

1. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 일 때, 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 찾아라.

㉠ $1 \in A$	㉡ $3 \in A$
㉢ $4 \notin A$	㉣ $12 \in A$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

5의 약수는 1, 5이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

① $n(\{0, 1, 2\}) = 2$

② $n(\{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\}) = 4$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$

④ $n(\{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\}) = 10$

⑤ $n(\{\emptyset\}) = 1$

해설

① $n(\{0, 1, 2\}) = 3$

② $n(\{x|x\text{는 } 4\text{의 약수}\}) = n(\{1, 2, 4\}) = 3$

③ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$

④ $n(\{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 자연수}\})$
 $= n(\{1, 2, \dots, 9\}) = 9$

3. 7 보다 작은 자연수의 모임을 집합 A 라 할 때, 짝수를 모두 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수를 구하시오.

▶ 답 : 8 개

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 이므로 집합 A 의 원소 중 짝수는 2, 4, 6 이므로 2, 4, 6을 반드시 포함하는 집합 A 의 부분집합의 개수는 집합 $\{1, 3, 5\}$ 의 부분집합의 개수와 같다. 따라서, 구하는 부분 집합의 개수는 $2^3 = 8$ (개)

4. 두 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 4\text{의 배수}\}$, $A = \{x \mid x \text{는 } 8\text{의 배수}\}$ 일 때, $A - B$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\emptyset$

해설

$A \subset B$ 이므로 $A - B = \emptyset$ 이다.

5. 두 집합 $A = \{x|x \text{는 } 27 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 36 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B)$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$A = \{1, 3, 9, 27\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}$$

$$A \cap B = \{1, 3, 9\}$$

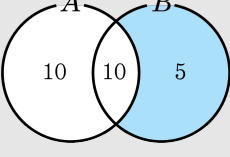
$$n(A \cap B) = 3$$

6. 수영이네 반 학생 중 자장면을 좋아하는 학생은 20명, 짬뽕을 좋아하는 학생은 15명, 자장면만을 좋아하는 학생은 10명이다. 이때, 자장면과 짬뽕을 모두 좋아하는 학생은 몇 명인가?

- ① 6명
- ② 8명
- ③ 10명
- ④ 12명
- ⑤ 14명

해설

주어진 문제를 벤 다이어그램을 활용하여 해결할 수 있다. 벤 다이어그램의 각 영역에 해당하는 학생의 수를 기입하면 다음과 같다.



7. 11 이하의 자연수 중에서 3 으로 나누었을 때 나머지가 2 인 수의 집합을 A 라 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

① $2 \notin A$

② $5 \in A$

③ $7 \notin A$

④ $10 \in A$

⑤ $11 \notin A$

해설

① $2 \in A$

④ $10 \notin A$

⑤ $11 \in A$

8. 집합 $X = \{a, b, c, d, e, f\}$ 의 부분집합 중에서 $\{a, c, f\}$ 와 서로소인 집합의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 8개 ⑤ 16개

해설

$$2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$$

9. 전체 집합 $U = \{1, 2, 3, 5, 6, 8, 9, 10\}$ 의 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 2, 3, 6\}$, $(A \cap B)^c = \{5, 6, 8, 9, 10\}$, $(A \cup B)^c = \{5, 8\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $B = \{1, 2, 3, 9, 10\}$

② $A - B = \{6\}$

③ $A \cap B = \{1, 2, 3\}$

④ $B^c = \{5, 6, 8\}$

⑤ $B \cap A^c = \{8, 9, 10\}$

해설

⑤ $B \cap A^c = \{9, 10\}$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1, a - 3, 4\}$, $B = \{1, 4, a\}$ 에 대하여 $B - A = \{6\}$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$(B - A) \subset B$ 이므로 $a = 6$ 이다.

11. 두 집합 $A = \{1, 2, a^2 - 2a\}$, $B = \{a - 2, a + 1\}$ 가 있다. $A \cap B^c = \{2, 3\}$ 일 때, $B - A$ 의 원소의 합을 구하면?

① -3 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A \cap B^c = A - B = \{2, 3\}$ 이므로 집합 A 에서 $a^2 - 2a = 3$ 이다. $\therefore$
 $a = -1$ or 3

i) $a = -1$ 일 때, 집합 $B = \{-3, 0\}$ 이 되어 조건을 만족하지 않는다.

ii) $a = 3$ 이면 집합 $B = \{1, 4\}$ 가 되어 조건을 만족한다. 이때
 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{1, 4\}$

$\therefore B - A = \{4\}$ 이다.

12. $x + y = 3$ 일 때, xy 의 최댓값을 구하여라. (단, $xy > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{4}$

해설

$$3 = x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

따라서 $x = y = \frac{3}{2}$ 일 때, xy 의 최댓값 $\frac{9}{4}$

13. x 가 양의 실수 일 때, $x^2 + 1 + \frac{1}{x^2}$ 의 최솟값과 그 때의 x 값을 차례대로

구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 > 0, \frac{1}{x^2} > 0$ 이므로

산술평균과 기하평균에 의하여

$$x^2 + 1 + \frac{1}{x^2} \geq 2\sqrt{x^2 \times \frac{1}{x^2}} + 1 \geq 2 + 1 = 3$$

등호는 $x^2 = \frac{1}{x^2}$ 일 때 성립하므로 $x^4 = 1$

따라서 양의 실수 x 는 1이다.

최솟값은 3이고, x 값은 1이다.

14. 집합 $A = \{1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $1 \in A$

② $3 \notin A$

③ $4 \notin A$

④ $\{4\} \in A$

⑤ $\{2, 3\} \in A$

해설

집합 A 의 원소들은 $1, 2, 3, \{2, 3\}, \{4\}$ 이다.

옳은 것은 ①, ③, ④, ⑤ 이다.

② $3 \notin A$ 은 $3 \in A$ 가 맞다.

15. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$

② $P \cup Q$

③ $P - Q$

④ $Q - P$

⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은 $\{x \mid f(x) = 0 \text{이고 } g(x) = 0\}$ 이므로
주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

16. 세 명제 $\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이고, 조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

- ① $P \subset Q$
- ② $R \subset Q^c$
- ③ $R \cup P^c = R$
- ④ $P \subset R$
- ⑤ $R \cap Q = R$

해설

$\sim p \rightarrow q, q \rightarrow \sim r$ 가 참이므로
 $\sim p \rightarrow q \rightarrow \sim r$ 에서 $P^c \subset Q \subset R^c$ 이다.
① $P \not\subset Q$
② $Q \subset R^c$ 이므로 $R \subset Q^c$
③ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \cup P^c \neq R$
④ $P^c \subset R^c$ 이므로 $R \subset P$
⑤ $Q \subset R^c$ 에서 $R \subset Q^c$ 이므로 $R \cap Q \neq R$

17. 네 집합 A, B, C, D 가 $A \subset B, C \subset D$ 를 만족시킬 때, 다음 (1), (2)의 안에 들어갈 내용을 <보기>에서 찾아 차례로 나열한 것을 고르면?

- ㉠ $B \subset C$ 인 것은 $A \subset D$ 이기 위한
- ㉡ $B \cap D \neq \emptyset$ 인 것은 $A \cap C \neq \emptyset$ 이기 위한

보기

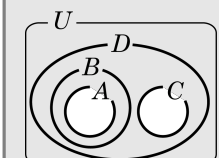
- I. 필요조건이나, 충분조건은 아니다.
- II. 충분조건이나, 필요조건은 아니다.
- III. 필요충분조건이다.
- IV. 아무 조건도 아니다.

- ① I, II
- ② I, III
- ③ II, I
- ④ II, IV
- ⑤ III, II

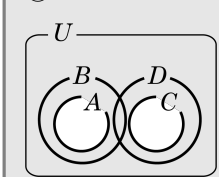
해설

㉠ $B \subset C$ 이면 $A \subset B \subset C \subset D$
($\because A \subset B, C \subset D$) $\therefore A \subset D$
그러나 $A \subset D$ 이면 $B \subset C$ 는 성립하지 않는다. 따라서, 충분조건이지만 필요조건은 아니다.

[반례]



㉡ $B \cap D \neq \emptyset \not\Rightarrow A \cap C \neq \emptyset$ [반례]



18. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 $A^c \cap B = \emptyset$ 를 만족할 때, 다음 중에서 항상 성립하는 것의 개수는?

㉠ $A = B$	㉡ $A \cup B = B$	㉢ $A^c \subset B^c$
㉣ $A \cap B = B$	㉤ $A \cup B^c = U$	㉥ $A - B = \emptyset$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$A^c \cap B = B - A = \emptyset$ 이므로 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다. $\therefore B \subset A$

㉠ $A = B$ 는 $B \subset A, A \subset B$ 이므로 항상 성립하지 않는다.

㉢ $B \subset A \leftrightarrow A^c \subset B^c$

㉣ $B \subset A \leftrightarrow A \cap B = B$ 이므로 성립한다.

㉤ 위의 그림에서 $A \cup B^c = U$ 이다.

$\therefore$ 3개

19. 전체집합 $U = \{1, 3, 5, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 5, 6, 9, 12\}$, $A \cap B = \{6, 9, 12\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 없는 것을 모두 고르면? (정답 2개)

- ① $\{6, 8, 9, 12\}$ ② $\{6, 8, 9, 10, 12\}$
③ $\{5, 6, 8, 12\}$ ④ $\{1, 5, 6, 9\}$
⑤ $\{6, 9, 12\}$

해설

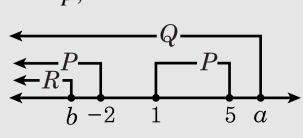
$\{6, 9, 12\} \subset B \subset \{3, 6, 8, 9, 10, 12\}$ 이므로 집합 B 는 원소 6, 9, 12 은 반드시 포함하는 집합이다.
따라서 ③, ④ 은 B 가 될 수 없다.

20. 세 조건 $p: x \leq -2$ 또는 $1 \leq x \leq 5$, $q: x \leq a$, $r: x \leq b$ 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, p 는 r 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중 옳은 것은?
- ① a 의 최댓값은 -2 이고, b 의 최솟값은 5 이다.
 - ② a 의 최솟값은 -2 이고, b 의 최댓값은 5 이다.
 - ③ a 의 최댓값은 5 이고, b 의 최솟값 -2 이다.
 - ④ a 의 최솟값은 5 이고, b 의 최댓값은 -2 이다.
 - ⑤ a, b 의 최댓값, 최솟값은 존재하지 않는다.

해설

$$p \rightarrow q, P \subset Q$$

$$r \rightarrow p, R \subset P$$



$$\therefore b \leq -2 \text{ 그리고 } a \geq 5$$

a 의 최솟값은 5 이고 b 의 최댓값은 -2 이다.