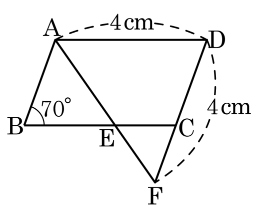
1. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이고 $\angle ABC = 70°$, $\overline{AD} = \overline{DF} = 4\text{cm}$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



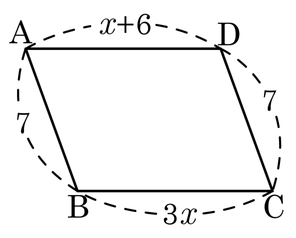
▶ 답 : ____ °

▷ 정답 : 55 °

해설

$\overline{AD} = \overline{DF}$ 이므로
$\angle DAF = \angle DFA$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로
$\angle DFA = \angle BAE$(엇각), $\angle DAF = \angle AEB$(엇각)
$\therefore \angle AEB = (180° - 70°) \div 2 = 55°$

2. 다음 그림과 같은 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 하는 x 의 값을 구하여라.



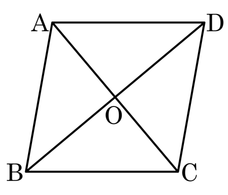
▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$x + 6 = 3x$ 이므로 $x = 3$ 이다.

3. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle AOD = 90°$ 이고, $\overline{AB} = 3x - 2$, $\overline{AD} = -x + 6$ 일 때, x 의 값을 구하여라.



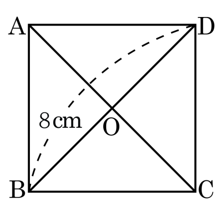
▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

평행사변형 $\angle AOD = 90°$ 이므로
□ABCD 는 마름모이다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 이므로
$3x - 2 = -x + 6$, $4x = 8$, $x = 2$ 이다.

4. 다음 그림의 정사각형 ABCD 의 대각선의 길이가 8 cm 이다. 이때 □ABCD 의 넓이는?



① $8\,\mathrm{cm}^2$　② $16\,\mathrm{cm}^2$

③ $32\,\mathrm{cm}^2$　④ $64\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $128\,\mathrm{cm}^2$

해설

△AOD 는 직각삼각형이고, 한 변의 길이는 4 cm 이다. 따라서 삼각형 1 개의 넓이는

$\frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8(\mathrm{cm}^2)$

정사각형의 내부의 대각선으로 이루어진 삼각형은 모두 합동이므로 □ABCD $= 8 \times 4 = 32(\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

‘대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.’

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 마름모, 정사각형

④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설

대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

6. □ABCD가 다음 조건을 만족할 때, 이 사각형은 어떤 사각형인가?

$$\overline{AB}//\overline{DC},\ \overline{AB}=\overline{DC},\ \ A=90°,\ \overline{AC}\perp\overline{BD}$$

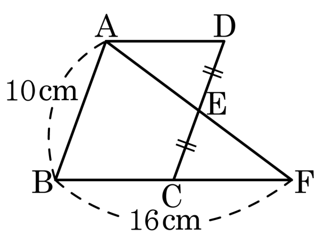
▶ 답 :

▷ 정답 : 정사각형

해설

□ABCD는 직사각형과 마름모의 성질을 모두 가지므로 정사각형이다.

7. 오른쪽 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{CD}$ 의 중점을 E , $\overline{AE}$ 의 연장선과 $\overline{BC}$ 의 연장선의 교점을 F 라 할 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

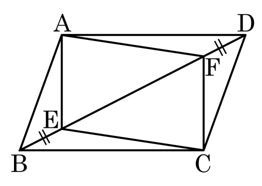


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 9cm ⑤ 8cm

해설

$\triangle$AED 와 $\triangle$FEC 에서
$\overline{DE} = \overline{CE}$, $\angle ADE = \angle FCE$ (엇각),
$\angle AED = \angle FEC$ (맞꼭지각) 이므로
$\triangle AED \equiv \triangle FEC$(ASA합동)
따라서 $\overline{AD} = \overline{FC}$ 이고, □ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이다.
즉, $\overline{BF} = \overline{BC} + \overline{CF} = \overline{AD} + \overline{AD} = 2\overline{AD}$ 이므로 $2\overline{AD} = 16$
$\therefore \overline{AD} = 8(\text{cm})$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 어떤 사각형인가?

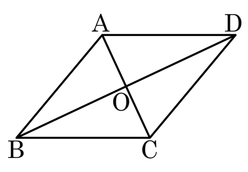


① 평행사변형　　② 마름모　　③ 직사각형
④ 정사각형　　⑤ 사다리꼴

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle ABD = \angle CDB$
$\therefore \triangle ABE \equiv \triangle CDF$, $\triangle BCE \equiv \triangle DAF$
$\rightarrow \overline{AE} = \overline{CF}$, $\overline{AF} = \overline{CE}$
따라서 두 쌍의 대응변의 길이가 각각 같으므로 □AECF 는 평행사변형이다.

9. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉣ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

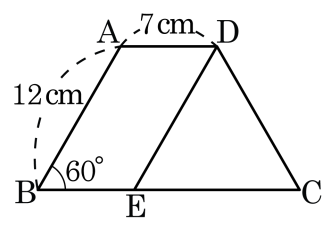
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$이면 된다.

10. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$일 때, $\overline{BC}$의 길이는?

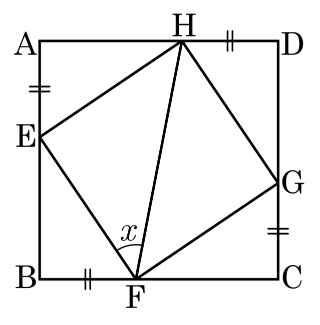


① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

해설

$\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DE}$이므로 $\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고,
□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle ABE = \angle DCE = 60°$이다.
따라서 △DEC는 정삼각형이다.
$\overline{EC} = \overline{AB} = 12$이므로 $\overline{BC} = 7 + 12 = 19(\mathrm{cm})$이다.

11. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD에서 $\overline{EB}=\overline{FC}=\overline{GD}=\overline{HA}$가 되도록 각 변 위에 점 E, F, G, H를 잡을 때, $\angle x$의 크기는?

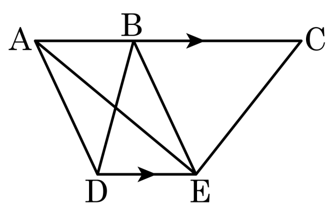


① $20°$ ② $25°$ ③ $30°$ ④ $40°$ ⑤ $45°$

해설

$\overline{AE}=\overline{BF}=\overline{CG}=\overline{DH}$이므로 $\overline{EH}=\overline{EF}=\overline{FG}=\overline{GH}$이다.
또한 $\angle AEH = \angle EFB$, $\angle AHE = \angle BEF$이므로 $\angle EFG = 90°$이다.
따라서 □EFGH는 정사각형이고, $\angle x = 45°$이다.

12. 다음 그림에서 □BDEC 의 넓이는 40cm^2 이고, △ADE 의 넓이는 16cm^2 일 때, △BEC 의 넓이는?

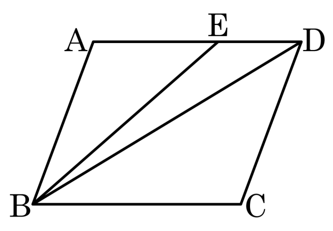


① 24cm^2 ② 26cm^2 ③ 28cm^2
④ 30cm^2 ⑤ 32cm^2

해설

△ADE = △BDE,
△BEC = □BDEC − △BDE 이므로
△BEC $= 40 - 16 = 24(\text{cm}^2)$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3 : 2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



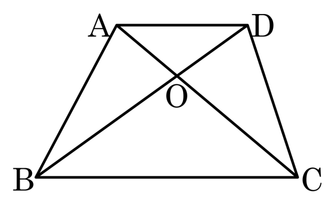
① 10cm^2 ② 12cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \dfrac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \dfrac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \dfrac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

14. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle DOC = 12cm^2$ 이다. 사다리꼴 ABCD 의 넓이는?

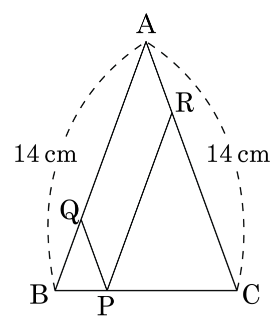


① $32cm^2$ ② $48cm^2$ ③ $54cm^2$
④ $63cm^2$ ⑤ $72cm^2$

해설

$1 : 2 = \triangle AOD : 12cm^2$, $\triangle AOD = 6cm^2$
$\triangle DOC = \triangle AOB = 12cm^2$, $1 : 2 = 12cm^2 : \triangle BOC$, $\triangle BOC = 24cm^2$
$\square ABCD = 6 + 12 + 12 + 24 = 54(cm^2)$

15. 오른쪽 그림에서 삼각형ABC는 $\overline{AB} = \overline{AC} = 14\,\text{cm}$인 이등변삼각형이고 $\overline{AB} /\!/ \overline{RP}$, $\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$일 때, 사각형 AQPR의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 28 cm

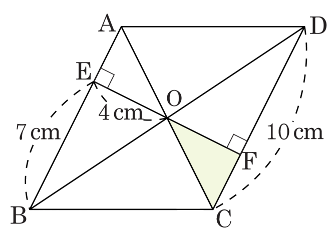
해설

사각형 AQPR은 평행사변형이므로
$\overline{AQ} = \overline{RP}$, $\overline{AR} = \overline{QP}$

또한 이등변삼각형이므로 $\angle B = \angle C$
$\overline{QP} /\!/ \overline{AR}$이므로 $\angle C = \angle BPQ$(동위각)
$\therefore$ $\triangle QBP$는 이등변삼각형
같은 방법으로 하면 $\triangle RPC$도 이등변삼각형

따라서 □AQPR의 둘레의 길이는
$\overline{AQ} + \overline{QP} + \overline{PR} + \overline{AR}$
$= \overline{AQ} + \overline{QB} + \overline{RC} + \overline{AR}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 \times 2$
$= 28(\text{cm})$

16. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$와 수직으로 만나는 점을 각각 E, F라 하자. 이 때, $\triangle OCF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $6\ \underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle OAE$와 $\triangle OCF$에서

평행사변형의 성질에 의하여 $\overline{OA} = \overline{OC}$

$\angle AEO = \angle CFO = 90°$(엇각)

$\angle AOE = \angle COF$(맞꼭지각)

$\therefore \triangle OAE \equiv \triangle OCF$ (RHA 합동)

$\therefore\ \overline{OE} = \overline{OF} = 4(\text{cm})$

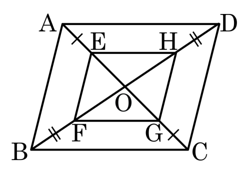
$\overline{AE} + 7 = 10$, $\overline{AE} = 3(\text{cm})$

$\overline{CF} = \overline{AE}$이므로

$\therefore\ \overline{CF} = 3(\text{cm})$

따라서 $\triangle OCF$의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 3 = 6(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AE}=\overline{CG}, \overline{BF}=\overline{DH}$ 일 때, □EFGH 는 평행사변형이 된다. 그 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

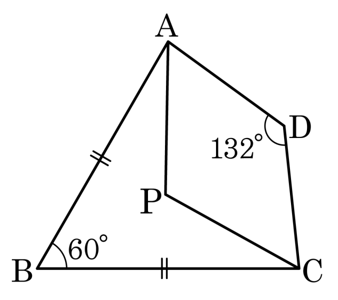
④ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

$\overline{AO}=\overline{CO}, \overline{AE}=\overline{CG}$ 이므로 $\overline{EO}=\overline{GO}$
$\overline{BO}=\overline{DO}, \overline{BF}=\overline{DH}$ 이므로 $\overline{FO}=\overline{HO}$
따라서 사각형 EFGH 는 평행사변형이다.

18. 다음 그림에서 □APCD는 마름모이다. $\overline{AB}=\overline{BC}$일 때, $\angle BAD$의 크기를 구하여라.

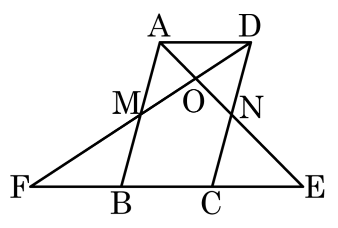


① 84° ② 89° ③ 91° ④ 93° ⑤ 95°

해설

$\overline{AC}$를 그으면
$\angle DAC=(180°-132°)\div 2=24°$
$\angle BAC=(180°-60°)\div 2=60°$
$\therefore\ \angle BAD=60°+24°=84°$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 변 AB, CD 의 중점이고, 변 BC 의 연장선과 두 직선 AN, DM 이 만나는 점을 각각 E, F 라 한다. 삼각형 OEF 의 넓이가 81 일 때, 사각형 CDMB 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$\angle AND = \angle CNE$ (맞꼭지각)

$\overline{DN} = \overline{CN}$, $\angle ADN = \angle NCE$ (선분 AD 와 CE 가 평행하므로)

$\therefore\ \triangle AND \equiv \triangle NCE$ (ASA 합동)

같은 방법으로 $\triangle AMD \equiv \triangle MBF$ (ASA 합동)

$\triangle OEF$

$= \triangle OMN + \square MNCB + \triangle MBF + \triangle NCE$

$= \triangle OMN + \square MNCB + \triangle AMD + \triangle AND$

$= \square ABCD + \triangle AOD$

그런데 선분 AM 과 DN 이 평행하고, 길이가 같으므로 □MNCB 는 평행사변형이다. 또한 점 O는 두 대각선의 교점이므로

$$\begin{aligned}\triangle AOD &= \frac{1}{4}\square MNCB \\ &= \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{8}\square ABCD\end{aligned}$$

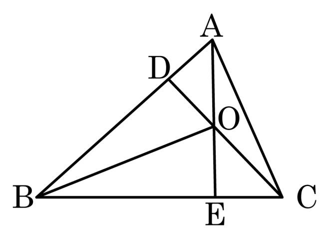
$\triangle OEF = \square ABCD + \triangle AOD$ 에서

$81 = \frac{9}{8}\square ABCD \qquad \therefore\ \square ABCD = 72$

$$\begin{aligned}\triangle ADM &= \frac{1}{2}\square AMND \\ &= \frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \square CDMB &= \square ABCD - \triangle ADM \\ &= \frac{3}{4}\square ABCD \\ &= 72\times\frac{3}{4} \\ &= 54\end{aligned}$$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{DO} : \overline{OC} = 2 : 3$, $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 3$이다. $\triangle AOD$의 넓이가 20일 때, $\triangle ABC$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 200

해설

$\triangle ADO$와 $\triangle ACO$에서 높이는 같고 밑변은 $2 : 3$이므로

$\triangle ADO = \triangle ADC \times \dfrac{2}{2+3} = 20$

$\therefore\ \triangle ADC = 50$

$\triangle CAD$와 $\triangle CBD$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 3$ 이므로

$\triangle CAD = \triangle ABC \times \dfrac{1}{1+3} = 50$

$\therefore\ \triangle ABC = 200$