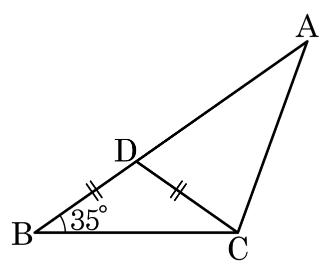
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\overline{BD} = \overline{CD}$ 이고 $\angle B = 35\,°$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기는?

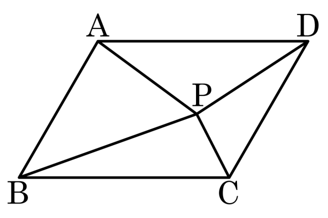


① $65°$　　② $75°$　　③ $85°$　　④ $95°$　　⑤ $105°$

해설

$\triangle ABC$ 에서
$\angle CAB = 35°$
$\angle BCA = 180° - 2 \times 35° = 110°$
또 $\triangle BCD$ 는 $\overline{BD} = \overline{CD}$ 인 이등변삼각형이므로
$\angle BCD = 35°$
$\therefore \angle ACD = 110° - 35° = 75°$

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 $\triangle ABP = 20cm^2$, $\triangle PBC = 13cm^2$, $\triangle APD = 17cm^2$, $\triangle DPC = x cm^2$ 이다. x의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 10

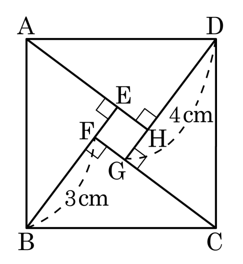
해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle ABP + \triangle DPC = \triangle APD + \triangle PBC$ 이므로

$20 + \triangle DPC = 17 + 13$ 이다.

$\therefore\ \triangle DPC = 10cm^2$

3. 다음 그림에서 $\overline{BF}=3\,cm$, $\overline{DG}=4\,cm$ 이고, 삼각형 4 개는 모두 합동인 삼각형이다. (가)와 (나)에 알맞은 것을 차례대로 쓴 것은?



> □EFGH 의 모양은 $\boxed{\text{(가)}}$ 이고,
> $\overline{BC}$ 의 길이는 $\boxed{\text{(나)}}$ 이다.

① (가) : 직사각형, (나) : 5 cm

② (가) : 직사각형, (나) : 6 cm

③ (가) : 정사각형, (나) : 5 cm

④ (가) : 정사각형, (나) : 8 cm

⑤ (가) : 정사각형, (나) : 9 cm

해설

□EFGH 의 모양은 정사각형이고, $\overline{BC}$ 의 길이는 5 cm 이다.

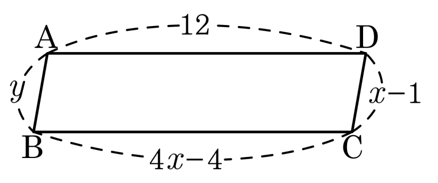
4. 세 변의 길이가 각각 4, 5, a 인 삼각형이 둔각삼각형이 되기 위한 a 가 아닌 것은? (단, $a > 5$)

① 7　　② 7.5　　③ 8　　④ 8.5　　⑤ 9

해설

a 가 가장 긴 변이므로 $a^2 > 4^2 + 5^2$, $a^2 > 41$, a 는 나머지 두 변의 길이의 합보다 작아야 하므로 $a < 4+5, a < 9$ 이다. 따라서 9 는 a 가 될 수 없다.

5. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x, y값을 각각 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

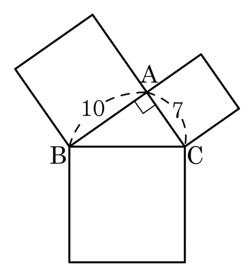
▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $y = 3$

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같아야 하므로
$4x - 4 = 12$
$\therefore x = 4$
또, $y = x - 1$ 이므로 $y = 3$

6. 다음 그림은 직각삼각형 ABC 의 각 변을 한 변으로 하여 정사각형을 그린 것이다. $\overline{\mathrm{AB}} = 10$, $\overline{\mathrm{AC}} = 7$ 일 때, $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 포함하는 정사각형의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$\overline{\mathrm{AB}} = 10$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 100
$\overline{\mathrm{AC}} = 7$ 을 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 49 이므로 $\overline{\mathrm{BC}}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $100 + 49 = 149$ 이다.

7. 세 변을 각각 $x+3,\ x+5,\ x+7$ 이 피타고라스의 수가 되도록 하는 x 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

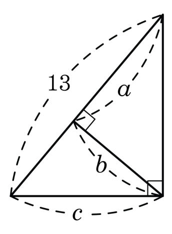
$(x+7)^2 = (x+3)^2 + (x+5)^2$

$x^2 + 14x + 49 = x^2 + 6x + 9 + x^2 + 10x + 25$

$x^2 + 2x - 15 = 0$, $x = -5$ 또는 $x = 3$

$\therefore\ x = 3 (\because x > 0)$

8. 다음은 직각삼각형의 한 꼭짓점에서 수선의 발을 내린 것이다. $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.



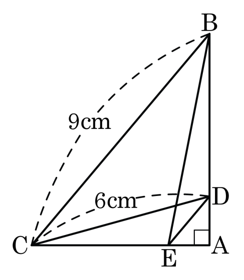
▶ 답 :

▷ 정답 : 169

해설

b^2 과 c^2 을 a 로 나타내어 보자.
닮은 삼각형의 성질을 이용하면
$b^2=a(13-a)$, $c^2=13(13-a)$ 이다.
따라서 $a^2+b^2+c^2=a^2+a(13-a)+13(13-a)=169$

9. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{CD} = 6\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2$ 의 값을 구하여라.(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 45

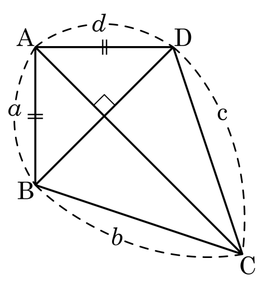
해설

$\overline{BE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(9^2 - \overline{AC}^2)\right\}$,

$\overline{DE}^2 = \overline{AE}^2 + \left\{(6^2 - \overline{AC}^2)\right\}$

$\overline{BE}^2 - \overline{DE}^2 = 9^2 - 6^2 = 45$

10. 다음 두 대각선이 직교하는 사각형에서 $a = d$가 성립한다. $\frac{c}{b}$를 구하라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 1

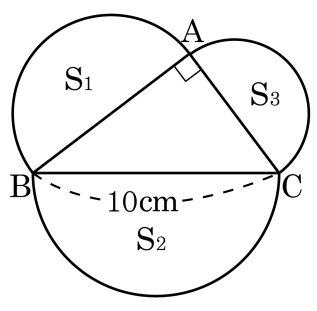
해설

$a^2 + c^2 = b^2 + d^2$ 이고 $a = d$ 이므로 $c^2 = b^2$

그런데 $b > 0, c > 0$ 이므로 $b = c$

따라서 $\frac{c}{b} = 1$ 이 성립한다.

11. 그림과 같이 빗변의 길이가 10cm 인 $\triangle ABC$ 의 각 변을 지름으로 하는 반원의 넓이를 각각 S_1 , S_2 , S_3 라고 할 때, $S_1+S_2+S_3$ 의 값을 구하면?

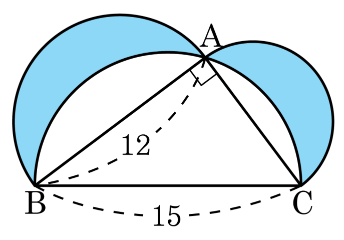


① $10\pi\text{cm}^2$ ② $15\pi\text{cm}^2$ ③ $20\pi\text{cm}^2$
④ $25\pi\text{cm}^2$ ⑤ $30\pi\text{cm}^2$

해설

$S_1+S_3=S_2$
$S_1+S_2+S_3=2S_2$
$\therefore 2\times\pi\times5^2\times\frac{1}{2}=25\pi(\text{cm}^2)$

12. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?



① 27 ② 54 ③ 81 ④ 100 ⑤ 108

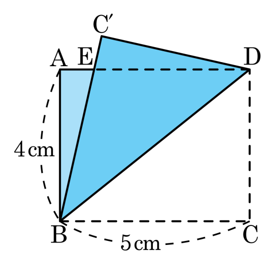
해설

색칠한 부분의 넓이는 큰 반원 안 직각삼각형의 넓이와 같다.

직각삼각형의 나머지 한 변이 9 이므로 그 넓이는 $\frac{1}{2}\times 12\times 9 = 54$

따라서 넓이는 54 이다.

13. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 대각선 BD 를 접는 선으로 하여 접어서 점 C 가 옮겨진 점을 C′ , 변 BC′ 와 변 AD 의 교점을 E 라고 할 때, 옳은 것은 ?



① $\angle ABE + \angle EBD = \angle CBD$

② $\overline{AB} + \overline{AE} = \overline{DE}$

③ $\triangle BDE$ 는 정삼각형

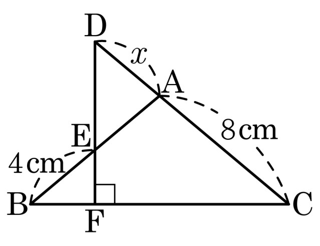
④ $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

⑤ $\angle DBE = \angle BDC'$

해설

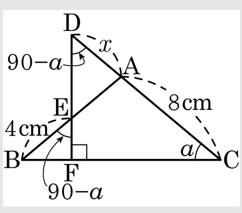
$\triangle ABE \equiv \triangle C'DE$ 이므로 $\angle ABE = \angle C'DE$ 가 성립한다. 따라서 $\angle ABE + \angle DEC' = 90°$

14. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이고 $\angle\mathrm{DFC} = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



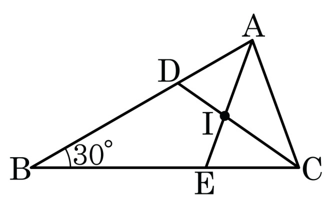
① 3cm　② 4cm　③ 5cm　④ 6cm　⑤ 7cm

해설



$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ABC} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ACB} = a$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{BEF}$ 에서 $\angle\mathrm{BEF} = 90-a$ 이고 마찬가지로 $\triangle\mathrm{DCF}$ 에서 $\angle\mathrm{CDF} = 90-a$ 이다.
즉, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{CDF}$, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{AED}$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle\mathrm{CDF} = \angle\mathrm{AED}$ 이므로 $\triangle\mathrm{AED}$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = x(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 4+x = 8 = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

15. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle B = 30^\circ$ 일 때, $\angle ADI + \angle CEI$ 의 크기는?



① 110° ② 123° ③ 135° ④ 148° ⑤ 160°

해설

$\angle AIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC = 105^\circ$

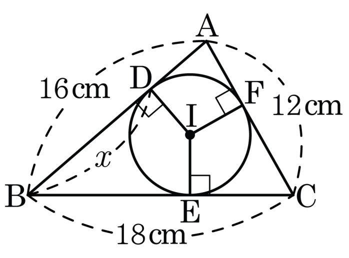
$\angle AIC = \angle DIE = 105^\circ$.

$\square BEID$ 에서 $\angle BDI + \angle DIE + \angle IEB + \angle EBD = 360^\circ$.

$\angle BDI + \angle BEI = 360^\circ - 30^\circ - 105^\circ = 225^\circ$.

$\angle BDI + \angle IDA + \angle BEI + \angle IEC = 360^\circ$, $\angle ADI + \angle CEI = 360^\circ - 225^\circ = 135^\circ$

16. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이 x 를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 11 cm

해설

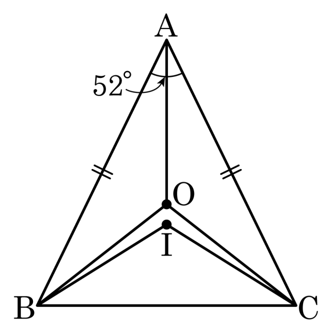
점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.

$\overline{BD} = x = \overline{BE}$ 이므로 $\overline{CE} = 18 - x = \overline{CF}$, $\overline{AD} = 16 - x = \overline{AF}$ 이다.

$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 18 - x + 16 - x = 12$

$\therefore x = 11(\text{cm})$

17. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심이고, 점 I 는 내심이다. $\angle A = 52°$ 일 때, $\angle OCI$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답: 6°

해설

외심의 성질에 의해
$\angle BOC = 2\angle BAC = 2 \times 52° = 104°$ 이고,
내심의 성질에 의해
$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A = 90° + \frac{1}{2} \times 52° = 116°$
또한, $\angle ABC = \frac{1}{2} \times (180° - \angle A) = \frac{1}{2}(180° - 52°) = 64°$
또 점 O, I 는 꼭지각의 이등분선 위의 점이므로 $\triangle OBC$, $\triangle IBC$ 는 이등변삼각형이다.
$\angle OCB = \frac{1}{2} \times (180° - 104°) = 38° \cdots$ ㉠
$\angle ICB = \frac{1}{2} \times (180° - 116°) = 32° \cdots$ ㉡
따라서 $\angle OCI = \angle OCB - \angle ICB = 38° - 32° = 6°$ 이다.

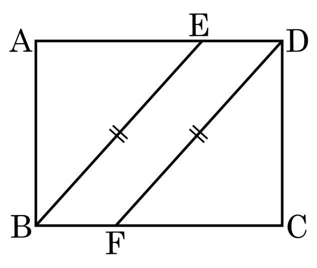
18. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$
② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$
③ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$
④ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$
⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

19. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD의 변 AD, BC 위에 $\overline{BE}=\overline{FD}$가 되도록 점 E, F를 잡을 때, □EBFD는 어떤 사각형인가?

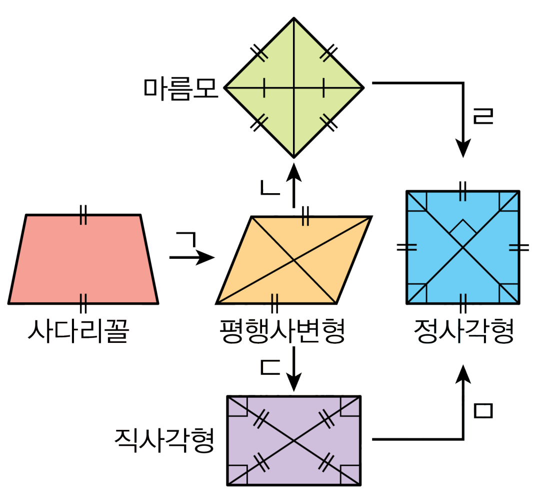


① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 마름모
④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle ABF \equiv \triangle CDF$ (RHA 합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$ 따라서 $\overline{ED}=\overline{BF}$
한편 $\overline{BE}=\overline{DF}$이므로 □EBFD는 평행사변형이다.

20. 다음 그림은 사각형들 사이의 포함 관계를 나타낸 것이다. ㄱ~ㅁ 중 각 도형이 되기 위한 조건으로 옳지 않은 것은?



① ㄱ. 다른 한 쌍의 대변도 평행하다.

② ㄴ. 두 대각선이 직교한다.

③ ㄷ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

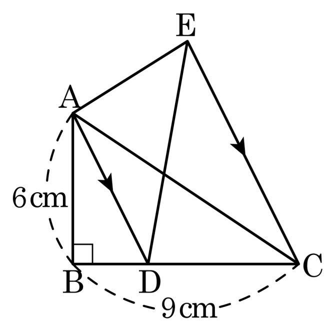
④ ㄹ. 한 내각의 크기가 90° 이다.

⑤ ㅁ. 이웃한 두 변의 길이가 같다.

해설

평행사변형이 직사각형이 되려면 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.

21. 다음 그림에서 $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{EC}$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $18\,\text{cm}^2$

해설

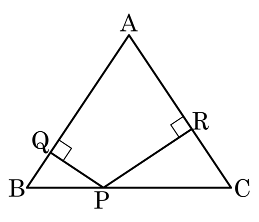
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 2$이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$

$\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \dfrac{2}{3} = 18(\text{cm}^2)$

$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-4mu/} \overline{EC}$이므로 $\triangle ADE \triangle ADC$의 밑변과 높이가 같다.

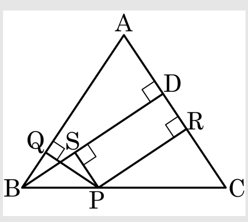
$\therefore \triangle ADE = \triangle ADC = 18(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 $\triangle ABC$ 에서 밑변 BC 위의 한 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 한다. $\overline{PQ} = 3\text{cm}$, $\overline{PR} = 5\text{cm}$ 일 때, 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 이르는 거리는?



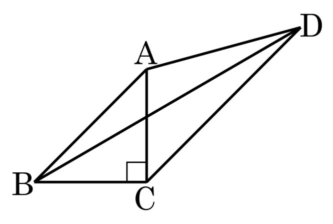
① 5cm ② 7cm ③ 8cm ④ 10cm ⑤ 12cm

해설



B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 D
P 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 S 라 하면
$\angle BQP = \angle BSP \cdots$ ㉠
$\overline{BP}$ 는 공통이다. $\cdots$ ㉡
$\angle BPS = \angle C$
$\therefore \angle QBP = \angle SPB \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢ 에 의하여
$\triangle QBP \equiv \triangle SPB$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{QP} = \overline{SB} \cdots$ ㉣
또, □SPRD 는 직사각형이므로
$\overline{PR} = \overline{SD} \cdots$ ㉤
㉣, ㉤ 에서 $\overline{QP} + \overline{PR} = \overline{BS} + \overline{SD} = \overline{BD}$
$\therefore \overline{BD} = 3 + 5 = 8(\text{cm})$

23. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 외부에 $\angle DBC = 30°$, $\angle BCD = 135°$ 인 점 D 를 잡았다. 이때 $\angle CAD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : 105 °

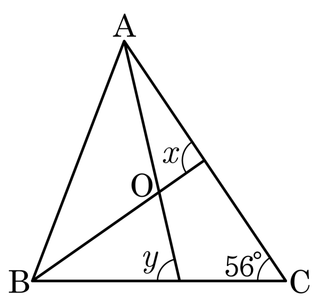
해설

점 C 를 지나고 $\overline{BD}$ 에 평행한 직선과 직선 BD 를 $\overline{CD}$ 에 대하여 대칭이동한 직선이 만나는 점을 E 라 하자.
$\triangle DBC$ 에서 $\angle BDC = 180° - (30° + 135°) = 15°$,
$\angle CDE = \angle BDC = 15°$ 이므로
$\angle CBD = \angle EDB = 30°$
점 C 와 E 에서 $\overline{BD}$ 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라 하면
$\triangle BCP$ 와 $\triangle DEQ$ 에서 $\angle CPB = \angle EQD = 90°$,
$\angle BCP = \angle DEQ = 60°$ 이고
$\overline{CP} = \overline{EQ}$ ($\because$ 평행선 사이의 거리) 이므로
$\triangle BCP \equiv \triangle DEQ$ (ASA 합동) $\quad \therefore \overline{BC} = \overline{DE}$
$\overline{BD} /\!/ \overline{CE}$ 이므로 $\angle DCE = \angle BDC = 15°$ (엇각)
$\therefore \angle DCE = \angle CDE$
즉, $\triangle ECD$ 는 이등변삼각형이다.
$\overline{CE} = \overline{DE} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AC} = \overline{CE}$
이때, $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE = 45° + 15° = 60°$
이므로 $\triangle ACE$ 는 정삼각형이다.
한편, $\overline{AE} = \overline{CE} = \overline{ED}$ 이고, $\triangle ECD$ 에서

$$\begin{aligned}\angle AED &= 180° - (\angle AEC + \angle DCE + \angle CDE) \\ &= 180° - (60° + 15° + 15°) = 90°\end{aligned}$$

이므로 $\triangle AED$ 는 직각이등변삼각형이다.
$\therefore \angle EAD = 45°$
$\therefore \angle CAD = \angle CAE + \angle EAD = 60° + 45° = 105°$

24. 다음 그림에서 점 O 는 $\triangle$ABC 의 외심이다. $\angle C = 56°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ____°

▷ 정답 : 168°

해설

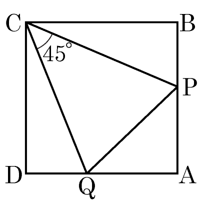
$\angle AOB = 112°$

$\angle x + \angle A + 34° + \angle y + \angle B + 34° = 360°$

$\angle A + \angle B = 180° - 56° = 124°$ 이므로

$\therefore \angle x + \angle y = 360° - 124° - 34° \times 2 = 168°$

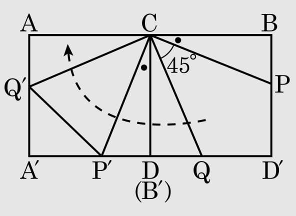
25. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형 ABCD 에서 $\triangle CQP$ 의 넓이가 40cm^2 일 때, $\triangle PQA$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm^2

▷ 정답 : $20\,\text{cm}^2$

해설



ABCD 를 점 C 를 중심으로 시계방향으로 $90°$ 만큼 회전시키면 위의 그림과 같다.

$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP'$

$= \angle QCD + \angle BCP = 45°$

한편, $\triangle QCP$ 와 $\triangle QCP'$ 에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}$, $\angle QCP = \angle QCP'$, $\overline{CQ}$ 는 공통이므로

$\triangle QCP \equiv \triangle QCP'$ (SAS 합동)

따라서

($\triangle CQP$의 넓이)

$=$ ($\triangle CPB$의 넓이) $+$ ($\triangle CDQ$의 넓이)

$\therefore$ ($\triangle PQA$의 넓이)

$= 10 \times 10 - 2 \times$ ($\triangle CQP$의 넓이)

$= 100 - 80 = 20(\text{cm}^2)$