 ④ 35° ⑤ 40°



해설

$\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ 이므로 $\angle OAB = \angle OCD = 55^\circ$

$\triangle ABO$ 에서 $\angle AOB = 180^\circ - (35^\circ + 55^\circ) = 90^\circ$

평행사변형의 두 대각선이 서로 수직이므로 $\square ABCD$ 는 마름모가 된다.

$\angle x = 55^\circ, \angle y = 35^\circ$

$\therefore \angle x - \angle y = 20^\circ$

13. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 □임을 증명하는 과정이다. ㄱ~ㄴ에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

△EBF ≡ △GDH (□ 합동)

∴ EF= □

△AEH ≡ △CGF (□ 합동)

∴ □ = EH

따라서 □EFGH 는 □ 이다.

- ① ㄱ : 평행사변형

② ㄴ : ASA
- ③ ㄷ : GH

④ ㄹ : SAS
- ⑤ ㄹ : GF

해설

△EBF ≡ △GDH (SAS 합동)

∴ EF=GH

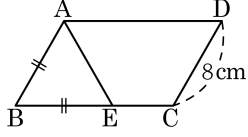
△AEH ≡ △CGF (SAS 합동)

∴ GF = EH

평행사변형은 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

따라서 □EFGH 는 평행사변형이다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A : \angle B = 2 : 1$ 이다. $\overline{AB} = \overline{BE}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 8cm

해설

$$\angle A = 180^\circ \times \frac{2}{3} = 120^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ \times \frac{1}{3} = 60^\circ$$

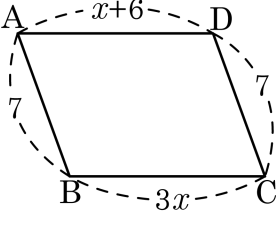
$\overline{AB} = \overline{BE}$ 이므로

$$\angle BAE = \angle BEA = (180^\circ - 60^\circ) \div 2 = 60^\circ$$

$\therefore \triangle ABE$ 는 정삼각형이다.

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AB} = 8 \text{ (cm)}$$

15. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x + 6 = 3x$ 이므로 $x = 3$ 이다.

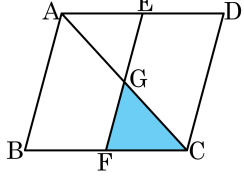
16. 다음 중 $\square ABCD$ 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

- ① $\angle A = 110^\circ, \angle B = 70^\circ, \angle C = 110^\circ$
② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\text{ cm}, \overline{CD} = \overline{DA} = 6\text{ cm}$
③ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = 6\text{ cm}, \overline{CD} = 5\text{ cm}$
④ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}, \overline{AB} = 4\text{ cm}, \overline{BC} = 4\text{ cm}$
⑤ $\overline{OA} = 5\text{ cm}, \overline{OB} = 5\text{ cm}, \overline{OC} = 3\text{ cm}, \overline{OD} = 3\text{ cm}$

해설

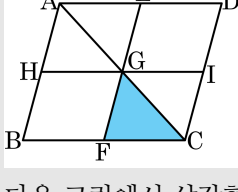
- ① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 E, F 는 각각 변 AD, BC 의 중점이고, 빗금 친 삼각형의 넓이는 15 cm^2 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이는?



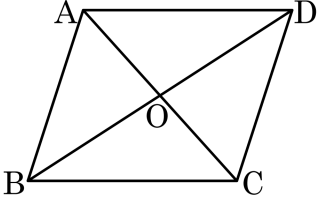
- ① 90 cm^2 ② 100 cm^2 ③ 110 cm^2
 ④ 120 cm^2 ⑤ 130 cm^2

해설



다음 그림에서 삼각형 AGE 와 삼각형 CGF 는 합동이다. 따라서 점 G 는 변 EF 의 중점이다. 점 G 를 지나고 AD 에 평행한 선분 HI 를 그으면 변 EF 와 HI 에 의해 평행사변형은 합동인 네 개의 평행사변형으로 나누어진다. 평행사변형의 대각선은 평행사변형의 넓이를 이등분하므로 색칠한 삼각형의 넓이는 전체 평행사변형 넓이의 $\frac{1}{8}$ 이다. 따라서 평행사변형의 넓이는 $8 \times 15 = 120\text{ (cm}^2\text{)}$ 이다.

18. 다음 그림의 평행사변형 ABCD가 직사각형이 되는 조건을 모두 찾아라.



보기

- | | |
|---|---|
| ☐ $\angle ABO = \angle CDO$ | ☐ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ |
| ☐ $\angle A = \angle B$ | ☐ $\overline{OA} = \overline{OB}$ |
| ☐ $\overline{AD} = \overline{BC}$ | ☐ $\overline{BD} = \overline{CD}$ |

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ☐

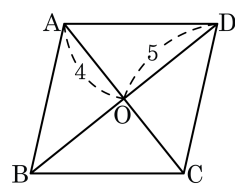
▶ 정답 : ☐

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
두 대각선의 길이가 서로 같다.
한 내각이 직각이다.
☐ $\angle A = \angle B$, $\angle A + \angle B = 180^\circ$, $\angle A = \angle B = 90^\circ \rightarrow$ 한 내각이 직각이다.
☐ $OA = OB$ 이면 $AC = BD \rightarrow$ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

19. 마름모 □ABCD 의 넓이는?

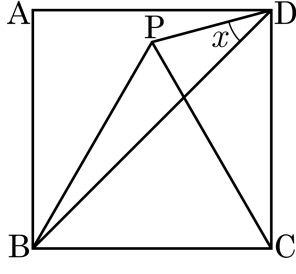
- ① 10 ② 20 ③ 30
④ 40 ⑤ 50



해설

$$\frac{1}{2} \times 10 \times 8 = 40$$

20. 다음 그림에서 □ABCD는 정사각형이고,
 $\triangle PBC$ 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\quad)^\circ$ 이다.
 () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

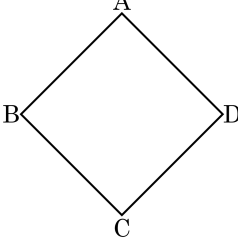


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\angle CDB = 45^\circ$,
 $\angle PCD = 30^\circ$ 이고 $\overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로
 $\angle CDP = 75^\circ$,
 $\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

21. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?

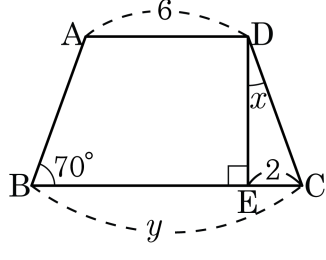


- ① $\overline{AC} = \overline{AB}$
- ② $\overline{AC} = \overline{BD}$
- ③ $\angle A + \angle B = 180^\circ$
- ④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.
- ⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
 $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \cong \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90^\circ$

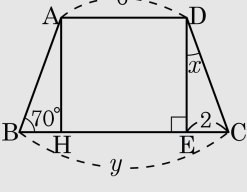
22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 6$, $\overline{CE} = 2$, $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, x , y 의 값은?



- ① $x = 15^\circ$, $y = 12$ ② $x = 20^\circ$, $y = 8$
③ $x = 30^\circ$, $y = 8$ ④ $x = 30^\circ$, $y = 10$
⑤ $x = 20^\circ$, $y = 10$

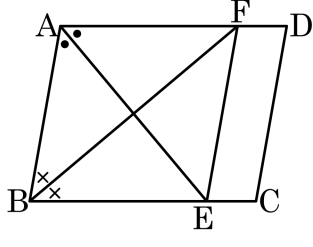
해설

$\angle B + \angle D = 180^\circ$ 이므로
 $\angle D = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ$ 이다.
 $\therefore \angle x = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$
점 A에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABH \cong \triangle DCE$ 는 RHA 합동이므로 $\overline{BH} = \overline{EC}$ 이다.
 $\therefore \overline{BC} = 2 + 6 + 2 = 10$

23. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E, $\angle B$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$ 와 만나는 점을 F라 할 때, $\square ABEF$ 는 어떤 사각형인가?

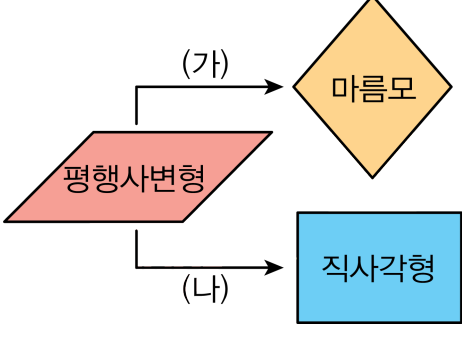


- ① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 마름모
- ④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

대각선이 내각의 이등분선인 사각형은 마름모이다.

24. 다음 그림에서 평행사변형에 조건 (가)를 붙이면 마름모가 되고, (나)를 붙이면 직사각형이 된다. (가), (나)에 들어가는 조건으로 알맞은 것을 모두 고르면?

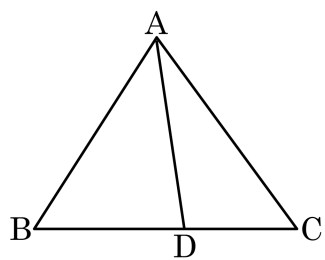


- ① (가) 이웃하는 대변의 길이가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.
- ② (가) 두 대각선의 길이가 같다. (나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.
- ③ (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다. (나) 한 내각의 크기가 직각이다.
- ④ (가) 한 내각의 크기가 직각이다. (나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
- ⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다. (나) 두 대각선의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 마름모가 되려면 이웃하는 대변의 길이가 같거나 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.
평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 직각이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

25. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 의 넓이가 70cm^2 이고 $\overline{BD} : \overline{DC} = 4 : 3$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이는?



- ① 15cm^2 ② 20cm^2 ③ 25cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 35cm^2

해설

$$\triangle ADC \text{의 넓이는} = 70 \times \frac{3}{4+3} = 30(\text{cm}^2)$$