

1. 다음 각 집합을 조건제시법으로 바르게 나타낸 것을 보기에서 골라라.

보기

- ㉠ { x 는 10 이하의 짝수}
- ㉡ { x 는 10보다 작은 2의 배수}
- ㉢ { x 는 24의 약수}
- ㉣ { x 는 18의 약수}
- ㉤ { x 는 36의 배수}

(1) {2, 4, 6, 8, 10}

(2) {1, 2, 3, 6, 9, 18}

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉣

해설

조건제시법은 집합에 속하는 모든 원소들이 가지는 공통된 성질을 제시하여 나타내는 방법이다.

(1) 집합의 원소들의 공통된 성질은 10 이하의 짝수(2의 배수)라는 점이고

(2) 집합의 원소들의 공통된 성질은 18의 약수라는 점이다.

2. 다음 중 유한집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\{2, 4, 6, 8, \dots, 998, 1000\}$

② $\{x \mid x \text{는 } 42 \text{의 약수}\}$

③ $\{x \mid x \text{는 } 50 \text{보다 큰 } 5 \text{의 배수}\}$

④ $\{x \mid 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$

⑤ $\{6, 12, 18, 24, \dots\}$

해설

② $\{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$

③ $\{55, 60, 65, 70, \dots\}$

④ \emptyset

4. 집합 A 의 진부분집합의 개수가 15개일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

진부분집합은 자기 자신을 제외한 모든 부분집합이므로,
(진부분집합의 수) = (부분집합의 수) - 1 이 된다.
따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $15 + 1 = 16$ 개이며,
 $2^n = 16 \therefore n = 4$ 이다.

5. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) \cap (A \cup B^C)$ 을 간단히 하면?

- ① A ② U ③ \emptyset ④ B ⑤ B^C

해설

$$(A \cup B) \cap (A \cup B^C) = A \cup (B \cap B^C) = A \cup \emptyset = A$$

6. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 20, n(B) = 15, n(A \cup B) = 25$ 일 때, $n(A - B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

차집합을 구하려면 $n(A \cap B)$ 를 먼저 구해야 한다.

$$\begin{aligned}n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\ &= 20 + 15 - 25 \\ &= 10\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore n(A - B) &= n(A) - n(A \cap B) \\ &= 20 - 10 \\ &= 10\end{aligned}$$

7. 다음 중 집합 A, B 사이의 관계가 $A \subset B$ 인 것은?

- ① $A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 24 \text{의 약수}\}$
- ② $A = \{x \mid x \text{는 } 45 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{의 약수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{의 배수}\}$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 56 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 배수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid x \text{는 } 60 \text{의 약수}\},$
 $B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{의 배수}\}$

해설

- ① $A = \{1, 2, 4, 8\},$
 $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \Rightarrow A \subset B$
- ② $A = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\},$
 $B = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{1, 5\}$
- ③ $A = \{4, 8, 12, 16, 20, \dots\},$
 $B = \{15, 30, 45, 60, \dots\}$
 $\Rightarrow A \cap B = \{60, 120, 180, \dots\}$
- ④ $A = \{1, 2, 4, 7, 8, 14, 28, 56\},$
 $B = \{7, 14, 21, 28, \dots\} \Rightarrow A \not\subset B$
- ⑤ $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $B = \{30, 60, 90, \dots\} \Rightarrow A \cap B = \{30, 60\}$

8. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$ 일 때, $A \cap B$ 를 구하면?

① $\{2\}$

② $\{2, 6\}$

③ $\{2, 4, 6\}$

④ $\{5, 6\}$

⑤ $\{2, 4\}$

해설

$A \cap B$ 은 A 에도 속하고 B 에도 속하는 공통 부분이므로 $\{2, 4\}$ 이다.

9. 전체집합 $U = \{c, a, n, d, y\}$ 의 두 부분집합 $A = \{c, a, y\}$, $B = \{n, d, y\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- | | |
|--|---|
| <input type="checkbox"/> $A \cap B = \{a, y\}$ | <input type="checkbox"/> $A - B = \{c, a\}$ |
| <input type="checkbox"/> $B - A = \{d\}$ | <input type="checkbox"/> $A^C = \{n, d\}$ |
| <input type="checkbox"/> $B \cap A^C = \{y\}$ | <input type="checkbox"/> $B^C = \{c, a\}$ |

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

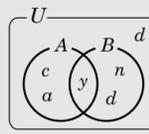
▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

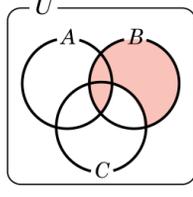
해설

주어진 집합을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



- $A \cap B = \{y\}$
- $A - B = \{c, a\}$
- $B - A = \{n, d\}$
- $A^C = \{n, d\}$
- $B \cap A^C = \{n, d\}$
- $B^C = \{c, a\}$

10. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합은?



- ① $(A \cup B) - (B \cap C)$
- ② $(B \cup C) \cap A^c$
- ③ $(A \cap C)^c \cup B$
- ④ $(A - C) \cap B$
- ⑤ $(A \cup C^c) \cap B$

해설

색칠한 부분을 집합으로 표현하면 $(A \cap B) \cup (B - C) = (A \cap B) \cup (B \cap C^c) = (A \cup C^c) \cap B$

11. 30명의 학생에게 A, B 두 문제를 풀게 했더니 A 를 푼 학생은 21명, B 를 푼 학생은 14명이며, A, B 를 모두 못푼 학생은 5명이었다. A, B 를 모두 푼 학생의 수는?

- ① 5명 ② 10명 ③ 15명 ④ 7명 ⑤ 17명

해설

$$\begin{aligned}n(U) &= 30, n(A) = 21, \\n(B) &= 14, n(A^c \cap B^c) = 5 \text{ 이므로} \\n(A^c \cap B^c) &= n(A \cup B)^c = n\{U - (A \cup B)\} \\&= n(U) - n(A \cup B) = 5 \text{ 에서} \\n(A \cup B) &= n(U) - 5 = 30 - 5 = 25 \\ \therefore n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) \\&= 21 + 14 - 25 = 10 \text{ (명)}\end{aligned}$$

12. 두 명제 ‘겨울이 오면 춥다.’ ‘눈이 오지 않으면 춥지 않다.’가 모두 참이라고 할 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 말할 수 없는 것은?

- ① 추우면 눈이 온다.
- ② 눈이 오면 겨울이 온다.
- ③ 눈이 오지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ④ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
- ⑤ 겨울이 오면 눈이 온다.

해설

명제가 참이면 대우도 참이다. 겨울이 오면 춥다. ↔ 춥지 않으면 겨울이 오지 않는다.
눈이 오지 않으면 춥지 않다. ↔ 추우면 눈이 온다. ⇒ 겨울이 오면 눈이 온다.
②에서 ‘눈이 오면 겨울이 온다’는 참, 거짓을 판별할 수 없다.

13. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

14. 두 조건 $p : x - 2 \neq 0$, $q : x^2 - ax + 2 \neq 0$ 에서 $q \rightarrow p$ 가 참일 때, a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$q \Rightarrow p$ 가 참이면, 대우인 $\sim p \Rightarrow \sim q$ 도 참이다.
 $x - 2 = 0 \Rightarrow x^2 - ax + 2 = 0 \therefore a = 3$

15. 두 명제 「 $p \leftrightarrow q$ 」, 「 $r \rightarrow \sim q$ 」가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은?

① $q \rightarrow \sim r$

② $p \rightarrow \sim r$

③ $q \leftrightarrow p$

④ $r \rightarrow p$

⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

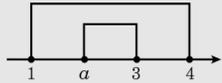
- ① 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이므로 $r \rightarrow \sim q$ 이면 $q \rightarrow \sim r$ 이다.
- ② $p \rightarrow q$ 이고 $q \rightarrow \sim r$ 이면 $p \rightarrow \sim r$ (삼단논법)
- ③ $p \leftrightarrow q$ 이면 $q \leftrightarrow p$
- ④ 반드시 $r \leftrightarrow p$ 라고 말할 수는 없다.
- ⑤ 위의 ② 에서 $p \rightarrow \sim r$ 이면 $r \rightarrow \sim p$

16. $a \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이고, $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건은 $0 \leq x \leq b$ 이다. 이때, a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은?

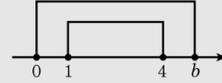
- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(i) $0 \leq x \leq 3$ 은 $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 충분조건이므로 다음 그림에서 $1 \leq a \leq 3$ 따라서, a 의 최솟값은 1이다.



(ii) $1 \leq x \leq 4$ 이기 위한 필요조건이 $0 \leq x \leq b$ 이므로 다음 그림에서 $b \geq 4$



따라서, b 의 최솟값은 4이다.

(i), (ii) 에서 a 의 최솟값과 b 의 최솟값의 곱은 $1 \times 4 = 4$

17. a, b, c 가 실수이고 $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ 일 때, $a + \sqrt{2}b + c$ 의 값을 P 라 하면, P 의 범위를 구하면?

① $-\sqrt{2} \leq P \leq \sqrt{2}$

② $-2\sqrt{2} \leq P \leq 2\sqrt{2}$

③ $-\sqrt{3} \leq P \leq \sqrt{3}$

④ $-2\sqrt{3} \leq P \leq 2\sqrt{3}$

⑤ $-3\sqrt{3} \leq P \leq 3\sqrt{3}$

해설

a, b, c 가 실수이고 $a^2 + b^2 + c^2 = 2$ 일 때
코시-슈바르츠 부등식을 이용하여
 $(1^2 + \sqrt{2}^2 + 1)(a^2 + b^2 + c^2) \geq (a + \sqrt{2}b + c)^2$
 $4 \cdot 2 \geq (a + \sqrt{2}b + c)^2$
 $\therefore -2\sqrt{2} \leq a + \sqrt{2}b + c \leq 2\sqrt{2}$
 $\Rightarrow -2\sqrt{2} \leq P \leq 2\sqrt{2}$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$, $B = \{5, 9, 14\}$ 이고 $A \cap X = X$, $(A \cap B) \cup X = X$ 를 만족할 때 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

① $X \subset A$

② $X \subset (A \cap B)$

③ $\{5, 9\} \subset X$

④ $(A \cap B) \subset X \subset A$

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset B$

해설

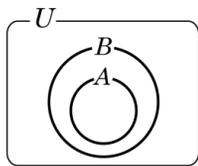
$A \cap X = X$ 일 때 $X \subset A$ 이고 $(A \cap B) \cup X = X$ 이면 $(A \cap B) \subset X$ 를 만족한다.

② $(A \cap B) \subset X$ 이므로 옳지 않다.

③ $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로 $\{5, 9\} \subset X$ 이다.

⑤ $(A \cap B) \subset X \subset A$ 이지만 $X \subset B$ 라고 할 수 없기 때문에 $(A \cap B) \subset X \subset B$ 이라고 할 수 없다.

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 벤 다이어그램을 만족할 때, 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



- ① $A - B = \emptyset$
 ② $B \cap A^c = \emptyset$
 ③ $B^c \subset A^c$
 ④ $U \subset (A \cup B)$
 ⑤ $U - A^c = B$

해설

- ② $B \cap A^c \neq \emptyset$
 ④ $(A \cup B) \subset U$
 ⑤ $U - A^c = A$

20. 전체집합 U 의 임의의 세 부분집합 A, B, C 에 대하여 <보기>의 (가), (나)에 들어갈 것을 순서대로 나열한 것은?

보기

- (1) $A \subset B$ 는 $A - B = \emptyset$ 이 되기 위한 (가) 조건이다.
(2) $B = C$ 는 $A \cup B = A \cup C$ 이 되기 위한 (나) 조건이다.

- ① 필요, 필요충분 ② 필요, 필요
③ 필요충분, 필요충분 ④ 필요충분, 충분
⑤ 충분, 필요충분

해설

(1)은 명제, 역 모두 성립하는 필요충분조건이고,
(2)는 역일 경우에 성립하지 않는 경우가 있으므로 충분조건이다.
(반례) 역의 경우에서 $A \supset B, A \supset C, B \subset C$ 이면 성립하지 않는다.