1. $3^2 = a$ 일 때, 3^{12} 을 a 에 관한 식으로 나타낸 것은?

① a^6 ② $2a^6$ ③ a^8 ④ $2a^8$ ⑤ $3a^8$

해설

$3^{12} = (3^2)^6$ 이므로 a^6 이다.

2. $(-5x^2y)^3$ 을 간단히 하면?

① $125x^6y^3$ ② $-125x^6y^3$ ③ $-125x^3y^6$
④ $125x^3y^6$ ⑤ $-125x^3y^3$

해설

$(-5x^2y)^3 = (-5)^3x^6y^3 = -125x^6y^3$

3. $2\times3\times4\times5\times6\times7\times8\times9\times10 = 2^x\times3^y\times5^z\times7$ 이다. 이때, $x+y+z$ 의 값은?

① 8　　② 10　　③ 14　　④ 21　　⑤ 25

해설

$2\times3\times2^2\times5\times(2\times3)\times7\times2^3\times3^2\times(2\times5) = 2^8\times3^4\times5^2\times7$ 이므로

$x=8$, $y=4$, $z=2$ 이다.

그러므로 $x+y+z=8+4+2=14$ 이다.

4. $a = 3^{x-2}$ 일 때, 27^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?

① $81a^2$ ② $243a^2$ ③ $81a^3$ ④ $243a^3$ ⑤ $729a^3$

해설

$a = 3^{-2} \times 3^x = \frac{1}{9} \times 3^x$

$\therefore\ 3^x = 9a$

$27^x = 3^{3x} = (3^x)^3 = (9a)^3 = 9^3a^3$

5. $ax^2y^3 \times (-xy)^b = -5x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c에 대하여 각각의 값은?

① $a=1,\ b=2,\ c=3$
② $a=3,\ b=4,\ c=3$
③ $a=5,\ b=2,\ c=3$
④ $a=5,\ b=3,\ c=5$
⑤ $a=4,\ b=5,\ c=3$

해설

$ax^2y^3 \times (-xy)^b$
$= a \times (-1)^b \times x^2 \times x^b \times y^3 \times y^b$
$= -5x^cy^6$
$a \times (-1)^b = -5,\ 2+b=c,\ 3+b=6$이므로
$\therefore a=5,\ b=3,\ c=5$

6. $\left(-\frac{2}{3}a^x b^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 = -\frac{4}{3}a^4b^y$ 일 때, 상수 x, y 에 대하여 $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\left(-\frac{2}{3}a^x b^3\right)^3 \div \frac{2}{9}a^2b^4 = \left(-\frac{2^3}{3^3}a^{3x}b^9\right) \times \frac{3^2}{2a^2b^4}$$
$$= -\frac{4}{3}a^4b^y$$

이므로 $x=2,\ y=5$ 이다.

$\therefore\ x-y=-3$

7. $(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 식은?

① $4xy$ ② $2x^2y$ ③ $3xy^2$ ④ $\frac{y}{3x}$ ⑤ $\frac{27y^3}{x^2}$

해설

$(2x^2y^3)^2 \times \square \div 4x^2y^3 = (3y^2)^3$

$\square = (3y^2)^3 \div (2x^2y^3)^2 \times 4x^2y^3$

$= 27y^6 \times \frac{1}{4x^4y^6} \times 4x^2y^3$

$= \frac{27y^3}{x^2}$

8. $2x + y = 3$ 이고 $a = 9^x$, $b = 3^y$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$ab = (3^2)^x\ 3^y = 3^{2x+y} = 3^3 = 27$

9. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $a^6 \div a^3 = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = \frac{1}{b^2}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^4$

해설

① $a^6 \div a^3 = a^{6-3} = a^3$

② $b^6 \div b^{12} = b^{6-12} = b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

③ $a^8 \div a^2 \div a^2 = a^{8-2-2} = a^4$

④ $c^9 \div c^{10} = c^{9-10} = c^{-1} = \frac{1}{c}$

⑤ $y^2 \div y^3 \times y^5 = y^{2-3+5} = y^4$

10. $81^2 \div 9^5$ 을 간단히 하면?

① 3 ② 3^2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{3^2}$ ⑤ $\frac{1}{3^3}$

해설

$(3^4)^2 \div (3^2)^5 = 3^{8-10} = \frac{1}{3^2}$

11. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^7$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$16^4 \times 8^{\square} \div 32^3 = 2^{16} \times 2^{3\times\square} \div 2^{15} = 2^7$

$2^{16+3\times\square-15} = 2^7$

$16 + 3 \times \square - 15 = 7$

$\therefore \square = 2$

12. $2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5$ 은 n 자리의 자연수이다. n 의 값을 구하면?

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$$\begin{aligned} 2^3 \times 5^7 \times 2^6 \times 5^5 &= 2^9 \times 5^{12} \\ &= 2^9 \times 5^9 \times 5^3 \\ &= 10^9 \times 125 \end{aligned}$$

따라서 12 자리의 수이다.

13. 다음 보기의 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b 라 할 때, $a = 2^m$, $b = 2^n$ 이고, $m = 2^p$, $n = 2^q$ 이다. 이 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

보기

$\{(2^2)^2\}^3$ $(2^2)^{2^2}$ $2^{(2^2)^3}$ $2^{2^{2^2}}$

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\{(2^2)^2\}^3 = 2^{12}$

$(2^2)^{2^2} = 2^{2^3} = 2^8$

$2^{(2^2)^3} = 2^{2^6} = 2^{64}$

$2^{2^{2^2}} = 2^{2^4} = 2^{16}$

따라서 가장 큰 수 $a = 2^{2^6}$, 가장 작은 수 $b = 2^{2^3}$ 이므로

$m = 2^6$, $n = 2^3$

$\therefore\ p + q = 6 + 3 = 9$

14. $2^{x+4} = 4^{2x-1}$ 이 성립할 때, x 의 값은?

① -1　② 1　③ 2　④ 4　⑤ 5

해설

$2^{x+4} = 2^{2(2x-1)}$

$x + 4 = 2(2x - 1)$

$3x = 6$

$\therefore x = 2$

15. $\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div \left(3a^{\square}b^2\right)^3 = \frac{b^2}{12a^{10}}$ 일 때, $\boxed{}$ 안에 들어갈 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div \left(3a^{\square}b^2\right)^3 = \frac{9}{4}a^2b^{2\square} \times \frac{1}{27a^{3\square}b^6}$$
$$= \frac{b^2}{12a^{10}}$$

이므로 $\boxed{}$안에 들어갈 수는 각각 4, 4 이다.
따라서 두 수의 합은 8 이다.

16. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A+B+C-D$의 값을 구하여라.

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^A y^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

$(z^2)^D = z^8$, $D = 4$

$$\left(-\frac{x^3 y^5}{2z^2}\right)^4$$

$A = 3, B = 5, C = 2$

$\therefore\ A+B+C-D = 3+5+2-4 = 6$

17. $3^{x+2}+3^{x+1}+3^{x}=1053$ 일 때, x의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$3^x = t$ 로 놓으면

$3^2 \times 3^x + 3 \times 3^x + 3^x$

$= 9t + 3t + t = 1053$

$13t = 1053,\ t = 81$

$3^x = 81 = 3^4$

$\therefore x = 4$

18. $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^py^q = \frac{16y}{9x^2}$

$\frac{16}{9}x^2y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^py^q} = \frac{16y}{9x^2}$

$\frac{16}{9}x^{3-p}y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$

$3-p=-2 \qquad \therefore\ p=5$

$7-q=1 \qquad \therefore\ q=6$

$\therefore\ p+q=11$

19. 가로의 길이가 $4a$ 이고 세로의 길이가 $2b$ 인 직사각형이 있다. 가로를 중심으로 1 회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 세로를 중심으로 1 회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 배

▷ 정답 : $\frac{b}{2a}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.
(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로
가로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (2b)^2 \times 4a = 16\pi ab^2$
세로를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :
$\pi \times (4a)^2 \times 2b = 32\pi a^2 b$

$$\frac{(\text{가로 축 회전체})}{(\text{세로 축 회전체})} = \frac{16\pi ab^2}{32\pi a^2 b} = \frac{b}{2a}$$

20. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$

$2^{5x} = 2^{x+4}$

$\therefore x = 1$