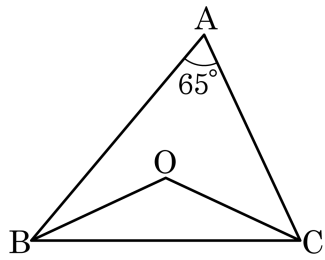


1. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 65^\circ$ 일 때, $\angle OBC + \angle OCB$ 의 크기를 구하여라.



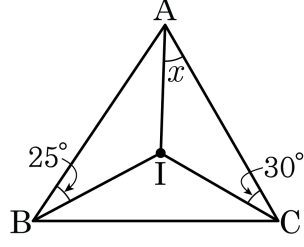
▶ 답 : °

▷ 정답 : 50°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OBA + \angle A + \angle OCA = 2 \times 65^\circ = 130^\circ$
 $\therefore \angle OBC + \angle OCB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$

2. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle x$ 값은 얼마인가?

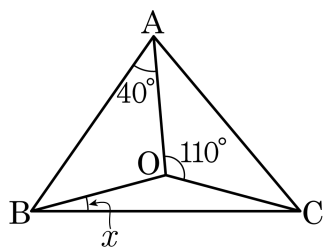


- ① 30° ② 31° ③ 32° ④ 33° ⑤ 35°

해설

점 I가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$ 이다.
점 I가 세 내각의 이등분선의 교점이므로 $\angle IBC = \angle ABI = 25^\circ$ 이다.
삼각형의 내각의 합은 180° 이므로 $\angle BIC = 180^\circ - 30^\circ - 25^\circ = 125^\circ$ 이다.
 $\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, $125^\circ = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle A$, $\angle A = 70^\circ$
 $\therefore \angle x = \angle CAI = \frac{1}{2}\angle A = 35^\circ$

3. 다음 $\triangle ABC$ 의 외심을 O 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

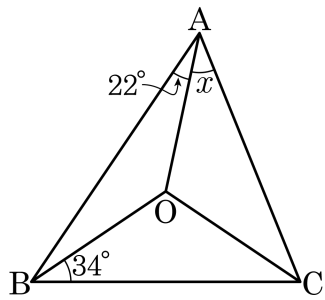


- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\triangle AOC$ 에서 $\angle OAC = \angle OCA$, $\angle AOC + \angle OAC + \angle OCA = 180^\circ$
 $\therefore \angle OCA = 35^\circ$
 $\angle OAB + \angle OCA + \angle x = 90^\circ$, $\angle x = 90^\circ - 40^\circ - 35^\circ = 15^\circ$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O는 외심이다. $\angle BAO = 22^\circ$, $\angle OBC = 34^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



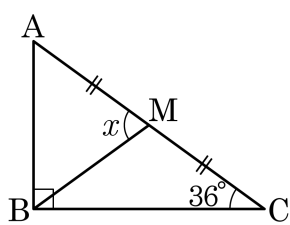
▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 34°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OAC = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAC = 90^\circ - 22^\circ - 34^\circ = 34^\circ$

5. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36^\circ$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



- ① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

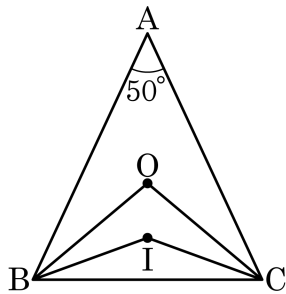
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \dots \textcircled{1}$

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$$\angle MCB = \angle MBC = 36^\circ$$

$$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36^\circ + 36^\circ = 72^\circ$$

6. 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 점 I 는 $\triangle OBC$ 의 내심일 때, $\angle IBC$ 의 크기는?

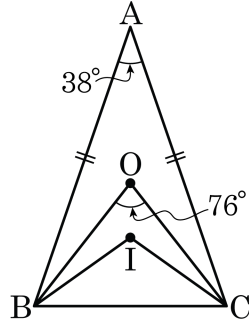


- ① 15° ② 20° ③ 25° ④ 30° ⑤ 32°

해설

$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 50^\circ = 100^\circ$ 이고,
 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = (180^\circ - 100^\circ) \div 2 = 40^\circ$
 점 I 가 $\triangle OBC$ 의 내심이므로 $\angle OBI = \angle IBC = 20^\circ$

7. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 38^\circ$, $\angle O = 76^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기는?

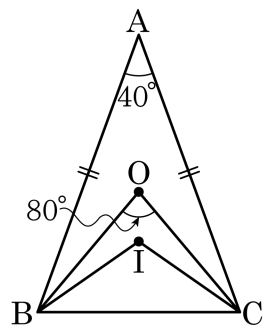


- ① 14° ② 15.2° ③ 16.5° ④ 17° ⑤ 17.5°

해설

$$\begin{aligned}\angle BIC &= 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 109^\circ \\ \angle OBC &= 52^\circ, \angle IBC = 35.5^\circ \\ \angle OBI &= \angle OBC - \angle IBC = 52^\circ - 35.5^\circ = 16.5^\circ\end{aligned}$$

8. 다음 그림은 이등변삼각형 ABC 이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심이고, $\angle A = 40^\circ$, $\angle O = 80^\circ$ 일 때, $\angle IBO$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: ○ —

▷ 정답 : 15 °

해설

$$\angle \text{BIC} = 90^\circ + \frac{1}{2} \angle \text{BAC} = 110^\circ$$

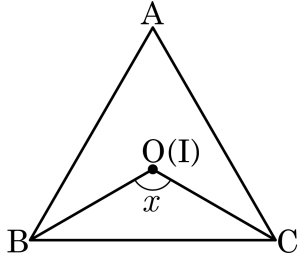
$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle OBC$ 는 이등변 삼각형이다.

$$\angle OBC = 50^\circ$$

또한 이등변삼각형의 외심과 내심은 꼭지각의 이등분선 위에 있으므로 $\angle IBC = 35^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 50^\circ - 35^\circ = 15^\circ$$

9. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치하는 그림이다. 빈 칸을 채워 넣는 말로 적절한 것은?



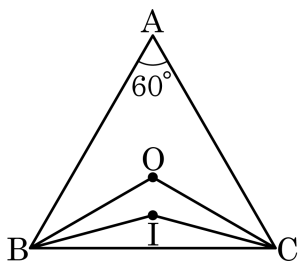
$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때에 $\triangle ABC$ 는 ()이고, $\angle BOC = ()^\circ$ 이다.

- ① 직각삼각형, 90
- ② 직각삼각형, 120
- ③ 이등변삼각형, 60
- ④ 정삼각형, 90
- ⑤ 정삼각형, 120

해설

$\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 일치할 때는 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.
 $\angle A = 60^\circ$ 이고, 점 O 가 외심일 때, $2\angle A = \angle BOC$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.
따라서 $x = 120^\circ$ 이다.

10. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, 점 I는 $\triangle OBC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BIC - \angle BOC$ 의 크기는?



- ① 0° ② 10° ③ 20° ④ 30° ⑤ 40°

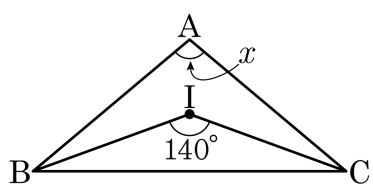
해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 60^\circ$ 이므로 $\angle BOC = 120^\circ$ 이다.

$\triangle OBC$ 의 내심이 점 I일 때, $\frac{1}{2}\angle BOC + 90^\circ = \angle BIC$ 이므로

$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 120^\circ + 90^\circ = 150^\circ$ 이다. 따라서 $\angle BIC - \angle BOC = 150^\circ - 120^\circ = 30^\circ$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle BIC = 140^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



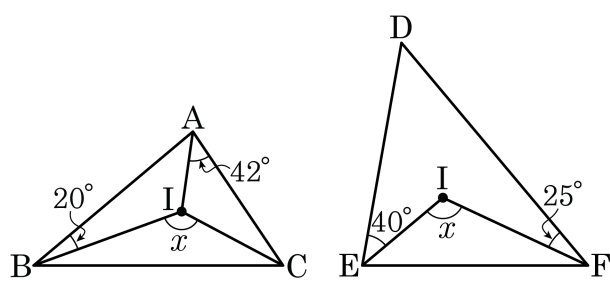
- ① 70° ② 80° ③ 90° ④ 100° ⑤ 110°

해설

$$90^\circ + \frac{1}{2}\angle x = 140^\circ$$

$$\therefore \angle x = 100^\circ$$

12. 다음 그림에서 점 I가 각각의 삼각형에서 세 내각의 이등분선의 교점일 때, 두 $\angle x$ 의 값의 합을 구하여라.



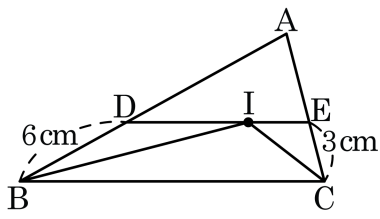
▶ 답: 0

▶ 정답 : 247°

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } \angle x &= 90^\circ + 42^\circ \therefore \angle x = 132^\circ \\ \text{ii) } \angle x + 40^\circ + 25^\circ &= 180^\circ \therefore \angle x = 115^\circ \\ \therefore 132^\circ + 115^\circ &= 247^\circ \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라고 한다.
 $\overline{BD} = 6\text{ cm}$, $\overline{CE} = 3\text{ cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



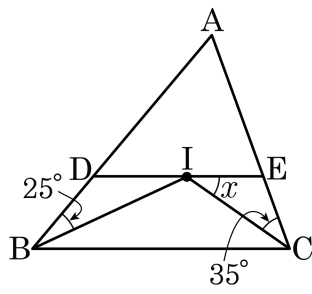
▶ 답 :

▷ 정답 : 9 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{BD} &= \overline{DI}, \overline{CE} = \overline{IE} \\ \therefore \overline{DE} &= \overline{DI} + \overline{IE} = 6 + 3 = 9(\text{cm}) \end{aligned}$$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답: ②

▶ 정답 : 35 °

해설

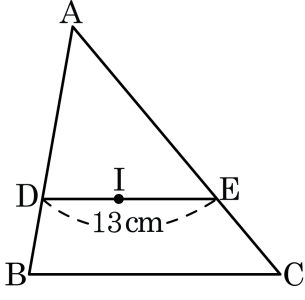
점 I 가 삼각형의 세 내각의 이등분선의 교점이므로

$$\angle IBC = \angle DBI = 25^\circ, \angle ICB = \angle ECI = 35^\circ$$

$\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB = 25^\circ$, $\angle ICB = \angle EIC = 35^\circ$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle \text{EIC} = 35^\circ$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 $\overline{BC}$ 에 평행한 직선 $\overline{AB}, \overline{AC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 하자. $\overline{DE} = 13\text{cm}$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{EC}$ 의 값을 구하여라.



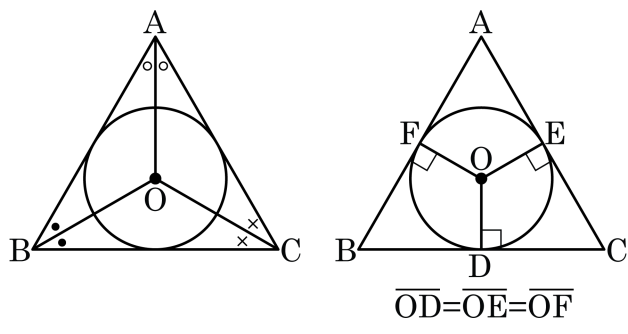
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 13 cm

해설

점 I 가 내심이고, $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때, $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC} = 13\text{cm}$ 이다.

16. 다음 그림이 설명하고 있는 것으로 옳은 것은?

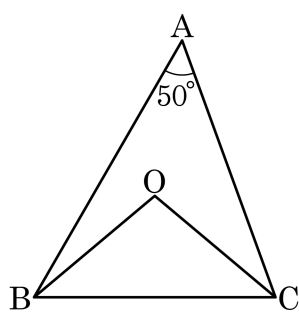


- ① 외심 ② 내심 ③ 무게중심
④ 방심 ⑤ 수심

해설

내심은 세 내각의 이등분선의 교점이고 세 변에서 같은 거리에 있는 점이다. 따라서 내심이다.

17. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle A = 50^\circ$ 일 때, $\angle BOC$ 의 크기를 구하면?

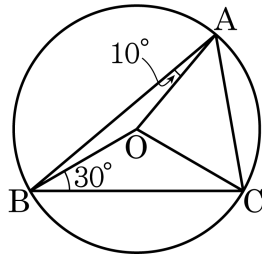


- ① 110° ② 100° ③ 105° ④ 95° ⑤ 115°

해설

$\angle BOC = 2 \times \angle BAC^\circ$ 이므로 $50^\circ \times 2 = 100^\circ$
 $\therefore \angle BOC = 100^\circ$

18. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle OAB = 10^\circ$, $\angle OBC = 30^\circ$, $\angle OAC$ 의 크기는?

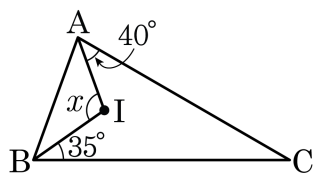


- ① 40° ② 45° ③ 50° ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\angle OAB = \angle OBA$, $\angle OBC = \angle OCB$, $\angle OAC = \angle OCA$ 이므로
 $\angle OAB + \angle OBC + \angle OCA = 90^\circ$
 $\therefore \angle OAC = \angle OCA = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$

19. 다음 그림에서 점 I가 삼각형의 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

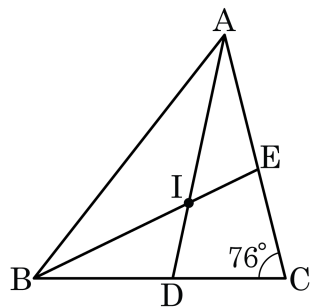


- ① 100° ② 105° ③ 110° ④ 115° ⑤ 120°

해설

삼각형의 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle x = 180^\circ - (40^\circ + 35^\circ) = 105^\circ$

20. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 다음 그림과 같이 $\angle C = 76^\circ$ 일 때, $\angle ADB + \angle BEA$ 를 구하면?

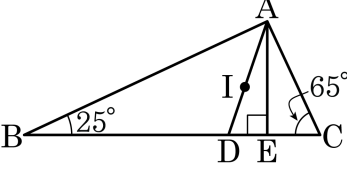


- ① 190° ② 195° ③ 201° ④ 204° ⑤ 205°

해설

$$\begin{aligned} \angle A + \angle B &= 180^\circ - 76^\circ = 104^\circ \\ \therefore \angle ADB + \angle AEB &= \frac{1}{2}\angle A + 76^\circ + \frac{1}{2}\angle B + 76^\circ \\ &= 52^\circ + 152^\circ = 204^\circ \end{aligned}$$

22. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AE} \perp \overline{BC}$ 일 때, $\angle DAE$ 의 크기는?



- ① 15° ② 17° ③ 18° ④ 20° ⑤ 22°

해설

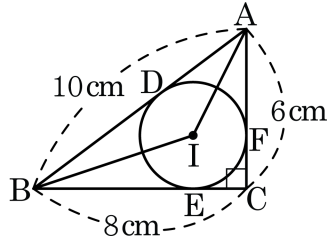
$$\angle A = 180^\circ - (25^\circ + 65^\circ) = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \frac{1}{2} \times 90^\circ = 45^\circ$$

$$\angle EAC = 25^\circ \text{ 이므로}$$

$$\therefore \angle DAE = 45^\circ - 25^\circ = 20^\circ$$

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm, 10cm 인 직각삼각형이고, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이는?



- ① 4cm^2 ② 6cm^2 ③ 8cm^2
 ④ 10cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

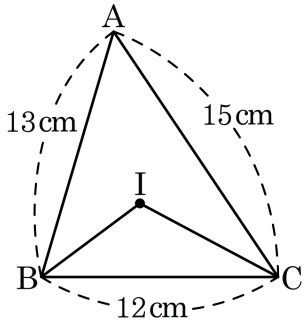
내접원의 반지름을 r 이라 할 때

$$\begin{aligned} (\triangle ABC \text{의 넓이}) &= \frac{1}{2} \times 8 \times 6 \\ &= \frac{1}{2} \times r \times (10 + 8 + 6) \\ &= 24 \end{aligned}$$

$$\therefore r = 2 \text{ cm}$$

$$(\triangle IAB \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 \times 10 = 10 (\text{cm}^2)$$

24. 다음 $\triangle ABC$ 의 넓이가 80 cm^2 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.)



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 24 cm^2

해설

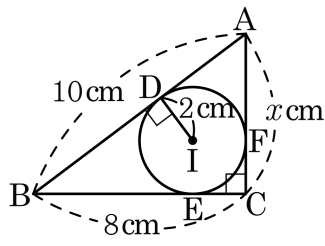
내심원의 반지름의 길이를 r 라고 하면

$$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 15) = 80$$

$$r = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\text{cm}^2)$$

25. 다음 그림에서 점 I 가 삼각형 ABC 의 내심이고, 점 D,E,F 가 내접원의 접점일 때, x 값을 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 6 cm

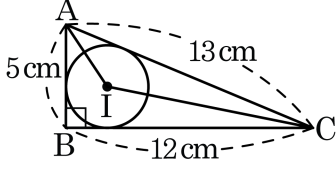
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

내심의 반지름이 2 이므로 $\overline{CE} = \overline{CF} = 2$ 이다.

$\overline{BE} = 6 = \overline{BD}$, $\overline{AD} = 4 = \overline{AF}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 2 + 4 = 6(\text{cm})$ 이다.

26. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 13 cm²

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F 라고 하자.

$\overline{DI} = \overline{BE}$, $x = \overline{BE}$ 라 하면 $\overline{AF} = 5 - x$, $\overline{CF} = 12 - x$

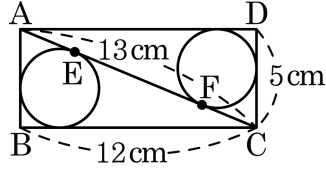
$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$

$\therefore x = 2\text{cm}$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 13 \times 2 =$

13(cm^2)

27. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 점 E, F 사이의 거리를 구하여라.



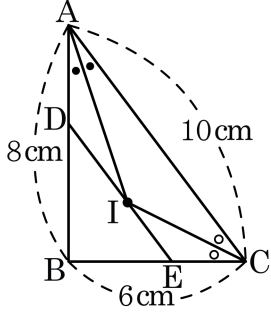
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 7 cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
 $(13 - x) + (5 - x) = 12 \cdots \textcircled{\text{A}}$
 $\therefore x = 3(\text{cm})$
 $\overline{AE} = \overline{CF} = 3(\text{cm})$ 이므로
 $\therefore \overline{EF} = 13 - (3 + 3) = 7(\text{cm})$

28. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 와 $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 점 I 라고 하고 점 I 를 지나고 $\overline{AC}$ 에 평행한 직선과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ 와의 교점을 각각 D, E 라 할 때, $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



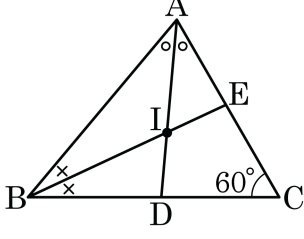
▶ 답 : cm

▷ 정답 : 14 cm

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{DE} // \overline{AC}$ 일 때,
 $(\triangle BED \text{ 의 둘레의 길이}) = \overline{BC} + \overline{BA}$
 따라서 $\triangle BED$ 의 둘레의 길이는 14cm 이다.

29. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 60^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 는 각각 $\angle A$ 와 $\angle B$ 의 내각의 이등분선이다.)

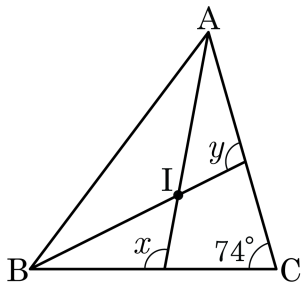


- ① 200° ② 180° ③ 160° ④ 140° ⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$ 에서 세 내각의 합이 180° 이므로
 $2\circ + 2\circ + 60^\circ = 180^\circ$
 $\circ + \circ = 60^\circ$
삼각형의 세 내각의 합은 180° 이므로
 $\angle ADB = \angle x$, $\angle AEB = \angle y$ 라 하면
 $\triangle ABE$ 에서 $2\circ + \circ + \angle x = 180^\circ \cdots \textcircled{1}$
 $\triangle ABD$ 에서 $\circ + 2\circ + \angle y = 180^\circ \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 를 하면
 $3(\circ + \circ) + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$
 $\therefore 3 \times 60^\circ + (\angle x + \angle y) = 360^\circ$
 $\therefore \angle x + \angle y = 180^\circ$

30. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : 0

▶ 정답 : 201°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,

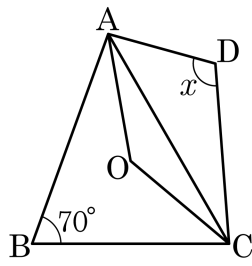
$\angle ABI = \angle CBI = b$ 라 하자.

$$2\angle a + 2\angle b + 74^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 53^\circ$$

$$\angle x + \angle y = (\angle a + 74^\circ) + (\angle b + 74^\circ) = \angle a + \angle b + 148^\circ = 201^\circ$$

31. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ADC$ 의 외심은 O 로 동일하고 $\angle ABC = 70^\circ$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: 1

▶ 정답 : 110°

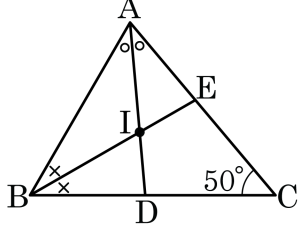
해설

$$\angle AOC = 2\angle ABC = 140^\circ$$

$\angle OAD = a$, $\angle OCD = b$ 라고 하고, $\overline{OD}$ 를 그으면 $\angle D = a + b$

□AOC D 에 서, $\angle OAD + \angle ADC + \angle DCO + \angle COA = 360^\circ$,
 $360^\circ = 140^\circ + a + b + a + b = 140^\circ + 2(a + b)$, $a + b = \angle ADC = 110^\circ$

32. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle C = 50^\circ$ 일 때, $\angle ADB$ 와 $\angle AEB$ 의 크기의 합을 구하여라.



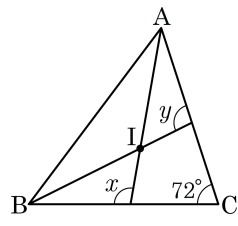
▶ 답 : °

▷ 정답 : 165_°

해설

점 I는 내심이므로
 $\angle BAD = \angle CAD = \angle x$, $\angle ABE = \angle CBE = \angle y$ 라 하면
 $\triangle ABC$ 에서 $2\angle x + 2\angle y + 50^\circ = 180^\circ$,
 $\therefore \angle x + \angle y = 65^\circ$
 $\angle ADB = \angle C + \angle CAD = 50^\circ + \angle x$
 $\angle AEB = \angle C + \angle CBE = 50^\circ + \angle y$
 $\therefore \angle ADB + \angle AEB = 100^\circ + \angle x + \angle y = 165^\circ$

33. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



- ① 190° ② 191° ③ 192° ④ 194° ⑤ 198°

해설

$\triangle ABC$ 에서 $\angle IAB = \angle IAC = a$,

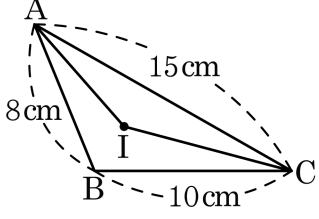
$\angle ABI = \angle CBI = b$ 라 하자.

$$2\angle a + 2\angle b + 72^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle a + \angle b = 54^\circ$$

$$\angle x + \angle y = (\angle a + 72^\circ) + (\angle b + 72^\circ) = \angle a + \angle b + 144^\circ = 198^\circ$$

34. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle AIC$ 의 넓이의 비는?



- ① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15
 ④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

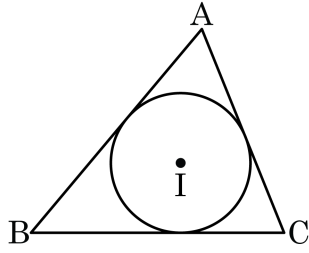
내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

$$(\triangle ABC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

$$(\triangle AIC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r \text{ (cm}^2\text{)}$$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2} r : \frac{15}{2} r = 33 : 15$ 이다.

35. 다음 그림에서 점 I는 삼각형 ABC의 내심이다. 삼각형의 둘레의 길이가 30cm이고, 넓이가 60cm^2 일 때, 내접원의 넓이를 구하여라.



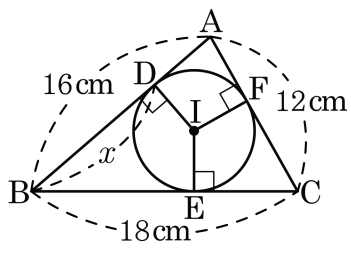
▶ 답 : cm^2

▷ 정답 : 16π cm^2

해설

삼각형의 둘레가 30cm이고, 넓이가 60cm^2 이므로 $\frac{1}{2} \times 30 \times$
(반지름의 길이) = 60
반지름의 길이는 4cm이다.
따라서 내접원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi(\text{cm}^2)$

36. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : cm

▶ 정답 : 11cm

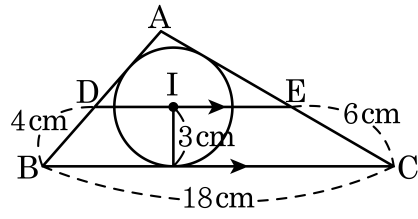
해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$$
$$\therefore x = 11(\text{ cm})$$

37. 내접원의 반지름이 3cm 인 $\triangle ABC$ 의 내심 I 를 지나고 변 BC 에 평행한 직선이 변 AB, AC 와 만나는 점을 각각 D, E 라 할 때, $\square DBCE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : cm²

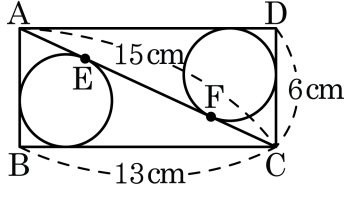
▷ 정답 : 42cm²

해설

$\overline{BI}$ 를 그으면 점 I 는 내심이므로 $\angle DBI = \angle IBC$
 또한, $\overline{DI} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle IBC = \angle DIB$ (엇각) $\therefore \angle DBI = \angle DIB$
 같은 방법으로 $\overline{CI}$ 를 그으면 $\angle ECI = \angle EIC$
 따라서 $\overline{DB} = \overline{DI} = 4\text{cm}$, $\overline{EI} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 10\text{cm}$ 가 된다.

사각형 DBCE 에서 넓이는 $\frac{1}{2} \times (10 + 18) \times 3 = 42(\text{cm}^2)$ 이다.

38. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 두 원은 각각 $\triangle ABC$, $\triangle ACD$ 의 내접원이다. 두 점점 E, F 사이의 거리는 ?

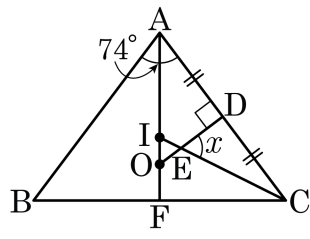


- ① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\overline{AE}$ 를 x 라 하면
 $(15 - x) + (6 - x) = 13 \therefore x = 4(\text{cm})$
 $\overline{AE} = \overline{CF} = 4(\text{cm})$ 이므로
 $\therefore \overline{EF} = 15 - (4 + 4) = 7(\text{cm})$

39. 다음 그림에서 $\overline{AF}$ 위의 두 점 O 와 점 I 는 각각 이등변삼각형 ABC 의 외심, 내심이다. $\angle BAC = 74^\circ$, $\overline{AD} = \overline{CD}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하면?



- ① 62° ② 62.5° ③ 63° ④ 63.5° ⑤ 64°

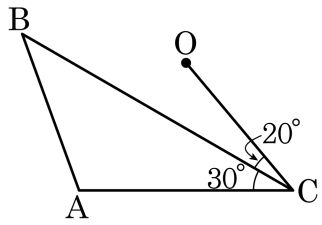
해설

$$\angle ACB = \angle ABC = \frac{1}{2}(180^\circ - 74^\circ) = 53^\circ$$

$$\angle ACI = \frac{1}{2}\angle ACB = \frac{1}{2} \times 53^\circ = 26.5^\circ$$

따라서 $\triangle CDE$ 에서 $\angle x = 90^\circ - \angle ACI = 90^\circ - 26.5^\circ = 63.5^\circ$ 이다.

40. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle OCB = 20^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

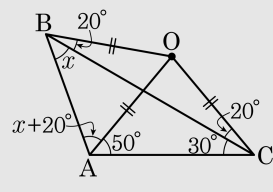


▶ 답: 1

▶ 정답 : 40°

해설

$\angle B = x$ 라 하면



$\triangle OAC$ 에서 $\overline{OA} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OAC = \angle OCA = 50^\circ$$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로

$$\angle OBC = \angle OCB = 20^\circ$$

$\triangle OBA$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OA}$ 이므로

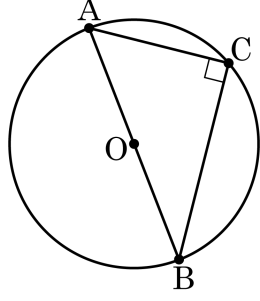
$$\angle OBA = \angle OAB = x + 20^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서

$$\angle A + \angle ABC + \angle ACB = x + 70^\circ + x + 30^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

41. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 외심이 점 O라 하고, 호 $\widehat{AB}$ 의 길이가 7π 라 할 때 AO의 길이를 구하여라.



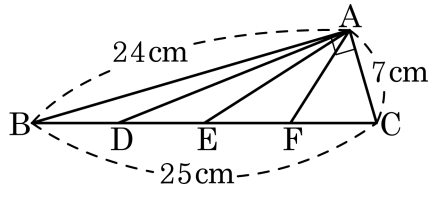
▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점에 위치하므로
 $\triangle ABC$ 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
호 $\widehat{AB}$ 는 원주의 둘레의 절반이므로 원주의 둘레는 14π 이다.
원주의 둘레는 $2 \times \pi \times \overline{AO} = 14\pi$ 이므로
 $\overline{AO} = 7$ 이다.

42. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 $\overline{BC}$ 를 4 등분하는 점을 D, E, F 라 할 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

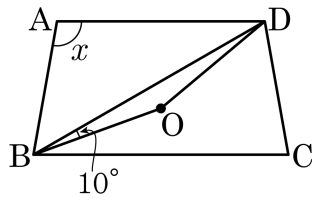
▷ 정답 : 12.5 cm

해설

점 E 는 직각삼각형 ABC 의 외심이므로

$$\overline{BE} = \overline{EC} = \overline{AE} = \frac{25}{2} = 12.5 \text{ (cm)}$$

43. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle ABD$ 와 $\triangle BDC$ 의 외심이다. $\angle OBD = 10^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

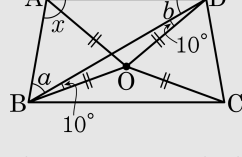


▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 100°

해설

점 O 는 $\triangle BDC$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OD}$
 $\triangle ODB$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBD = 10^\circ$
 $\therefore \angle DOB = 180^\circ - 20^\circ = 160^\circ$



점 O 는 $\triangle ABD$ 의 외심이므로 $\overline{OB} = \overline{OA} = \overline{OD}$ 이고 $\angle ABD = a$, $\angle ADB = b$ 라 하면

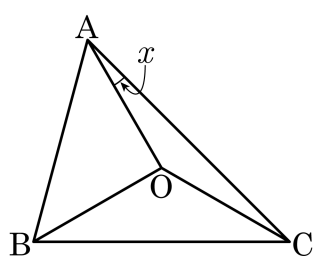
$\triangle ABO$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OAB = a + 10^\circ$

$\triangle ADO$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OAD = b + 10^\circ$

따라서 사각형 OBAD 의 합은 360° 이므로

$$\begin{aligned} & \angle OBA + \angle BAD + \angle ADO + \angle DOB \\ &= (a + 10^\circ) + (a + 10^\circ + b + 10^\circ) + (b + 10^\circ) + 160^\circ \\ &= 2a + 2b + 200^\circ \\ &= 360^\circ \\ \therefore a + b &= 80^\circ \\ \therefore \angle A &= a + b + 20^\circ = 80^\circ + 20^\circ = 100^\circ \end{aligned}$$

44. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



- ① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

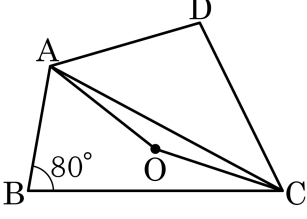
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$ 이므로

$$\angle COA = 360^\circ \times \frac{5}{12} = 150^\circ$$

$\angle OAC = \angle OCA$ 이므로

$$\angle x = 30^\circ \times \frac{1}{2} = 15^\circ$$

45. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$ 의 외심일 때, $\angle D$ 의 크기는?



- ① 20° ② 40° ③ 60° ④ 80° ⑤ 100°

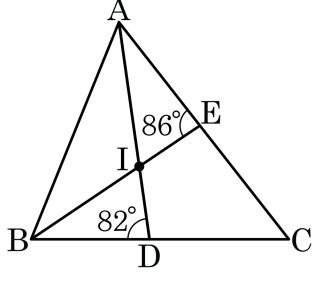
해설

$\angle AOC = 2 \times 80^\circ = 160^\circ$ 이므로

$\angle ADC = \frac{1}{2}(360^\circ - 160^\circ) = 100^\circ$

$\therefore \angle D = 100^\circ$

46. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle ADB = 82^\circ$, $\angle AEB = 86^\circ$ 일 때, $\angle C = (\quad)^\circ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\quad \quad \quad$

▷ 정답 : 52°

해설

$\angle A = 2\angle x$, $\angle B = 2\angle y$ 라 하면, $\triangle ABE$ 에서

$$2\angle x + \angle y + 86^\circ = 180^\circ \dots \textcircled{1}$$

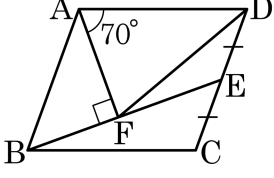
$$\triangle ADB \text{에서 } \angle x + 2\angle y + 82^\circ = 180^\circ \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } \angle x = 30^\circ, \angle y = 34^\circ$$

$\triangle ABC$ 에서 $60^\circ + 68^\circ + \angle C = 180^\circ$ 이다.

$$\therefore \angle C = 52^\circ$$

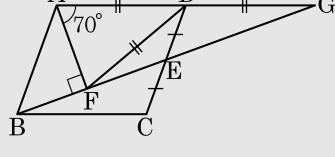
47. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 CD 의 중점을 E 라 하고, 점 A 에서 $\overline{BE}$ 에 내린 수선의 발을 F 라고 한다. $\angle DAF = 70^\circ$ 라고 할 때, $\angle DFE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

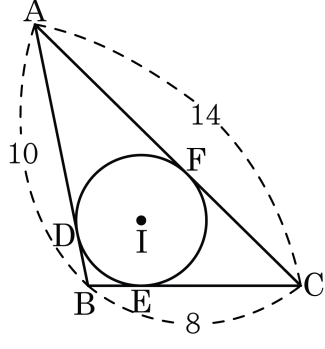
▷ 정답 : 20

해설



$\overline{AD}$ 의 연장선과 $\overline{BE}$ 의 연장선의 교점을 G 라 하면
 $\triangle BCE \cong \triangle GDE$ (ASA 합동) 이므로 $\overline{BC} = \overline{GD}$,
 $\triangle AFG$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BC} = \overline{GD}$ 이므로 점 D 는
 빗변 AG 의 중점이다.
 직각삼각형에서 빗변의 중점은 외심이므로 $\overline{AD} = \overline{DG} = \overline{DF}$
 $\therefore \angle DFE = 90^\circ - \angle DFA = 90^\circ - \angle DAF = 20^\circ$

48. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC의 접점이다. $AB = 10\text{cm}$, $BC = 8\text{cm}$, $AC = 14\text{cm}$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?



- ① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

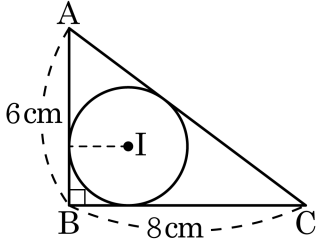
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$,

$\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$

$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10$, $12 = 2x$ 이다.

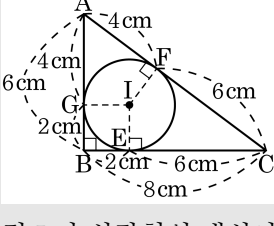
$\therefore x = 6(\text{cm})$

49. 다음 그림에서 점 I 는 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 의 내심이다. 이 삼각형의 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때, 빗변의 길이는?



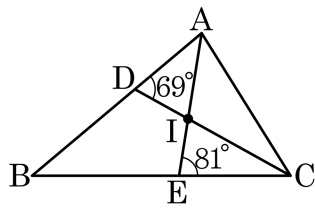
- ① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

해설



점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BE} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{CF}$ 이다. 내심의 반지름이 2cm 이므로 $\overline{BD} = \overline{BE} = 2\text{cm}$ 이다.
 $\overline{AD} = 4\text{cm}$, $\overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 빗변의 길이 $\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{FC} = 4 + 6 = 10(\text{cm})$ 이다.

50. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, $\angle ADI = 69^\circ$, $\angle CEI = 81^\circ$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라.

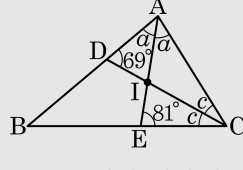


▶ 답: 1

▶ 정답 : 40°

해설

점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이므로

 $\angle BAE = \angle CAE = a, \angle ACD = \angle BCD = c$ 라 하면

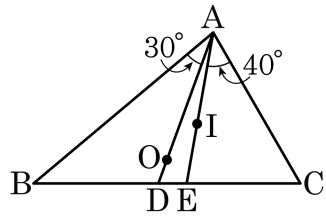
△AEC에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAE + \angle ACE = \angle AEB$ 이므로 $a + 2c = 99^\circ \cdots \textcircled{7}$

$\triangle ADC$ 에서 외각의 성질에 의해 $\angle CAD + \angle ACD = \angle CDB$ 이므로 $2a + c = 111^\circ \dots \textcircled{C}$

㉠, ㉡을 더하면 $3a + 3c = 210^\circ$ 즉, $a + c = 70^\circ$

$$\therefore \angle B = 180^\circ - 2(a + c) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

51. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 O 와 I 는 각각 삼각형의 외심과 내심이다.
 $\angle BAD = 30^\circ$, $\angle CAE = 40^\circ$ 일 때, $\angle ADE = (\quad)^\circ$ 이다. () 안에
 알맞은 수를 구하여라.



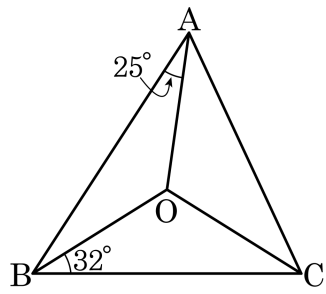
▶ 답 :

▷ 정답 : 70

해설

$\angle BAE = \angle CAE$ 이므로 $\angle DAE = 10^\circ$, $\angle OBA = \angle OAB = 30^\circ$
 $\angle OBC + \angle OBA + \angle OAC = 90^\circ$ 이므로 $\angle OBC = 10^\circ$
 $\therefore \angle ADE = \angle ABD + \angle BAD = 70^\circ$

52. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$ 의 외심이다. $\angle BAO = 25^\circ$, $\angle OBC = 32^\circ$ 일 때, $\angle AOC$ 의 크기는?

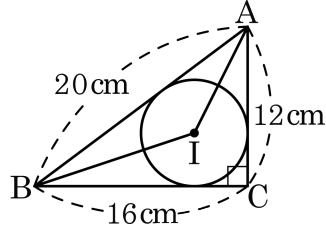


- ① 100° ② 112° ③ 114° ④ 116° ⑤ 118°

해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$, $\angle ABO = 25^\circ$, $\angle B = 57^\circ$
 $\therefore \angle AOC = 114^\circ$

53. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다. $\overline{AB} = 20\text{cm}$, $\overline{BC} = 16\text{cm}$, $\overline{CA} = 12\text{cm}$ 이고 점 I 가 $\triangle ABC$ 의 내심일 때, $\triangle IAB$ 의 넓이를 구하여라.



- ① 30cm^2
 ② 35cm^2
 ③ 40cm^2
- ④ 45cm^2
 ⑤ 50cm^2

해설

$\triangle ABC$ 의 내접원의 반지름의 길이를 $r\text{cm}$ 라 하면

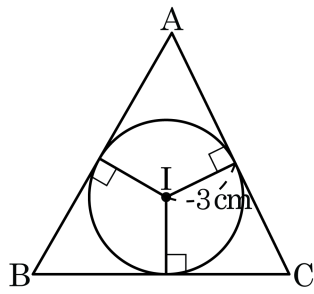
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times r \times (20 + 16 + 12) = 24r$$

이 때, $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 16 \times 12 = 96(\text{cm}^2)$ 이므로

$$24r = 96 \therefore r = 4(\text{cm})$$

$$\therefore \triangle IAB = \frac{1}{2} \times 20 \times 4 = 40(\text{cm}^2)$$

54. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 내접원의 반지름의 길이가 3cm이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 48cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?



- ① 32cm ② 34cm ③ 36cm ④ 28cm ⑤ 40cm

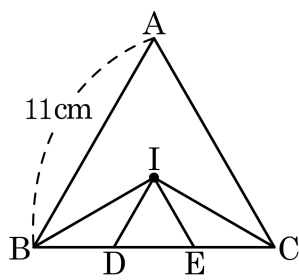
해설

$\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 $x\text{cm}$ 라 하면

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times x = 48$$

$$\therefore x = 32(\text{cm})$$

55. 다음 그림에서 점 I는 정삼각형 ABC의 내심이다. $\overline{AB} // \overline{ID}$, $\overline{AC} // \overline{IE}$ 이고 $\overline{AB} = 11\text{cm}$ 일 때, $\triangle IDE$ 의 둘레의 길이는?



- ① $\frac{11}{3}\text{cm}$ ② $\frac{11}{2}\text{cm}$ ③ 11cm
 ④ 12cm ⑤ 13cm

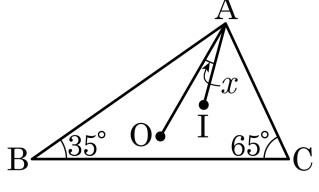
해설

$\angle ABI = \angle IBD$ 이고 $\angle ABI = \angle BID (\because \overline{AB} // \overline{ID})$ 이므로 $\angle IBD = \angle BID$ 이다. $\Rightarrow \overline{BD} = \overline{ID}$

같은 방법으로 $\angle ACI = \angle ICE$ 이고 $\angle ACI = \angle CIE (\because \overline{AC} // \overline{IE})$ 이므로 $\angle ICE = \angle CIE$ 이다. $\Rightarrow \overline{IE} = \overline{EC}$ 이다.

따라서 ($\triangle IDE$ 의 둘레의 길이) $= \overline{ID} + \overline{DE} + \overline{IE} = \overline{BD} + \overline{DE} + \overline{EC} = \overline{BC} = 11(\text{cm})$ 이다.

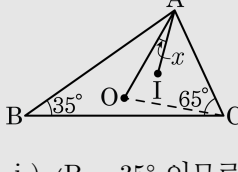
56. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35^\circ$, $\angle C = 65^\circ$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



- ① 10° ② 12° ③ 15° ④ 18° ⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



i) $\angle B = 35^\circ$ 이므로 $\angle AOC = 70^\circ$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180^\circ - 70^\circ) = 55^\circ \therefore \angle OAC = 55^\circ$

ii) $\angle A = 180^\circ - (35^\circ + 65^\circ) = 80^\circ$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80^\circ = 40^\circ$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55^\circ - 40^\circ = 15^\circ \therefore \angle x = 15^\circ$