

1. 복소수  $\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i}$  가 실수가 되도록 하는 실수  $a$  의 값은?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1+i} + \frac{a-i}{1-i} &= \frac{(3+i)(1-i) + (1+i)(a-i)}{(1+i)(1-i)} \\ &= \frac{4-2i + (a+1) + (a-1)i}{2} \\ &= \frac{a+5 + (a-3)i}{2}\end{aligned}$$

위의 식이 실수가 되려면 허수 부분이 0이어야 하므로  $a-3=0$   
 $\therefore a=3$

2.  $(x-3) + (y-2)i = 2 + 5i$ 를 만족하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $2x + y$ 의 값은? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 10

② 12

③ 15

④ 17

⑤ 20

해설

$$x - 3 = 2, y - 2 = 5$$

$$\therefore x = 5, y = 7$$

$$\therefore 2x + y = 17$$

3. 다음 계산 중 틀린 것은?

①  $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i$

②  $i^3 + i^4 + i^5 + i^6 = 0$

③  $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 4$

④  $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = 3\sqrt{2}i$

⑤  $-16$  의 제곱근은  $\pm 4i$

해설

①  $5i \times (-2i) \times i^3 = -10i^5 = -10(i^2)^2 \times i = -10i$

②  $i^3 + i^4 + i^5 + i^6$   
 $= (i^2) \times i + (i^2)^2 + (i^2)^2 \times i + (i^2)^3$   
 $= -i + 1 + i - 1$   
 $= 0$

③  $\sqrt{-8} \times \sqrt{-2} = 2\sqrt{2}i \times \sqrt{2}i = -4$

④  $\sqrt{-2} + \sqrt{-8} = \sqrt{2}i + 2\sqrt{2}i = 3\sqrt{2}i$

⑤  $-16$  의 제곱근은  $\pm\sqrt{-16} = \pm 4i$

4. 이차방정식  $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?  
(단,  $m$ 은 상수)

① 3              ② 2              ③ 0              ④ -1              ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에  $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

5. 이차방정식  $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수  $k$ 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

6.  $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

-2,  $-\sqrt{2}$ ,  $2i$ ,  $-2i$ ,  
 $3i$ ,  $-3i$ ,  $1-i$ ,  $1+i$

- ① 1개      ② 2개      ③ 3개      ④ 4개      ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉  $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.  
 $\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$  4개,  
 $2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로  
(실수) $^2 \geq 0$ ,  $(1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

7.  $z = \frac{2}{1-i}$  일 때,  $2z^2 - 4z - 1$  의 값을 구하면?

- ① -1      ② 2      ③ -3      ④ 4      ⑤ -5

해설

$$z = \frac{2}{1-i} = 1+i$$

$$\begin{aligned}\therefore 2z^2 - 4z - 1 &= 2(1+i)^2 - 4(1+i) - 1 \\ &= 4i - 4 - 4i - 1 \\ &= -5\end{aligned}$$

해설

$$z = 1+i, z-1 = i$$

양변을 제곱하고 정리하면

$$z^2 - 2z = -2$$

$$2z^2 - 4z - 1$$

$$= 2(z^2 - 2z)z - 1$$

$$= -4 - 1 = -5$$

8. 복소수  $z = 1 - i$  라고 할 때,  $wz + 1 = \bar{w}$  를 만족하는 복소수  $w$  의 실수부분을 구하면? (단,  $\bar{w}$  는  $w$  의 켤레복소수이다.)

① -2      ② -1      ③ 1      ④  $\frac{1}{2}$       ⑤ 2

해설

$w = a + bi$  라 하면

$$\begin{aligned}(a + bi)(1 - i) + 1 &= a - ai + bi + b + 1 \\ &= (a + b + 1) - (a - b)i \\ &= a - bi \text{ 에서}\end{aligned}$$

$$a + b + 1 = a, \therefore b + 1 = 0 \text{ 이므로 } b = -1$$

$$a - b = b \text{ 이므로 } a + 1 = -1 \text{ 에서 } a = -2$$

따라서  $w$  의 실수부분은 -2

9. 복소수  $z$ 의 켤레복소수  $\bar{z}$ 라 할 때  $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수  $z$ 를 구하면?

①  $z=2-3i$

②  $z=4-3i$

③  $z=6-3i$

④  $z=2+3i$

⑤  $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z=6-3i$$

10. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단,  $i = \sqrt{-1}$ )

보기

I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$   
II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$   
III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$   
IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① I, II

② I, III

③ II, III, IV

④ II, IV

⑤ III, IV

해설

I.  $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3i}\sqrt{3i} = \sqrt{9i^2} = -3$

∴ 옳지 않다.

II.  $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

III.  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

IV.  $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

11. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1)  $x(5x - 4) = 4(x - 1)$   
(2)  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 6 = 0$

- ① (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ② (1)  $\frac{3 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
③ (1)  $\frac{4 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{3} \pm \sqrt{6}i}{2}$       ④ (1)  $\frac{1 \pm 2i}{5}$ , (2)  $\frac{2\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$   
⑤ (1)  $\frac{4 \pm 3i}{5}$ , (2)  $\frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.  
(1)  $x(5x - 4) = 4(x - 1)$   
 $\therefore 5x^2 - 8x + 4 = 0$   
 $\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 20}}{5} = \frac{4 \pm 2i}{5}$   
(2)  $x = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{18 - 24}}{2} = \frac{3\sqrt{2} \pm \sqrt{6}i}{2}$

12. 이차식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가  $x$ 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면  
이차방정식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$   
이 중근을 갖는다.  
따라서,  $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$   
위의 식을 정리하면  
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$   
 $k^2 - 4k + 3 = 0$   
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서  
 $k = 1$  또는  $k = 3$

13.  $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^7 + \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$  을 간단히 하면?

① 0

②  $1-i$

③  $1+i$

④  $-2i$

⑤  $2i$

해설

$$\frac{1+i}{1-i} = \frac{2i}{2} = i, \frac{1-i}{1+i} = \frac{1}{i} = -i$$

$$\therefore (\text{준식}) = (i)^7 + (-i)^8 = -i + 1$$

14.  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^n = 1$  을 만족하는 최소의 자연수  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $n = 4$

해설

$$\frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = \frac{-2i}{2} = -i \text{ 에서}$$

$$n = 1 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^1 = -i$$

$$n = 2 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^2 = (-i)^2 = -1$$

$$n = 3 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^3 = (-i)^3 = i$$

$$n = 4 \text{ 일 때, } \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^4 = (-i)^4 = 1$$

따라서 조건을 만족하는 최소의 자연수는 4이다.

15.  $\alpha, \beta$  가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단,  $\bar{\beta}$  는  $\beta$  의 켤레복소수이고  $i = \sqrt{-1}$  )

보기

- ㉠  $\alpha = \bar{\beta}$  이면  $\alpha + \beta, \alpha\beta$  는 모두 실수이다.
- ㉡  $\alpha = \bar{\beta}$  일 때,  $\alpha\beta = 0$  이면  $\alpha = 0$  이다.
- ㉢  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$  이면  $\alpha = 0, \beta = 0$  이다.

- ① ㉠                      ② ㉠, ㉡                      ③ ㉡, ㉢  
④ ㉠, ㉢                      ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- $\alpha = a + bi \Rightarrow \bar{\beta} = a + bi$   
㉠  $\alpha + \beta = (a + bi) + (a - bi) = 2a$  는 실수 (T),  $\alpha\beta = a^2 + b^2 =$  실수  
㉡  $\alpha\beta = a^2 + b^2 = 0 \Rightarrow a = 0, b = 0$   
 $\therefore \alpha = 0$  (T)  
㉢ 반례:  $\alpha = 1, \beta = i$  일 때,  $\alpha^2 + \beta^2 = 0$

16.  $z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i}$  일 때  $z^5 + 3z$  를 간단히 하면?

①  $1 + \sqrt{3}i$

②  $2 + \sqrt{3}i$

③  $3 + \sqrt{3}i$

④  $2 + 2\sqrt{3}i$

⑤  $3 + 3\sqrt{3}i$

해설

$$z = \frac{2}{1 - \sqrt{3}i} \text{ 에서 } z^2 - z + 1 = 0 \therefore z^3 = -1$$

$$z^5 + 3z = -z^2 + 3z = -(z - 1) + 3z = 1 + 2z$$

$$z = \frac{1 + \sqrt{3}i}{2} \text{ 이므로 } 1 + 2z = 2 + \sqrt{3}i$$

17. 방정식  $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한  $a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

18.  $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i)  $x < -1$ 일 때,  
 $-x-1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$  (모순)  
ii)  $-1 \leq x < 2$ 일 때,  
 $x+1-x+2=x+3$   
 $\therefore x = 0$   
iii)  $x \geq 2$ 일 때,  
 $x+1+x-2=x+3$   
 $\therefore x = 4$

19.  $x$ 에 대한 방정식  $ix^2 + (1+i)x + 1 = 0$ 의 해를 구하여라. (단,  $x \neq i$ )

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

양변에  $-i$ 를 곱하면

$$(-i) \cdot ix^2 - i(1+i)x - i = 0$$

$$x^2 + (1-i)x - i = 0$$

$$(x-i)(x+1) = 0$$

$$x \neq i \text{이므로 } x = -1$$

20. 방정식  $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i )  $x \geq 0$  일 때  
 $x^2 - 2x - 3 = 0, (x + 1)(x - 3) = 0$   
 $x = -1$  또는  $x = 3$   
그런데  $x \geq 0$  이므로  $x = 3$   
ii )  $x < 0$  일 때  
 $x^2 + 2x - 3 = 0, (x - 1)(x + 3) = 0$   
 $x = 1$  또는  $x = -3$   
그런데  $x < 0$  이므로  $x = -3$   
( i ), ( ii ) 에서  $x = 3$  또는  $x = -3$   
따라서 근의 합은 0이다.

21.  $0 < x < 2$  일 때, 방정식  $2x^2 - x - 3[x] = 0$  의 모든 해의 합은? (단,  $[x]$  는  $x$  를 넘지 않는 최대 정수이다.)

① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

해설

$2x^2 - x - 3[x] = 0$  에서  $0 < x < 2$  이므로

( i )  $0 < x < 1$  일 때,  $[x] = 0$  이므로

$$2x^2 - x = 0, x(2x - 1) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = \frac{1}{2}$$

그런데  $0 < x < 1$  이므로  $x = \frac{1}{2}$

( ii )  $1 \leq x < 2$  일 때,  $[x] = 1$  이므로

$$2x^2 - x - 3 = 0, (x + 1)(2x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } \frac{3}{2}$$

그런데  $1 \leq x < 2$  이므로  $x = \frac{3}{2}$

따라서 모든 해의 합은  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2$

22.  $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라고 할 때,  $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} &x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ &\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ &(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ &= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ &= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ &= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$

23. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ①  $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근 을 가진다.
- ②  $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.
- ③  $m = 0$  또는 4일 때,  $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.
- ④  $k \geq 1$ 일 때  $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다
- ⑤  $x^2 - 6x + a = 0$  은  $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

- ①  $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$
  - ②  $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$
  - ③  $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$
  - ⑤  $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$
- $\Rightarrow$  ④  $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

24. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 가  $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 를 만족할 때, 다음 [보기]의  $x$ 에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠  $ax^2 - bx + 1 = 0$
- ㉡  $x^2 - ax - b = 0$
- ㉢  $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉠, ㉢  
④ ㉡, ㉢                  ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로  $a < 0, b < 0$   
㉠  $ax^2 - bx + 1 = 0$ 에서  
 $D = b^2 - 4a > 0$   
㉡  $x^2 - ax - b = 0$ 에서  
 $D = a^2 + 4b$ 는 음수, 양수를 판별할 수 없다.  
㉢  $x^2 + 2(a+b)x + (a^2 + b^2) = 0$ 에서  
 $\frac{D}{4} = (a+b)^2 - (a^2 + b^2) = 2ab > 0$

25.  $x$ 에 대한 이차방정식  $x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$ 이  $m$ 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 실수  $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + (2m + a + b)x + m^2 + ab = 0$$

항상 중근을 가질 조건 : 판별식  $D = 0$

$$D = (2m + a + b)^2 - 4(m^2 + ab) = 0$$

$$4m^2 + a^2 + b^2 + 4ma + 2ab + 4mb - 4m^2 - 4ab = 0$$

$m$ 에 관해 식을 정리하면

$$(4a + 4b)m + (a^2 - 2ab + b^2) = 0$$

$$4a + 4b = 0, \quad a^2 - 2ab + b^2 = 0$$

$$\therefore a + b = 0$$