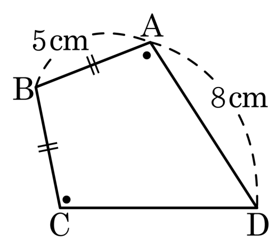
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$,
$\angle A = \angle C$ 이다. $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 8\text{cm}$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이는?

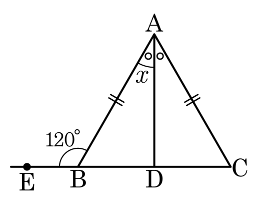


① 18 cm ② 20 cm ③ 22 cm ④ 24 cm ⑤ 26 cm

해설

△ABC 는 이등변삼각형이고 $\angle A = \angle C$ 이므로
$\angle DAC = \angle DCA$, $\overline{CD} = \overline{AD} = 8\text{cm}$
$\therefore$ (둘레의 길이) $= (5+8) \times 2 = 26(\text{cm})$

2. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\angle BAD = \angle CAD$, $\angle ABE = 120°$일 때, $\angle x$의 크기는?

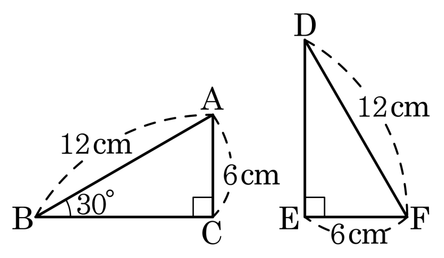


① 10°　② 20°　③ 30°
④ 40°　⑤ 50°

해설

이등변삼각형의 꼭지각의 이등분선은 밑변을 수직이등분하므로
$\angle ADB = 90°$
$\triangle ADB$ 에서 두 내각의 합과 이웃하지 않는 한 외각의 크기는 같으므로 $\angle x + 90° = 120°$이다.
따라서 $\angle x = 30°$이다.

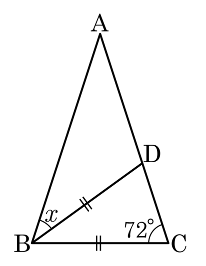
3. 다음 두 직각삼각형이 합동이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AB} = \overline{FD}$ ② $\angle ACB = \angle FED$
③ $\angle ABC = \angle FDE$ ④ $\overline{BC} = \overline{DE}$
⑤ $\overline{AC} = \overline{FE}$

해설
① $\overline{AB} = \overline{FD}$ (H) ② $\angle ACB = \angle FED$ (R) ⑤$\overline{AC} = \overline{FE}$ (S)
즉, RHS 합동

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

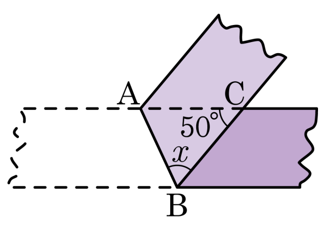


① $30°$ ② $32°$ ③ $34°$ ④ $36°$ ⑤ $38°$

해설

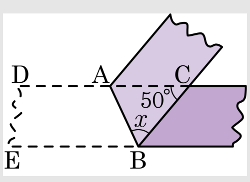
$\triangle BCD$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle CBD = 180° - 2 \times 72° = 36°$
$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
$\angle ABC = \angle ACB = 72°$
$\therefore \angle x = 72° - 36° = 36°$

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle ACB = 50°$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



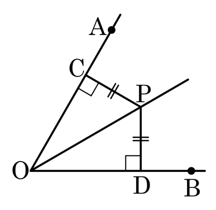
① $45°$　② $50°$　③ $55°$　④ $60°$　⑤ $65°$

해설



종이 테이프를 접으면 $\angle ABE = \angle ABC = \angle x$이고
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x$(엇각)
$\triangle ABC$의 내각의 합은 $180°$이므로
$\therefore\ 2\angle x + 50° = 180°$
$\angle x = 65°$

6. $\angle AOB$ 의 내부에 한 점 P 에서 두 변 OA, OB 에 내린 수선의 발을 각각 C, D 라고 할 때, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 이면 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 임을 증명하기 위해서 이용한 합동조건은?



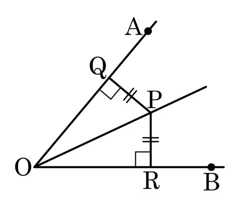
① SSS 합동 ② SAS 합동 ③ ASA 합동

④ RHA 합동 ⑤ RHS 합동

해설

$\angle PCO = \angle PDO = 90°$, $\overline{OP}$(공통), $\overline{CP} = \overline{PD}$ 이므로 $\triangle COP \equiv \triangle DOP$ 는 RHS 합동이다.

7. 다음 그림의 $\angle AOB$ 의 내부의 한 점 P 에서 두 변 $\overline{OA}$, $\overline{OB}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하였을 때, $\overline{QP} = \overline{RP}$ 이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle QPO = \triangle RPO$　② $\overline{QO} = \overline{RO}$

③ $\overline{QO} = \overline{PO}$　④ $\angle OPQ = \angle OPR$

⑤ $\angle QOP = \angle ROP$

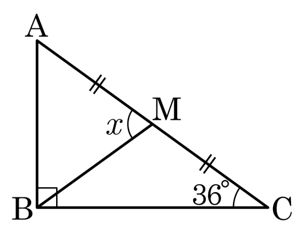
해설

각을 이루는 두 변에서 같은 거리에 있는 점은 그 각의 이등분선 위에 있다.

$\overline{QP} = \overline{RP}$ 이므로 $\overline{OP}$ 는 $\angle QOR$ 의 이등분선이다.

그러므로 $\overline{QO} \neq \overline{PO}$ 이다.

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 빗변 AC 의 중점은 M 이고 $\angle ACB = 36°$ 일 때 $\angle AMB$ 의 크기는?



① 62° ② 64° ③ 68° ④ 70° ⑤ 72°

해설

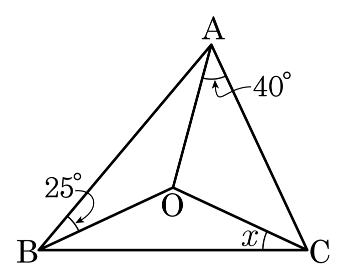
직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{AM} = \overline{CM} = \overline{BM} \cdots$ ㉠

따라서 $\triangle BMC$ 는 이등변삼각형이다.

$\angle MCB = \angle MBC = 36°$

$\angle AMB = \angle MCB + \angle MBC = 36° + 36° = 72°$

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이다.$\angle CAO = 40°$, $\angle ABO = 25°$일 때, $\angle BCO$의 크기는?

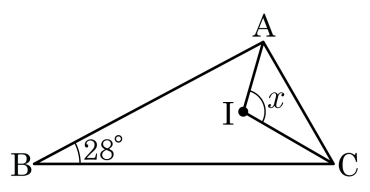


① $22°$ ② $35°$ ③ $20°$ ④ $30°$ ⑤ $25°$

해설

$\angle ABO + \angle OAC + \angle x = 90°$
$\therefore \angle x = 25°$

10. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

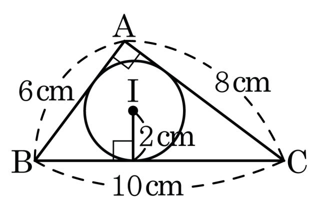


① 56° ② 84° ③ 104° ④ 118° ⑤ 124°

해설

$\angle x = 90° + \frac{1}{2}\angle \mathrm{B}$ 이므로 $\angle x = 90° + \frac{1}{2} \times 28° = 104°$

11. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 각각 6cm, 8cm , 10cm 인 삼각형 △ABC 가 있다. 점 I 는 △ABC 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이가 2cm 일 때 △ABC 의 넓이는?

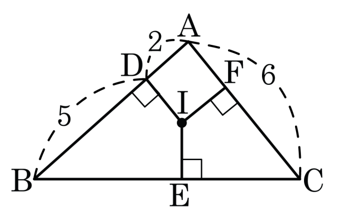


① 16cm^2　② 18cm^2　③ 20cm^2　④ 22cm^2　⑤ 24cm^2

해설

$\triangle\mathrm{ABC} = \frac{1}{2} \times 2 \times (6+8+10) = 24\,\text{cm}^2$ 이다.

12. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{BC}$의 길이는?

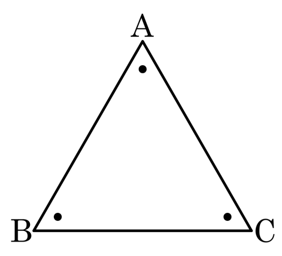


① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = 2$이고, $\overline{BD} = \overline{BE} = 5$이다.
$\overline{CE} = \overline{AC} - \overline{AF} = 6 - 2 = 4$이므로
$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 9$

13. 다음은「세 내각의 크기가 같은 삼각형은 정삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = \boxed{\ (나)\ } \cdots ㉠$
$\angle A = \boxed{\ (다)\ }$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots ㉡$
㉠, ㉡ 에서 $\boxed{\ (가)\ }$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

(가) ~ (다)에 들어갈 것을 차례로 쓴 것은?

① $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle B$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$, $\overline{AC}$, $\angle C$

③ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle A$

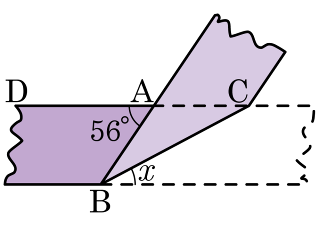
④ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{BC}$, $\angle C$

⑤ $\angle A = \angle B = \angle C$, $\overline{AC}$, $\angle C$

해설

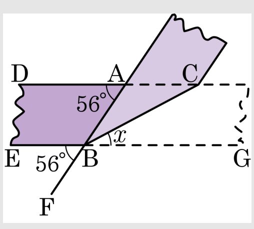
$\triangle ABC$ 에서 $\angle B = \angle C$ 이므로
$\overline{AB} = (\ \overline{AC}\ ) \cdots ㉠$
$\angle A = (\ \angle C\ )$ 이므로 $\overline{BA} = \overline{BC} \cdots ㉡$
㉠, ㉡ 에서 $(\ \overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}\ )$
따라서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다.

14. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다. $\angle \mathrm{BAD} = 56^\circ$ 일 때, $\angle x$의 크기는?



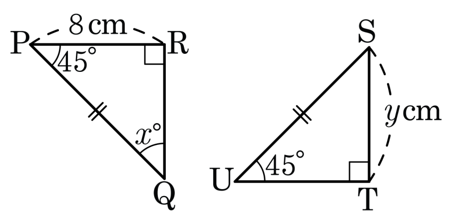
① 20°　② 22°　③ 24°　④ 26°　⑤ 28°

해설



$\angle \mathrm{DAB} = \angle \mathrm{EBF} = 56^\circ$ (동위각)
$\angle \mathrm{EBF} = \angle \mathrm{ABG} = 56^\circ$ (맞꼭지각)
(또는 $\angle \mathrm{DAB} = \angle \mathrm{ABG} = 56^\circ$ (엇각))
$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{CBG} = \frac{1}{2} \times 56^\circ = 28^\circ$ (종이 접은 각)
$\therefore \angle x = 28^\circ$

15. 두 직각삼각형 PRQ, STU 가 다음 그림과 같을 때, $x-y$ 의 값은?



① 35 ② 37 ③ 40 ④ 45 ⑤ 48

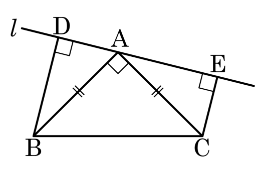
해설

$\triangle$PRQ, $\triangle$STU 는 RHA 합동 (두 삼각형은 모두 직각이등변삼각형) 이므로

$\angle x = 90° - 45° = 45°$, $\overline{ST} = \overline{PR} = 8$cm $= y$ cm

$\therefore x - y = 45 - 8 = 37$

16. 다음 그림에서 직각이등변삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 를 지나는 직선 l 이 있다. B 와 C 에서 직선 l 위에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면, $\overline{BD}=5$, $\overline{DE}=8$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?

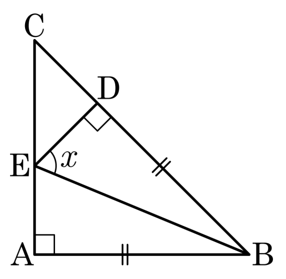


① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\triangle ADB$ 와 $\triangle AEC$ 에서
$\angle ADB = \angle AEC = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AB} = \overline{AC} \cdots$ ㉡
$\angle DAB = \angle ACE$ ($\therefore \angle DAB + \angle EAC = 90° \cdots$ ㉢)
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ADB \equiv \triangle AEC$ 이므로
$\overline{CE}$ 의 길이는 $\overline{DE} - \overline{BD} = 3$이 성립한다.

17. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

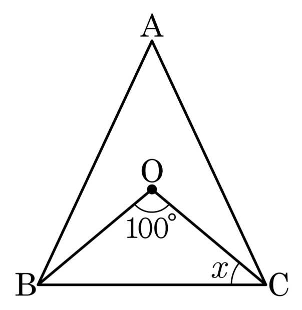


① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 는 직각이등변삼각형이므로 $\angle B = 45°$
$\triangle BED \equiv \triangle BEA$(RHS합동) 이므로
$\angle BEA = \angle BED = \angle x$
$\therefore \angle x = 135° \times \frac{1}{2} = 67.5°$

18. 다음 그림에서 점 O 가 $\triangle$ABC 의 외심일 때, $\angle x$ 의 크기는?

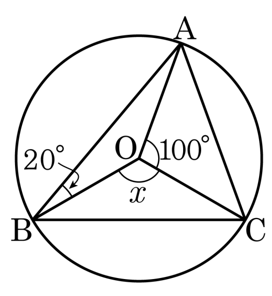


① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\triangle$OBC 는 이등변삼각형이다.
따라서 두 밑각의 크기가 같으므로
$\angle OBC = \angle OCB$
$\therefore 2x + 100 = 180,\ x = 40$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 O가 삼각형 ABC의 외심이고, $\angle ABO = 20^\circ$, $\angle AOC = 100^\circ$일 때, $\angle x$의 크기는?



① 100°　② 105°　③ 110°　④ 115°　⑤ 120°

해설

$\triangle AOC$는 $\overline{OA} = \overline{OC}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAC = \angle OCA = 40^\circ$
$\triangle OAB$는 $\overline{OA} = \overline{OB}$인 이등변삼각형이므로
$\angle OAB = \angle OBA = 20^\circ$
$\therefore\ \angle BAC = \angle BAO + \angle CAO = 60^\circ$
점 O가 삼각형의 외심이므로
$\angle BOC = 2 \times \angle BAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$

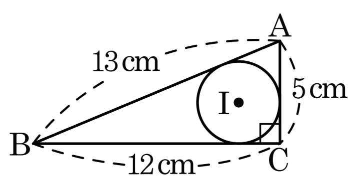
20. 민혁이는 친구들과 삼각형 모양의 종이를 가지고 최대한 큰 원으로 오려내려고 한다. 다음 중 틀린 말을 한 학생은 누구인가?

① 민호 : 삼각형 종이로 가장 큰 원을 만들려면 내심을 이용해야지.
② 지훈 : 그럼 먼저 삼각형의 세 내각의 이등분선을 그어야겠군.
③ 창교 : 그런 다음 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 찾아야 해.
④ 지민 : 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점을 원의 중심으로 하고 꼭짓점까지의 거리를 반지름으로 하는 원을 그려야해.
⑤ 장수 : 원의 반지름을 찾았으면 원을 그려야해.

해설

④ 세 내각의 이등분선이 만나는 한 점은 내심으로 원의 중심이 맞지만, 원의 반지름은 내심에서 한 변까지의 거리로 하여야 한다.

21. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 의 내접원 I 의 넓이는?

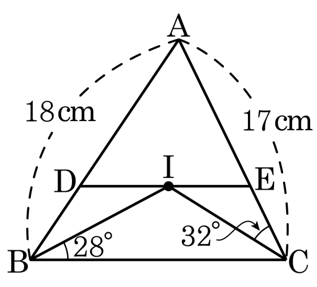


① $2\pi\mathrm{cm}^2$ ② $3\pi\mathrm{cm}^2$ ③ $4\pi\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{9}{2}\pi\mathrm{cm}^2$ ⑤ $9\pi\mathrm{cm}^2$

해설

내접원의 반지름의 길이를 $r\mathrm{cm}$ 라 하면 $\frac{1}{2} \times 5 \times 12 = \frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 5)$ 이다.
$30 = 15r$, $r = 2$ 이다. 따라서 내접원의 넓이는 $4\pi\mathrm{cm}^2$ 이다.

22. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고 $\overline{DE}//\overline{BC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ADE$ 의 둘레의 길이는 35cm 이다.

② $\overline{DI} = \overline{DB}$

③ $\angle A = 60°$

④ $\overline{DB} = \overline{EC}$

⑤ $\angle EIC = 32°$

해설

$\triangle DBI$ 와 $\triangle EIC$ 는 이등변삼각형이다.
④ $\overline{DB} = \overline{DI}$, $\overline{EC} = \overline{EI}$

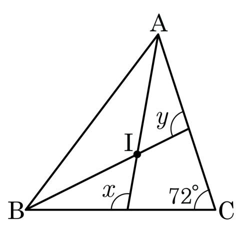
23. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm　② 6 cm　③ 9cm　④ 12cm　⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

24. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심일 때, $\angle x + \angle y$의 크기는?

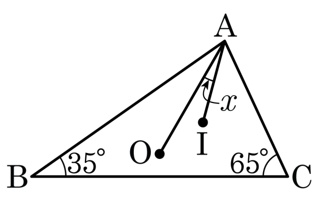


① $190°$ ② $191°$ ③ $192°$ ④ $194°$ ⑤ $198°$

해설

$\triangle$ABC 에서 $\angle \mathrm{IAB} = \angle \mathrm{IAC} = a$,
$\angle \mathrm{ABI} = \angle \mathrm{CBI} = b$라 하자.
$2\angle a + 2\angle b + 72° = 180°$
$\therefore \angle a + \angle b = 54°$
$\angle x + \angle y = (\angle a + 72°) + (\angle b + 72°) = \angle a + \angle b + 144° = 198°$

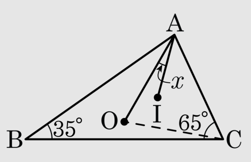
25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle B = 35°$, $\angle C = 65°$ 이고, 점 O 와 점 I 는 각각 $\triangle ABC$ 의 외심과 내심일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 10°　② 12°　③ 15°　④ 18°　⑤ 20°

해설

점 O 와 점 C 를 이으면,



ⅰ) $\angle B = 35°$ 이므로 $\angle AOC = 70°$, $\angle OAC = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$ $\therefore \angle OAC = 55°$

ⅱ) $\angle A = 180° - (35° + 65°) = 80°$ 이므로 $\angle IAC = \frac{1}{2} \times 80° = 40°$

$\angle x = \angle OAC - \angle IAC = 55° - 40° = 15°$ $\therefore$ $\angle x = 15°$