

1. 다음 중에서 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

- ① 높은 산들의 모임
- ② 작은 사람들의 모임
- ③ 몸무게가 60 kg 이하인 우리 학교 남학생의 모임
- ④ 우리나라에서 인구수가 가장 적은 도시의 모임
- ⑤ 우리 반 남학생 모임

해설

- ① ‘높은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ② ‘작은’이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ③ ‘60 kg 이하’라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
- ④ ‘가장’이라는 단어가 명확한 기준을 제시하므로 집합이다.
- ⑤ ‘우리 반 남학생’은 기준이 명확하므로 집합이다.

2. 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ $A = \{1, 2, 3, 6\}$ 이면 $6 \in A$ 이다.
- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $A \subset B$ 이다.
- ㉢ $a \subset \{a, b, c\}$

- ① ㉠
- ② ㉡
- ③ ㉠, ㉡
- ④ ㉠, ㉢
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉡ $A = \{1, 2, 3, 4\}, B = \{2, 3\}$ 이면 $B \subset A$ 이다.
- ㉢ $a \in \{a, b, c\}$

3. 다음 중 틀린 것은?

① $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

② $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$

④ $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

② $\{0, 2, 4\}$ 가 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로 $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$

4. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.

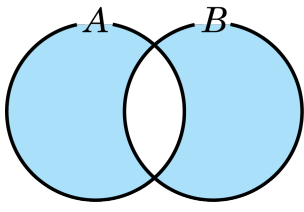
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 256 개

해설

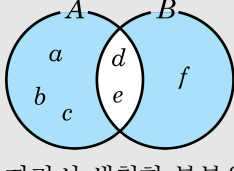
$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$
(부분집합의 개수) $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 256(\text{개})$

5. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}, B = \{d, e, f\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



- ① $\{a, b\}$
- ② $\{b, c\}$
- ③ $\{a, c, f\}$
- ④ $\{a, d, f\}$
- ⑤ $\{a, b, c, f\}$

해설



따라서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 $\{a, b, c, f\}$ 이다.

6. 두 양수 a, b 에 대하여 $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

a, b 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$ 최솟값은 9

7. 세 집합 $A = \{2, 5, 6, 9, 12\}$, $B = \{1, 7, 9, 10, 12\}$, $C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① $A \cap B = \{9, 12\}$
② $B \cup C = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10\}$
③ $A \cup C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$
④ $(A \cap B) \cup C = \{2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$
⑤ $A \cap (B \cup C) = \{2, 5, 6, 9, 12\}$

해설

- ② $B \cup C = \{1, 2, 5, 6, 7, 9, 10, 12\}$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A 와 B 에 대하여 $A \cap B^c = A$, $n(A) = 9$, $n(B) = 14$ 일 때, $n(A \cup B)$ 의 값을 구하시오. (단, $n(X)$ 는 집합 X 의 원소의 개수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$A \cap B^c = A - B = A$ 이므로 A, B 는 서로소
 $n(A \cap B) = 0$, $n(A \cup B) = n(A) + n(B) = 23$

9. 두 집합 $A = \{a - 3, 4, 6\}$, $B = \{5, b + 2, 8\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{5, 6\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A \cap B = \{5, 6\}$ 이므로

$5 \in A$ 이므로 $a - 3 = 5 \quad \therefore a = 8$

$6 \in B$ 이므로 $b + 2 = 6 \quad \therefore b = 4$

$\therefore a - b = 8 - 4 = 4$

10. 세 집합 A, B, X 에 대하여 $X \cap (A \cup B) = X$ 일 때 다음 중 옳은 것은?

- ① $X \subset A$ ② $X \subset (A \cap B)$ ③ $X \subset (A \cup B)$
④ $(A \cup B) \subset X$ ⑤ $(A \cap B) \subset X$

해설

$X \cap (A \cup B) = X$ 는 $X \subset (A \cup B)$ 를 의미한다.

- ① $X \subset A$ 는 알 수 없다.
② $X \subset (A \cap B)$ 는 알 수 없다.
④ $(A \cup B) \subset X$ 는 알 수 없다.
⑤ $(A \cap B) \subset X$ 는 알 수 없다.

11. 미란이는 두 집합의 연산을 이용하여 새로운 집합을 만드는 탐구를 하다가 $A - B = \{2, 6\}$ 인 새로운 집합을 만든 원래의 두 집합 $A = \{2, 3, 4, b\}$, $B = \{3, a, 5, 7\}$ 을 발견하였다. 이 때, 원소 a, b 를 찾아 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 10$

해설

$A - B \subset A$ 이고 $A - B = \{2, 6\}$ 이므로 $b = 6$ 이다. $A \cap B = \{3, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이다. 따라서 $a + b = 10$ 이다.

12. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.

▶ 답: 조건

▷ 정답: 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

13. a, b 가 실수일 때, 다음은 부등식 $|a| + |b| \geq |a + b|$ 을 증명한 것이다.

증명과정에서 쓰이지 않은 성질을 고르면?

증명

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \end{aligned}$$

- ① $|a| \geq a$
- ② $a \geq b, b \geq c$ 이면 $a \geq c$
- ③ $|a|^2 = a^2$
- ④ $a - b \geq 0$ 이면 $a \geq b$
- ⑤ $a \geq 0, b \geq 0, a^2 \geq b^2$ 이면 $a \geq b$

해설

$$\begin{aligned} & (|a| + |b|)^2 - (a + b)^2 \\ &= |a|^2 + |b|^2 + 2|a||b| - (a + b)^2 \text{ (③이 쓰임)} \\ &= a^2 + b^2 + 2|ab| - a^2 - 2ab - b^2 \\ &= 2(|ab| - ab) \geq 0 \text{ (①이 쓰임)} \\ &\therefore (|a| + |b|)^2 \geq (a + b)^2 \text{ (④가 쓰임)} \\ &\therefore |a| + |b| \geq |a + b| \text{ (⑤가 쓰임)} \end{aligned}$$

따라서, ②는 쓰이지 않았다.

14. 두 집합 A, B 가 $A \subset B, B \subset A$ 일 때, 다음 보기 중 옳지 않은 것을 골라라. (단, $A \neq \emptyset, B \neq \emptyset$)

보기

- ㉠ $A \cup B = A$
- ㉡ $A \cap B = A$
- ㉢ $n(A \cup B) = n(A) + n(B)$
- ㉣ $n(A) = n(A \cap B)$
- ㉤ $n(A - B) = n(B - A)$
- ㉥ $n(A) - n(B) = 0$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$A \subset B, B \subset A$ 이므로 $A = B$
㉢ $n(A \cup B) = n(A) = n(B)$
㉤ $n(A - B) = n(B - A) = 0$

15. 명제 ‘ $p(x)$ 이면 $q(x)$ 가 아니다’가 참일 때, 두 집합 $P = \{x \mid p(x)\}$, $Q = \{x \mid q(x)\}$ 사이의 관계로 다음 중 옳은 것은?

① $P \subset Q$

② $Q \subset P$

③ $P \subset Q^c$

④ $Q^c \subset P$

⑤ $P \cup Q = P$

해설

‘ q 가 아니다’를 만족시키는 집합은 Q^c
따라서 ‘ p 이면 q 가 아니다’가 참이면 $P \subset Q^c$

16. 명제 ' $x^2 + 2x + a \neq 0$ 이면 $x + 1 \neq 0$ 이다' 가 참이 되도록 하는 상수 a 의 값은?

① 3 ② -3 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

대우인 ' $x + 1 = 0$ 이면 $x^2 + 2x + a = 0$ 이다.'가 참이 되어야 한다.

$$(-1)^2 + 2 \cdot (-1) + a = 0$$

$$\therefore a = 1$$

17. 두 명제 ‘여름이 오면 덥다.’, ‘더우면 비가 온다.’ 가 모두 참일 때, 다음 중 반드시 참이라고 할 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① 덥지 않으면 여름이 오지 않는다.
- ② 여름이 오면 비가 온다.
- ③ 비가 오면 여름이 온다.
- ④ 비가 오지 않으면 여름이 오진 않는다.
- ⑤ 더우면 여름이 온다.

해설

세 명제 ‘여름이 온다.’, ‘덥다.’, ‘비가 온다.’ 를 각각 p, q, r 로 놓으면 $p \Rightarrow q, q \Rightarrow r$ 이므로 $p \Rightarrow r$ 명제가 참이면 그 대우역시 참이므로 $\sim q \Rightarrow \sim p, \sim r \Rightarrow \sim q, \sim r \Rightarrow \sim p$ 그러나 어떤 명제가 참이라고 해서 역과 이가 반드시 참인 것은 아니다. 따라서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ③, ⑤이다.

18. 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$ 를 조건제시법으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것은?

- ① $A = \{x \mid 0 \leq x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ② $A = \{x \mid -1 < x \leq 3 \text{인 정수}\}$
- ③ $A = \{x \mid x \text{는 자연수를 4로 나눈 나머지}\}$
- ④ $A = \{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$
- ⑤ $A = \{x \mid -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{7}{2} \text{인 정수}\}$

해설

④ $\{x \mid 0 \leq x < 4 \text{인 수}\}$ 에는 0, 1, 2, 3 이외에도 $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, 2, 5, \dots$ 등 무수히 많은 원소가 있다.

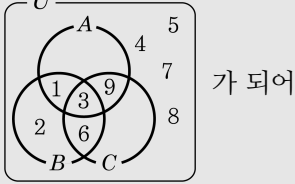
19. $U = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여
 $A = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$A = \{1, 3, 9\}$, $B = \{1, 2, 3, 6\}$, $C = \{3, 6, 9\}$ 이므로
벤 다이어그램으로 나타내면



$(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 36 이다.

20. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 23, n(B) = 39, n(A \cup B) = 62$ 일 때,
다음 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$$A - B \quad \square \quad A$$

- ① $\in$ ② $\subset$ ③ $\supset$ ④ $\not\subset$ ⑤ $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
 $62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$ 에서 $n(A \cap B) = 0$ 이므로 $A \cap B = \phi$
이다.
 $A - B \square A$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 기호는 $\subset, \supset, =$ 이다.