

1. 다음 집합 중에서 집합 $\{a,b,c\}$ 의 부분집합을 모두 골라라.

$\textcircled{\tiny \Gamma} \{a\}$	$\textcircled{\tiny \sqsubset} \{b,d\}$
$\textcircled{\tiny \subseteq} \{a,b,c\}$	$\textcircled{\tiny \supseteq} \emptyset$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny \Gamma}$

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny \subseteq}$

▶ 정답 : $\textcircled{\tiny \supseteq}$

해설

집합 $\{a,b,c\}$ 의 부분집합을 모두 구하면 $\emptyset$, $\{a\}$, $\{b\}$, $\{c\}$, $\{a,b\}$, $\{a,c\}$, $\{b,c\}$, $\{a,b,c\}$ 이다.

2. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?
(정답 2개)
- ① $n(B) = 10$
 - ② $\{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6 \text{의 배수}\} \supset A$
 - ③ $\{x|x \text{는 } 3 \text{의 배수}\} \subset B$
 - ④ $n(A) = n(B)$
 - ⑤ $B - A \neq \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.
그러므로 $A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30\} = B$ 이다.

- ② $\{x|x \text{는 } 30 \text{ 이하의 } 6 \text{의 배수}\} = \{6, 12, 18, 24, 30\} \subset A$
- ③ $\{3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, \dots\} \supset B$
- ⑤ $B - A = \emptyset$

3. 다음 중 집합 $\{a, b, c\}$ 의 진부분집합이 아닌 것은?

- ① $\emptyset$
- ② $\{c\}$
- ③ $\{c, b, a\}$
- ④ $\{a, b\}$
- ⑤ $\{b, c\}$

해설

$\{a, b, c\}$ 의 진부분집합은 $\{a, b, c\}$ 의 부분집합 중 $\{a, b, c\}$ 를 제외한 나머지 부분집합이다.

따라서 ③은 진부분집합이 아니다.

4. 집합 $A = \{m, a, t, h\}$ 에 대하여 부분집합 중 모음을 원소로 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

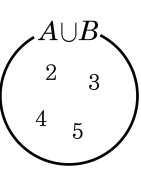
▷ 정답 : 8개

해설

집합 A 에서 모음은 a 이므로 집합 A 의 부분집합 중 a 를 포함하지 않는 부분집합을 구하면

$\emptyset, \{m\}, \{t\}, \{h\}, \{m, t\}, \{m, h\}, \{t, h\}, \{m, t, h\}$ 이고 총 8개이다.

5. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{2, 3\}$ 이고 $A \cup B$ 는 다음 벤 다이어그램과 같다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능한 것은?



- ① $\emptyset$

② $\{4\}$

③ $\{4, 5\}$

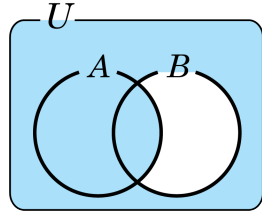
④ $\{2, 4\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설

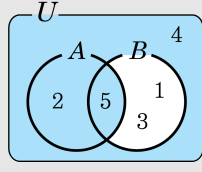
$A = \{2, 3\}$, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 이므로 $\{4, 5\} \subset B \subset \{2, 3, 4, 5\}$ 이다.

6. $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{2, 5\}, B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음 벤 다이어그램에서 색칠된 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$ ③ $\{2, 4, 5\}$
④ $\{1, 2, 3, 4\}$ ⑤ $\{1, 2, 4, 5\}$

해설



따라서 색칠한 부분이 나타내는 집합은 $\{2, 4, 5\}$ 이다.

7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 30, n(A) = 15, n(B) = 12, n(A \cap B) = 9$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B)$ 이므로 $n(A \cup B)$ 를 구한다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 15 + 12 - 9 = 18$ 이므로
③ $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 18 = 12$ 이다.

8. 19 명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 하였더니, A 문제를 푼 학생은 11 명이며, B 문제를 푼 학생은 8 명이며, 한 문제도 못 푼 학생은 3 명이었다. A 문제만 푼 학생은 몇 명인지 구하여라.

▶ 답 : 8 명

▷ 정답 : 8 명

해설

$n(U) = 19, n((A \cup B)^c) = 3$ 이므로 $n(A \cup B) = 19 - 3 = 16$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.
따라서 A 문제만 푼 학생은 $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 11 - 3 = 8$ 이다.

9. 방정식 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 에 대하여 xy 의 최솟값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\frac{1}{2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{xy}}, \frac{1}{4} \geq \sqrt{\frac{1}{xy}}$$

$$\therefore \frac{1}{16} \geq \frac{1}{xy}$$

따라서 $xy \geq 16$ 이므로 xy 의 최솟값은 16

10. $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이고, $a + b + c = 14$ 일 때, $\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c}$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여

$$(1^2 + 2^2 + 3^2) \{ (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 + (\sqrt{c})^2 \}$$

$$\geq (\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2$$

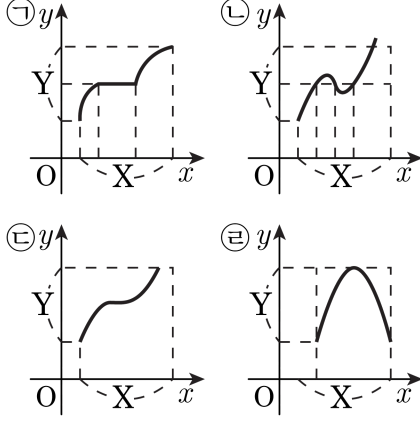
$$(\sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c})^2 \leq 14(a + b + c) = 14^2$$

이 때 $a \geq 0, b \geq 0, c \geq 0$ 이므로

$$0 \leq \sqrt{a} + 2\sqrt{b} + 3\sqrt{c} \leq 14$$

따라서 최댓값은 14이다.

11. 함수 $f : X \rightarrow Y$ 의 그래프가 다음과 같다고 한다. 이 중에서 역함수가 존재하는 것은?



- ① (㉠) (㉢)
 ② (㉡) (㉣)
 ③ (㉢) (㉣)
- ④ (㉠)
 ⑤ (㉠) (㉡) (㉣)

해설

X 에서 Y 로의 일대일 대응을 찾으면 된다.

㉠

㉡

㉠ $\{x|a \leq x \leq b\}$ 에 속하는 x 의 상이 모두 c 이므로 일대일 대응이 아니다.

㉡ a, b, c 의 상이 모두 d 이므로 일대일 대응이 아니다.

㉢, ㉣의 경우와 같다.

12. 두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수의 개수를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

두 집합 $X = \{-2, -1, 0, 1\}$, $Y = \{1, 2, 3\}$ 에 대하여 X 에서 Y 로의 상수함수는 $f(x) = 1$, $f(x) = 2$, $f(x) = 3$ 의 3개가 있다.

13. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 세 함수 f, g, h 에 대하여 $(h \circ g)(x) = 3x + 4$, $f(x) = x^2$ 일 때, $(h \circ (g \circ f))(2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}(h \circ (g \circ f))(2) &= ((h \circ g) \circ f)(2) \\ &= (h \circ g)(f(2)) \\ &= (h \circ g)(4) \\ &= 3 \times 4 + 4 = 16\end{aligned}$$

14. 두 함수 $f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$
 $-k + 3 = 2$ 에서 $k = 1$
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(1) = m$ 으로 놓으면,
 $f(m) = 1$ 에서 $2m - 5 = 1$
 $\therefore m = 3$

15. 두 집합 $A = \{2, 4, a^2 - a - 1\}$, $B = \{2, a + 2, a^2 - 2a\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{2, 5\}$ 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합은?

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 15

해설

$A \cap B = \{2, 5\}$ 이므로 $a^2 - a - 1 = 5$ 임을 알 수 있다. 즉, $a^2 - a - 6 = 0$ 에서 $a = 3$ or -2

(i) $a = 3$ 일 때, $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 5, 3\}$ 이므로 $A \cap B = \{2, 5\}$

(ii) $a = -2$ 일 때, $A = \{2, 4, 5\}$, $B = \{2, 0, 8\}$ 이므로 $A \cap B = \{2\}$ (부적합)

따라서 집합 $B = \{2, 3, 5\}$ 이므로 B 의 모든 원소의 합은 10이다.

16. 두 명제 $p \rightarrow q$ 와 $\sim r \rightarrow \sim q$ 가 모두 참일 때, 다음 중 항상 참인 명제는?

① $p \rightarrow r$

② $\sim q \rightarrow p$

③ $p \rightarrow \sim q$

④ $r \rightarrow q$

⑤ $r \rightarrow \sim q$

해설

$$p \rightarrow q(T) \Rightarrow \sim q \rightarrow \sim p(T)$$

$$\sim r \rightarrow \sim q(T) \Rightarrow q \rightarrow r(T)$$

$$\therefore p \rightarrow q \rightarrow r \Rightarrow p \rightarrow r(T)$$

17. $p: |x-a| \leq 1$, $q: -2 < x \leq 1$,
 $r: x \leq b$ 에 대해 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건일 때 a 의 최댓값, b 의 최솟값을 구하면?

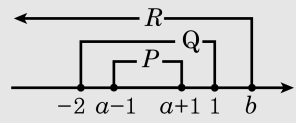
- ① $-1, 1$ ② $-1, -1$ ③ $0, 1$
 ④ $1, 1$ ⑤ $1, -1$

해설

$$p: |x-a| \leq 1 = a-1 \leq x \leq a+1$$

p, q, r 의 진리집합을 각각 P, Q, R 이라 할 때

p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건이므로 수직선에 나타내면



$$a-1 > -2, a+1 \leq 1 \text{ 이므로}$$

$$-1 < a \leq 0 \text{ 이고 } b \geq 1$$

따라서, a 의 최댓값은 0 , b 의 최솟값은 1

18. 다음 중 정의역이 $\{0, 1, 2\}$ 인 함수 f 의 그래프가 될 수 있는 것은?

① $\{(0, 1), (1, 2)\}$

② $\{(0, 1), (1, 1), (2, 1)\}$

③ $\{(1, 2), (1, 0), (2, 2)\}$

④ $\{(0, 1), (0, 2), (2, 0)\}$

⑤ $\{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

해설

$f(0) = a, f(1) = b, f(2) = c$ 라 하면,
함수 f 의 그래프는
 $(0, a), (1, b), (2, c)$ 의 꼴이어야 한다.

19. 두 함수 $f(x) = 2x + 5$, $g(x) = -3x + k$ 에 대하여 $(f \circ g)(x) = (g \circ f)(x)$ 가 성립할 때, 상수 k 의 값은?

① -20 ② -10 ③ 0 ④ 10 ⑤ 20

해설

$$\begin{aligned}(f \circ g)(x) &= (g \circ f)(x) \text{에서} \\ -6x + 2k + 5 &= -6x - 15 + k \\ \therefore k &= -20\end{aligned}$$

20. 함수 $y = (x - 2)^2 - 1 (x \leq 2)$ 의 역함수를 구하면?

① $y = \sqrt{x - 1} + 2 (x \geq 1)$

② $y = \sqrt{x + 1} + 2 (x \geq -1)$

③ $y = -\sqrt{x + 1} + 2 (x \geq -1)$

④ $y = -\sqrt{x + 1} - 2 (x \geq -1)$

⑤ $y = -\sqrt{x - 1} + 2 (x \geq 1)$

해설

$$y = (x - 2)^2 - 1 \quad (x \leq 2, y \geq -1)$$

$$\text{역함수 } x = (y - 2)^2 - 1 \quad (y \leq 2, x \geq -1)$$

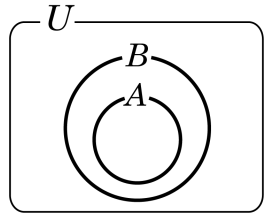
$$x + 1 = (y - 2)^2$$

$$y = 2 \pm \sqrt{x + 1}$$

$$y \leq 2 \text{ 이므로, } y = -\sqrt{x + 1} + 2$$

$$\therefore y = -\sqrt{x + 1} + 2 \quad (x \geq -1)$$

21. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ☒ ① $A - B = \emptyset$
- ☐ ② $B \cap A^c = \emptyset$
- ☒ ③ $B^c \subset A^c$
- ☐ ④ $U \subset (A \cup B)$
- ☐ ⑤ $U - A^c = B$

해설

- ② $B \cap A^c \neq \emptyset$
- ④ $(A \cup B) \subset U$
- ⑤ $U - A^c = A$

22. 전체 집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$ 일 때, 다음 보기에서 옳지 않은 것은?

보기

- ㉠ $A \cap B = \{7\}$
- ㉡ $A \cap B^c = \{1, 3, 7, 11\}$
- ㉢ $A^c \cap B = \{13\}$
- ㉣ $A^c \cup B^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
- ㉤ $A^c \cap B^c = \{5, 9, 15\}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$,
 $A = \{1, 3, 7, 11\}$, $B = \{7, 13\}$
㉡ $A \cap B^c = A - B = \{1, 3, 11\}$
㉢ $A^c \cap B = B - A = \{13\}$
㉣ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{1, 3, 5, 9, 11, 13, 15\}$
㉤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 9, 15\}$

23. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때 $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x|x\text{는 } 8\text{의 약수}\}, B = \{x|x\text{는 } 5\text{이하의 홀수}\}$

- ① 2개 ② 4개 ③ 6개 ④ 8개 ⑤ 10개

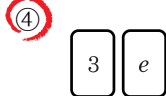
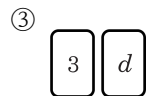
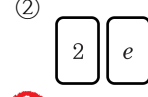
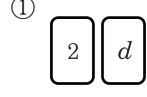
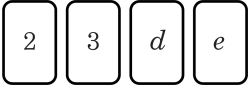
해설

$(A - B) \cup X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$,
 $A = \{1, 2, 4, 8\}, B = \{1, 3, 5\}$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8$ (개)

24. 한 쪽 면에는 영문자, 다른 쪽 면에는 숫자가 적혀있는 카드가 다음 규칙을 만족한다.

카드의 한 쪽 면에 모음이 적혀 있으면 다른 쪽 면에는 짝수가 적혀 있다.

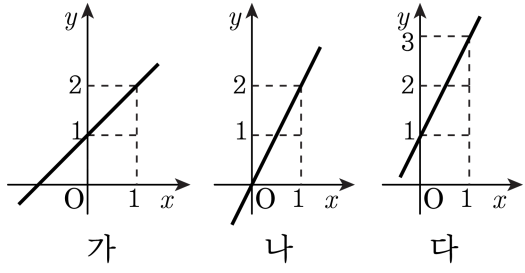
탁자 위에 그림과 같이 놓인 카드 4 장이 위 규칙에 맞는 카드인지 알기 위해 다른 쪽 면을 확인해야 할 필요가 있는 것은?



해설

(모음 → 짝수) ↔ (홀수 → 자음) 이므로 모음인 면을 뒤집어 짝수가 있음을 확인하고 홀수인 면을 뒤집어 자음이 있음을 확인하면 된다. 자음인 면의 뒤에는 어떤 수가 와도 좋고 짝수인 면의 뒤에는 모음, 자음이 모두 가능하다. 따라서 모음이 쓰여진 카드 [e], 홀수가 쓰여진 카드 [3] 의 다른 쪽 면을 확인해야 한다.

25. 다음 그림은 함수 $f(x)$, $g(x)$, $w(x)$ 의 그래프를 차례로 나타낸 것이다.



다음 중 $w(x)$ 를 $f(x)$ 와 $g(x)$ 를 이용하여 나타낸 것은?

- ① $f \circ g$ ② $g \circ f$ ③ $f \circ f$ ④ $f + g$ ⑤ $f - g$

해설

그래프를 보고 함수식을 구하면
 $f(x) = x + 1$, $g(x) = 2x$, $w(x) = 2x + 1$ 이다.
 $f(g(x)) = f(2x) = 2x + 1 = w(x)$ 이므로
 $\therefore w = f \circ g$