

1. $a > 0$ 일 때, 다음 계산에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$\sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = -3a$
- ㉡

$\sqrt{a^2} - \sqrt{(-a)^2} = 0$
- ㉢

$\sqrt{(-a)^2} + (-\sqrt{2a})^2 = 3a$
- ㉤

$\sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = 7a$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

- ㉠

$\sqrt{a^2} - \sqrt{4a^2} = |a| - |2a| = -a$
- ㉤

$\sqrt{9a^2} - \sqrt{16a^2} = |3a| - |4a| = 3a - 4a = -a$

2. $4.1 < \sqrt{x} < 5.6$ 를 만족하는 자연수 x 의 값 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라고 할 때, $a + b$ 의 값으로 알맞은 것은?

① 42

② 45

③ 48

④ 51

⑤ 54

해설

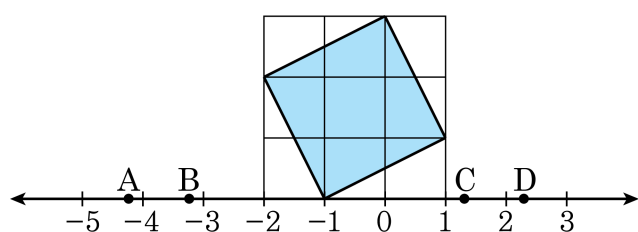
$4.1 = \sqrt{16.81}$, $5.6 = \sqrt{31.36}$ 이므로

$16.81 < x < 31.36$

$a = 31, b = 17$

$\therefore a + b = 17 + 31 = 48$

3. 다음 수직선 위에서 무리수 $-1 - \sqrt{5}$ 에 대응하는 점은?



- ① A ② B ③ C
④ D ⑤ 알 수 없다.

해설

$$\begin{aligned} -3 &< -\sqrt{5} < -2 \\ -4 &< -1 - \sqrt{5} < -3 \end{aligned}$$

4. 다음 중 $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2$ 을 전개한 것은?

① $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

② $x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}$

③ $x^2 + x + \frac{1}{4}$

④ $x^2 - x + \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 + x + \frac{1}{2}$

해설

$$x^2 - 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = x^2 - x + \frac{1}{4}$$

5. $(x-2)(x+2)(x^2+4)$ 를 전개하면?

① $x^2 - 4$

② $x^2 - 16$

③ $x^4 - 4$

④ $x^4 - 8$

⑤ $x^4 - 16$

해설

$$(x^2 - 4)(x^2 + 4) = x^4 - 16$$

6. $(x+3)(x-2) + (x-3)(x+5)$ 를 간단히 하면?

① $x^2 + 3x - 21$

② $x^2 + 6x - 15$

③ $2x^2 + 3x - 15$

④ $2x^2 + 3x - 21$

⑤ $2x^2 + 6x - 6$

해설

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-2) + (x-3)(x+5) \\ &= x^2 + x - 6 + x^2 + 2x - 15 \\ &= 2x^2 + 3x - 21 \end{aligned}$$

7. 다음 보기에서 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 것의 개수를 구하여라.

보기

$$0, \sqrt{2}, \sqrt{1}, -\sqrt{0.02}, \sqrt{0.003}, \sqrt{\frac{121}{100}}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

$0, \sqrt{1} = 1, \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$ 은 근호를 사용하지 않아도 간단한 유리수로 나타낼 수 있다.

8. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

9. $\frac{10^{12}}{20^6} = \sqrt{25^a}$, $\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = 3^b$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 5

② 10

③ 15

④ 20

⑤ 25

해설

$$\frac{10^{12}}{20^6} = \frac{10^{12}}{2^6 \times 10^6} = \frac{10^6}{2^6} = 5^6 = \sqrt{25^6}, a = 6$$

$$\sqrt{\frac{3^{12}}{3^4}} = \sqrt{3^8} = 3^4, b = 4$$

$$\therefore a + b = 10$$

10. $5 < n < 25$ 일 때, $\sqrt{60n}$ 이 정수가 되는 자연수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 15$

해설

$$\sqrt{60n} = \sqrt{2^2 \times 3 \times 5 \times n}$$

$n = 3 \times 5 \times k^2$ 이므로

$k = 1$ 일 때, $n = 3 \times 5$, $n = 3 \times 5 \times 2^2 = 60$

그런데 $5 < n < 25$ 이므로 $n = 15$ 이다.

11. $\sqrt{48a}$ 와 $\sqrt{52-a}$ 모두 정수가 되도록 하는 양의 정수 a 의 개수는?

- ① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$$\sqrt{48a} = \sqrt{2^4 \times 3 \times a} \cdots \text{①}$$

$$52 - a = 0, 1, 4, 9, 16, 25, 49 \cdots \text{②}$$

②를 만족하는 $a = 52, 51, 48, 43, 36, 27, 3$

이 중 ①을 만족하는 것은 3, 27, 48

12. $\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2}-\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}$ 을 계산하면?

① $1-\sqrt{3}$

② $5-3\sqrt{3}$

③ 0

④ $-5-\sqrt{3}$

⑤ $5-\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{3}-2 < 0, \quad 2-\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로} \\ |\sqrt{3}-2|-|2-\sqrt{3}| &= -(\sqrt{3}-2)-(2-\sqrt{3}) \\ &= -\sqrt{3}+2-2+\sqrt{3} \\ &= 0\end{aligned}$$

13. $A = 5\sqrt{2} - 2$, $B = 3\sqrt{2} + 1$, $C = 4\sqrt{3} - 2$ 일 때, 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $A > B > C$

② $A > C > B$

③ $B > A > C$

④ $B > C > A$

⑤ $C > A > B$

해설

$$A - B = 2\sqrt{2} - 3 < 0 \text{ 이므로 } A < B$$

$$A - C = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{3} > 0 \text{ 이므로 } A > C$$

$$\therefore B > A > C$$

14. $\left(a - \frac{b}{2}\right)\left(a + \frac{b}{2}\right) - \left(\frac{2}{3}a + 3b\right)\left(\frac{2}{3}a - 3b\right) = pa^2 + qb^2$ 에서 상수 p, q 에 대하여 $9p + 4q$ 의 값은?

① 5

② 29

③ 31

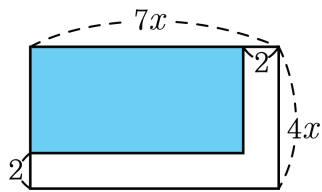
④ 35

⑤ 40

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 - \left\{\left(\frac{2}{3}a\right)^2 - (3b)^2\right\} \\ &= a^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{4}{9}a^2 + 9b^2 \\ &= \frac{5}{9}a^2 + \frac{35}{4}b^2 \\ &\therefore 9p + 4q = 5 + 35 = 40 \end{aligned}$$

15. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $28x^2 + 22x + 4$ ② $28x^2 - 12x + 4$
③ $28x^2 - 22x + 4$ ④ $10x^2 - 22x + 4$
⑤ $11x^2 - 12x - 4$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $7x - 2$, 세로의 길이는 $4x - 2$ 이다.
색칠한 부분의 넓이는
 $(7x - 2)(4x - 2) = 28x^2 - 22x + 4$

16. $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여 계산하기 가장 알맞은 것은?

- ① 18×22 ② 51×52 ③ 99^2
④ 302×403 ⑤ 103^2

해설

- ① $18 \times 22 = (20 - 2)(20 + 2)$
② $51 \times 52 = (50 + 1)(50 + 2)$
③ $99^2 = (100 - 1)^2$
④ $302 \times 403 = (3 \times 100 + 2)(4 \times 100 + 3)$
⑤ $103^2 = (100 + 3)^2$

17. 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?(단, $a > 0$)

- ① 모든 수의 제곱근은 항상 2 개이다.
- ② a^2 의 제곱근은 a 이다.
- ③ $\sqrt{a}$ 는 제곱근 a 와 같다.
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\sqrt{a}$ 이다.
- ⑤ 모든 자연수의 제곱근은 항상 2 개이다.

해설

- ① 0 의 제곱근은 한 개이고 음수의 제곱근은 없다.
- ② a^2 의 제곱근은 $\pm a$
- ④ $\sqrt{a^2}$ 의 제곱근은 $\pm \sqrt{a}$

18. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 대소 관계가 옳은 것은?

① $a^2 > \sqrt{a}$

② $a > \frac{1}{a}$

③ $\sqrt{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

④ $\frac{1}{\sqrt{a}} > \frac{1}{a^2}$

⑤ $\frac{1}{a} > \frac{1}{\sqrt{a}}$

해설

$0 < a < 1 \rightarrow a$ 를 $\frac{1}{2}$ 라고 놓고 풀자.

① $\frac{1}{4} > \frac{1}{\sqrt{2}}$ (×)

② $\frac{1}{2} > 2$ (×)

③ $\frac{1}{\sqrt{2}} > \frac{2}{\sqrt{2}}$ (×)

④ $\sqrt{2} > 4$ (×)

19. 다음 중에서 옳은 설명을 모두 고른 것은?

모든 무리수 x, y 에 대하여
ㄱ. $x + y$ 는 항상 무리수이다.
ㄴ. $x - y$ 는 항상 무리수이다.
ㄷ. $x \times y$ 는 항상 무리수이다.
ㄹ. $x \div y$ 는 항상 무리수이다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄴ, ㄷ
④ ㄱ, ㄴ, ㄷ, ㄹ ⑤ **없다**

해설

ㄱ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$
ㄴ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$
ㄷ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \times \sqrt{2} = (\sqrt{2})^2 = 2$
ㄹ.의 반례 : $x = \sqrt{2}, y = \sqrt{2}$ 라 하면 $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$
따라서, 옳은 것은 ⑤ 없다.

20. 다음 중 수직선에 나타낼 때, 가장 오른쪽에 있는 수는?

$3 + \sqrt{3}, 2\sqrt{3} - 1, 1 + \sqrt{2}, \sqrt{3} - 2, 6 - \sqrt{3}$

- ① $3 + \sqrt{3}$

② $2\sqrt{3} - 1$

③ $1 + \sqrt{2}$

④ $\sqrt{3} - 2$

⑤ $6 - \sqrt{3}$

해설

① $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$
 $3 + \sqrt{1} < 3 + \sqrt{3} < 3 + \sqrt{4}$
 $\therefore 4 < 3 + \sqrt{3} < 5$
② $2\sqrt{3} - 1 = \sqrt{12} - 1$
 $\sqrt{9} < \sqrt{12} < \sqrt{16}$
 $\sqrt{9} - 1 < \sqrt{12} - 1 < \sqrt{16} - 1$
 $\therefore 2 < \sqrt{12} - 1 < 3$
③ $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3$
④ $\sqrt{3} - 2 = \sqrt{3} - \sqrt{4} < 0$
음수이므로 제일 왼쪽에 있다.
⑤ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $6 - \sqrt{4} < 6 - \sqrt{3} < 6 - \sqrt{1}$
 $\therefore 4 < 6 - \sqrt{3} < 5$
①과 ⑤를 비교해 보면
 $3 + \sqrt{3} - (6 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{3} - 3 = \sqrt{12} - \sqrt{9} > 0$
 $\therefore 3 + \sqrt{3} > 6 - \sqrt{3}$

21. $\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} = 4\sqrt{x}$ 일 때, 양수 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{22} \times \sqrt{\frac{8}{77}} \times \sqrt{28} &= \sqrt{22 \times \frac{8}{77} \times 28} \\ &= 8 = 4\sqrt{4} \\ 4\sqrt{x} &= 4\sqrt{4} \text{ 이므로 } x = 4\end{aligned}$$

22. $\sqrt{0.96}$ 은 $\sqrt{6}$ 의 x 배이다. 이 때, x 의 값은?

① $\frac{1}{5}$

② $\frac{2}{5}$

③ $\frac{8}{5}$

④ $\frac{12}{5}$

⑤ $\frac{16}{5}$

해설

$$\sqrt{0.96} = \sqrt{\frac{96}{100}} = \sqrt{\frac{4^2 \times 6}{10^2}} = \frac{4}{10} \sqrt{6} = \frac{2}{5} \sqrt{6}$$

$$\therefore x = \frac{2}{5}$$

23. $a + \sqrt{2}, 3 + b\sqrt{2}$ 의 합과 곱이 모두 유리수가 되도록 하는 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

합 : $(a + \sqrt{2}) + (3 + b\sqrt{2}) = 3 + a + \sqrt{2} + b\sqrt{2}$

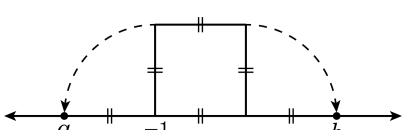
곱 : $(a + \sqrt{2})(3 + b\sqrt{2}) = 3a + ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + 2b$

합과 곱이 모두 유리수가 되기 위해서 근호가 없어져야 하므로

합 : $\sqrt{2} + b\sqrt{2} = 0 \quad \therefore b = -1$

곱 : $ab\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 0 \quad \therefore a = 3$

24. 다음 그림의 사각형은 넓이가 3인 정사각형이다. 다음 설명 중 틀린 것은?



- ① 정사각형 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$ 이다.
- ② b 에 대응하는 실수는 $-1 + 2\sqrt{3}$ 이다.
- ③ $\frac{b-a}{\sqrt{2}}$ 의 값은 $-\sqrt{2}$ 이다.
- ④ a 에 대응하는 실수는 $-1 - \sqrt{3}$ 이다.
- ⑤ 대각선의 길이는 $\sqrt{6}$ 이다.

해설

넓이가 3인 정사각형의 한 변의 길이는 $\sqrt{3}$
 $a = -1 - \sqrt{3}, b = -1 + 2\sqrt{3}$

$$\frac{b-a}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{-1 + 2\sqrt{3} - (-1 - \sqrt{3})\}$$

$$= \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

25. 가로, 세로, 높이의 길이가 각각 x , y , z 인 직육면체에 대하여 $x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이고 모서리의 길이의 합이 $4\sqrt{27}$ 일 때, $xy+yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $xy+yz = \frac{63}{16}$

해설

$x:y:z = (\sqrt{2}+2\sqrt{3}): (2\sqrt{3}-\sqrt{5}): (\sqrt{5}-\sqrt{2})$ 이므로

$$\frac{x}{\sqrt{2}+2\sqrt{3}} = \frac{y}{2\sqrt{3}-\sqrt{5}} = \frac{z}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} = k \text{라 하면}$$

$$x = (\sqrt{2}+2\sqrt{3})k$$

$$y = (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k$$

$$z = (\sqrt{5}-\sqrt{2})k$$

(단, $k > 0$)

직육면체의 모서리의 합이 $4\sqrt{27}$ 이므로

$$4(x+y+z) = 4\sqrt{27}, x+y+z = \sqrt{27}$$

$$(\sqrt{2}+2\sqrt{3})k + (2\sqrt{3}-\sqrt{5})k + (\sqrt{5}-\sqrt{2})k = \sqrt{27}$$

$$4\sqrt{3}k = \sqrt{27} = 3\sqrt{3} \therefore k = \frac{3}{4}$$

$$\therefore xy+yz = \frac{3}{4}(\sqrt{2}+2\sqrt{3}) \times \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) + \frac{3}{4}(2\sqrt{3}-\sqrt{5}) \times$$

$$\frac{3}{4}(\sqrt{5}-\sqrt{2}) = \frac{63}{16}$$

26. 세 양의 정수 a, b, c 에 대하여 $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ 의 정수 부분이 4 일 때, abc 의 값이 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 4$

▷ 정답 : $abc = 8$

▷ 정답 : $abc = 9$

▷ 정답 : $abc = 12$

▷ 정답 : $abc = 16$

▷ 정답 : $abc = 18$

해설

$4 \leq \sqrt{a^2+b^2+c^2} < 5$ 에서
 $16 \leq a^2+b^2+c^2 < 25$
 $(a, b, c) = (1, 1, 4) (1, 2, 4) (1, 3, 3) (2, 2, 3) (2, 3, 3) (2, 4, 2)$ 이므로
 $\therefore abc = 4, 8, 9, 12, 16, 18$

27. 넓이가 8π 인 원의 반지름을 한 변으로 하는 정사각형이 있다. 이 정사각형의 대각선의 길이를 반지름으로 하는 원의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16π

해설

넓이가 8π 이므로 원의 반지름의 길이를 r 라 하면
 $\pi r^2 = 8\pi \quad \therefore r = 2\sqrt{2}$
한 변의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 정사각형의 대각선의 길이는 $2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$ 이다.
따라서 반지름의 길이가 4인 원의 넓이는 $\pi \times 4^2 = 16\pi$ 이다.

28. 0 이 아닌 정수 a, b 에 대하여 $|a| < 4, |b| < 4, |a| \neq |b|$ 이고 $a > b, ab \neq 0$ 이다. $x = a + b$ 이고 $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$ 일 때, 자연수 n 에 대하여 $x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} = 0$ 을 만족하는 순서쌍 (a, b) 는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 3 개

해설

$$\begin{aligned} x^{n+3} + x^{n+2} - 2x^{n+1} &= 0 \text{ 에서} \\ x^{n+1}(x^2 + x - 2) &= 0, \quad x^{n+1} \neq 0 \\ (\because a \neq 0, b \neq 0, |a| \neq |b|) \text{ 이므로} \\ x^2 + x - 2 &= 0 \\ x^2 + x - 2 &= (x-1)(x+2) \text{ 이므로} \\ x = a + b \text{ 를 대입하면} \\ (a+b-1)(a+b+2) &= 0 \\ \therefore a+b &= 1 \text{ 또는 } a+b = -2 \\ \text{이 때 } |a| < 4, |b| < 4, a > b, |a| & \neq |b| \\ (a, b) &= (2, -1), (3, -2), (1, -3) \\ \text{따라서 3 개이다.} \end{aligned}$$

29. $(ax^3 - x^2 + 3x - 1)(2x^3 + bx^2 + 4)$ 를 전개하였을 때, x^2 의 계수는 1, x^3 의 계수는 -1 이다. 이때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $b = -5$

해설

주어진 식에서 x^2 항은 $-4x^2 - bx^2 = (-4 - b)x^2$
따라서 $a = 4, b = -5$ 이다.

즉, $-4 - b = 1 \quad \therefore b = -5$

x^3 항은 $4ax^3 + 3bx^3 - 2x^3 = (4a + 3b - 2)x^3$

따라서 $4a + 3b - 2 = -1$ 이므로 $a = 4$ 이다.

30. $\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2$ 일 때, $\frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3}$ 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$\frac{y}{x} = A$, $\frac{x}{y} = \frac{1}{A}$ 이라 하면

$$\frac{y^2}{x^2} + \frac{x^2}{y^2} = 2 \text{ 는 } A^2 + \frac{1}{A^2} = 2 ,$$

$$A^2 + \frac{1}{A^2} = \left(A + \frac{1}{A}\right)^2 - 2 = 2$$

$$\therefore A + \frac{1}{A} = \pm 2$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{y^3}{x^3} + \frac{x^3}{y^3} &= A^3 + \frac{1}{A^3} \\ &= \left(A + \frac{1}{A}\right)^3 - 3\left(A + \frac{1}{A}\right) \\ &= (\pm 2)^3 - 3(\pm 2) \\ &= \pm 2 \end{aligned}$$