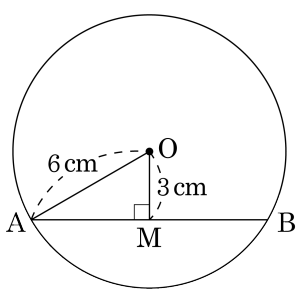
1. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$ 이고, $\overline{OA} = 6\,\text{cm}$, $\overline{OM} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

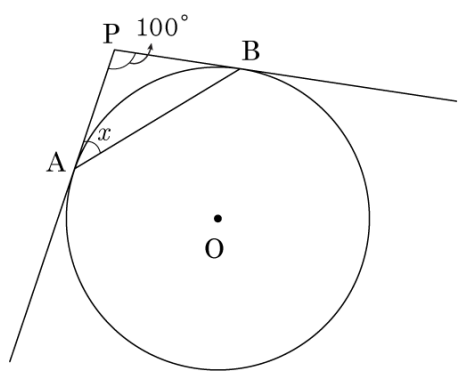
▷ 정답 : $6\sqrt{3}$ cm

해설

$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{36 - 9} = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ (cm)

$\therefore\ \overline{AB} = 2 \times \overline{AM} = 2 \times 3\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ (cm)

2. 선분 AP 와 선분 BP 가 각각 원 O 의 접선일 때 , ∠APB 의 크기가 $100°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



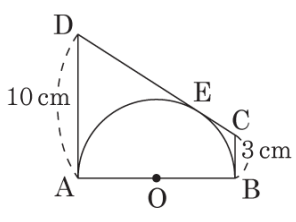
① $30°$ ② $32°$ ③ $35°$ ④ $40°$ ⑤ $50°$

해설

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로 $\triangle PAB$ 는 이등변삼각형이다.

$\therefore\ \angle x = (180° - 100°) \div 2 = 40°$

3. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{CD}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O 의 접선이다. $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$ 이고, $\overline{BC} = 3\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

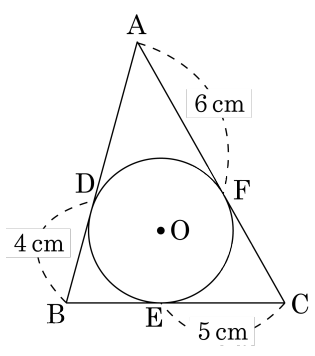
▷ 정답 : 13 cm

해설

$\overline{DE} = 10\ (\text{cm}),\ \overline{CE} = 3\ (\text{cm})$

$\therefore\ \overline{DC} = 10 + 3 = 13\ (\text{cm})$

4. 다음 그림과 같은 원 O가 △ABC의 각 변과 세 점 D, E, F에서 접하고 있다. $\overline{DB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CE} = 5\,\text{cm}$, $\overline{AF} = 6\,\text{cm}$ 일 때, △ABC의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 30 cm

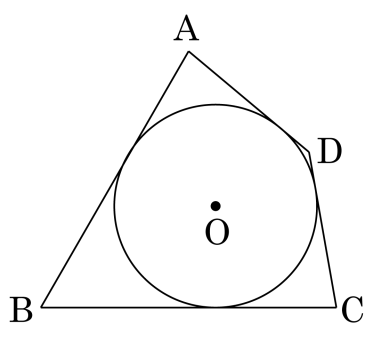
해설

$\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{BD} = \overline{BE}$, $\overline{CF} = \overline{CE}$ 이므로

$\overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} = 2(\overline{AF} + \overline{BD} + \overline{CE})$

$= 2(4 + 5 + 6) = 30(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 원 O 의 외접다각형이다. $\overline{AB} = 15$, $\overline{CD} = 8$ 일 때, $\overline{AD} + \overline{BC}$ 의 길이는?

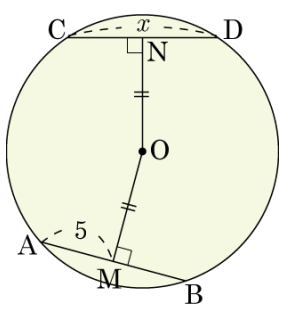


① 12 ② 15 ③ 16 ④ 19 ⑤ 23

해설

$$\begin{aligned}\overline{AD} + \overline{BC} &= \overline{AB} + \overline{CD} \\ &= 15 + 8 \\ &= 23\end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



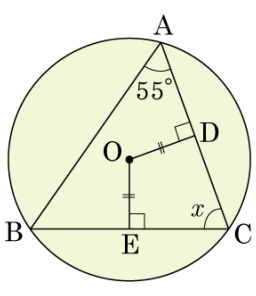
▶ 답:

▷ 정답: $x = 10$

해설

원의 중심으로부터 같은 거리에 있는 현의 길이는 같으므로 $\therefore x = 5 \times 2 = 10$

7. 다음 그림의 원 O 에서 $\angle CAB = 55°$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?

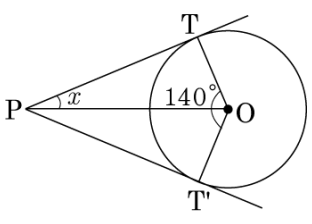


① $50°$ ② $55°$ ③ $60°$ ④ $65°$ ⑤ $70°$

해설

중심에서 현에 내린 수선의 길이가 같으므로
$\overline{AC} = \overline{BC}$, 따라서 $\triangle ABC$ 는 이등변삼각형
$\therefore x = 180° - 55° \times 2 = 70°$

8. 다음 그림에서 직선 $\overline{PT}$, $\overline{PT'}$은 원 O의 접선이고, $\angle TOT' = 140°$ 일 때, $\angle TPO$ 의 크기는?



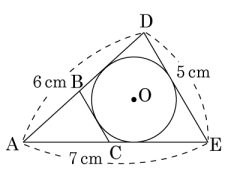
① $10°$ ② $20°$ ③ $30°$ ④ $35°$ ⑤ $40°$

해설

$\triangle POT \equiv \triangle POT'$ (RHS 합동)

$\therefore x = \frac{1}{2}(180° - 140°) = 20°$

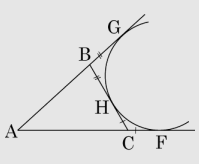
9. 다음 그림에서 원 O 는 △ADE 의 내접원이고, $\overline{BC}$ 는 원 O 에 접한다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AE} = 7\text{cm}$, $\overline{DE} = 5\text{cm}$ 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하시오.



▶ 답 : cm

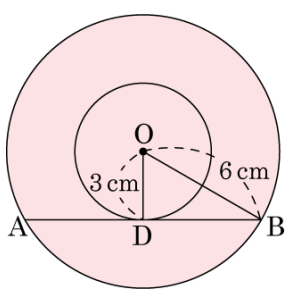
▷ 정답 : 8 cm

해설



원 O 와 $\overline{AE}$ 의 접점을 F 라 하면
△ABC 의 둘레= $2\overline{AF}$
$\overline{AF}$ 의 길이를 x 라 하면
$(7-x)+(6-x)=5$
$\therefore x=4$
$\therefore$ △ABC 둘레= 8

10. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 의 길이는? (단, $\overline{AB}$ 는 작은 원의 접선이다.)



① $3\sqrt{3}\,\text{cm}$ ② $4\sqrt{3}\,\text{cm}$ ③ $6\sqrt{5}\,\text{cm}$

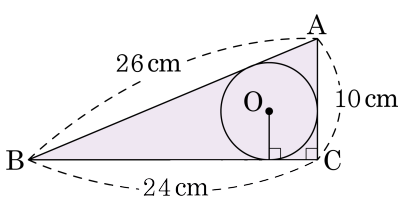
④ $3\sqrt{5}\,\text{cm}$ ⑤ $6\sqrt{3}\,\text{cm}$

해설

$\overline{BD} = \sqrt{6^2 - 3^2} = 3\sqrt{3}(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = 2\overline{BD} = 3\sqrt{3} \times 2 = 6\sqrt{3}(\text{cm})$

11. 다음 그림의 원 O는 $\overline{AB} = 26\text{cm}$, $\overline{BC} = 24\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\text{cm}$이고 $\angle C = 90°$인 직각삼각형에 내접하고 있다. 내접원 O의 반지름의 길이는?



① 1cm ② $\frac{3}{2}$cm ③ 2cm ④ $\frac{7}{2}$cm ⑤ 4cm

해설

원 O와 직각삼각형 ABC의 접점을 각각 D, E, F라고 하고, 원의 반지름을 r라고 하자. □CFOE가 정사각형이므로

$\overline{CF} = \overline{CE} = r(\text{cm})$

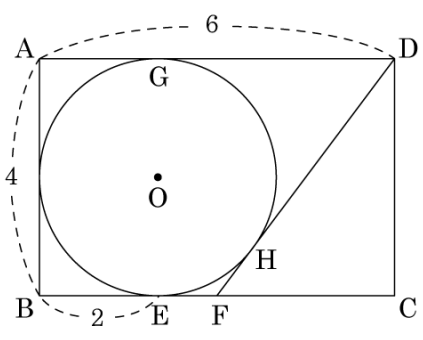
$\overline{BD} = \overline{BE} = \overline{BC} - \overline{CE} = 24 - r(\text{cm})$

$\overline{AD} = \overline{AF} = \overline{AC} - \overline{CF} = 10 - r(cm)$

$\overline{AB} = \overline{BD} + \overline{AD}$, $26 = (24 - r) + (10 - r)2r = 8$

$\therefore r = 4(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 세 변의 접하는 원 O 가 있다. $\overline{DF}$ 가 원의 접선이고 세 점 E, G, H 가 접점일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AG}$ 의 길이는 2 이다.

② $\overline{DH}$ 의 길이의 길이는 4 이다.

③ $\overline{EF} = 1$ 이다.

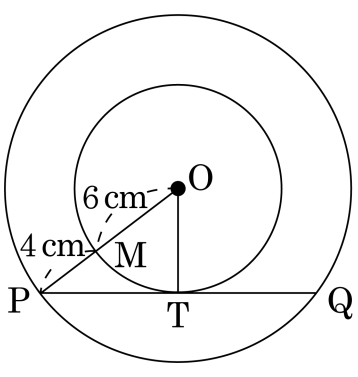
④ $\overline{CF} = 4$ 이다.

⑤ $\triangle CDF$ 의 넓이는 6 이다.

해설

③ $\overline{EF} = x$ 라 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는
$\overline{CF} = (4 - x)$, $\overline{DF} = (4 + x)$ 이므로 피타고라스의 성질에 의해
$(4 + x)^2 = 4^2 + (4 - x)^2$
$\therefore x = 1$
④ $\overline{CF} = 4 - 1 = 3$
⑤ $\frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$

13. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 $\overline{OP}$ 가 작은 원과 만나는 점을 M , 큰 원의 현 $\overline{PQ}$ 가 작은 원과 만나는 점을 T 라 하자. $\overline{OM} = 6\,\text{cm}, \overline{PM} = 4\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

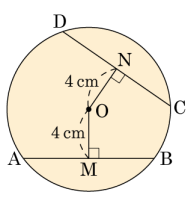


① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

$\overline{OT} = 6(\text{cm})$ 이고 $\angle OTP = 90°$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 $\overline{OM} \perp \overline{AB}$, $\overline{ON} \perp \overline{CD}$, $\overline{OM} = \overline{ON} = 4\text{cm}$, $\overline{AB} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{OC}$ 의 길이는?



① $4\sqrt{10}\text{cm}$ ② $2\sqrt{10}\text{cm}$ ③ $8\sqrt{2}\text{cm}$

④ $16\sqrt{2}\text{cm}$ ⑤ $4\sqrt{2}\text{cm}$

해설

$\overline{AB} = \overline{CD}, \overline{ON} = 4\text{cm}$ 이므로

$\triangle ONC$에서 $\overline{OC} = \sqrt{12^2 + 4^2} = 4\sqrt{10}(\text{cm})$

15. 다음 그림과 같이 원의 두 현 AB, CD 의 교점을 P라 할 때, $\overline{AP}=8\,\text{cm}$, $\overline{AC}=10\,\text{cm}$, $\angle CPB=90^\circ$이다. $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}}$

▷ 정답 : $\frac{40}{3}$ $\underline{\text{cm}}$

해설

$\overline{AP}=\overline{BP}=8\ (\text{cm})$

$\triangle CAP\equiv\triangle CBP$(SAS합동)

$\triangle BCD$ 에서

$\angle CBD=90^\circ$ 이므로

$\triangle PCA\backsim\triangle PBD$(AA닮음)

$\overline{CP}=\sqrt{10^2-8^2}=\sqrt{36}=6\ (\text{cm})$

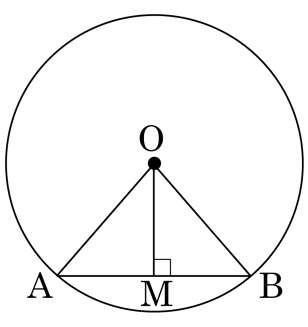
$\overline{PC}:\overline{PB}=\overline{CA}:\overline{BD}$ 에서

$6:8=10:x$

$6x=80$

$\therefore\ x=\frac{40}{3}\ (\text{cm})$

16. 다음은 원의 중심에서 현에 수선을 그었을 때, 그 현이 이등분됨을 설명한 것이다. ( ) 안에 알맞은 것을 순서대로 나열하면?



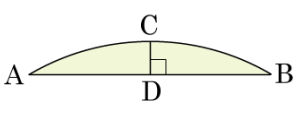
△OAM 과 △OBM 에서
$\overline{OA}$ = (㉠) (∵ 원의 반지름)
∠OMA = ∠OMB = 90°
$\overline{OM}$ 은 공통이므로 △OAM ≡ (㉡)
∴ $\overline{AM}$ = (㉢)
따라서 원의 중심에서 현에 내린 수선은 그 현을 이등분한다.

① ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ △OAB ㉢ $\overline{BM}$
② ㉠ $\overline{OM}$ ㉡ △OBM ㉢ $\overline{BM}$
③ ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ △OBM ㉢ $\overline{AB}$
④ ㉠ $\overline{OB}$ ㉡ △OBM ㉢ $\overline{BM}$
⑤ ㉠ $\overline{AB}$ ㉡ △OBM ㉢ $\overline{BM}$

해설

△OAM 과 △OBM 에서 $\overline{OA}$ = $\overline{OB}$ (∵ 원의 반지름), ∠OMA = ∠OMB = 90° ,
$\overline{OM}$ 은 공통이므로 △OAM ≡ △OBM
∴ $\overline{AM}$ = $\overline{BM}$

17. 다음 그림에서 5.0pt$\overset{\frown}{AB}$ 는 지름의 길이가 16cm 인 원의 일부이다. $\overline{AB} = 8$cm 이고 $\overline{CD}$ 의 연장선이 원의 중심을 지날 때, $\overline{CD}$ 의 길이는?



① $(2-\sqrt{2})$cm ② $(2\sqrt{5}-4)$cm ③ 3cm

④ $(8-4\sqrt{3})$cm ⑤ $(6+2\sqrt{3})$cm

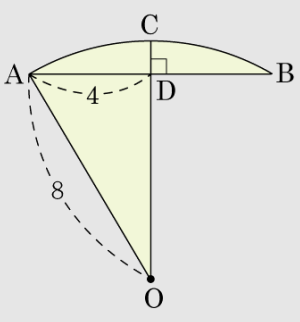
해설

원의 중심을 O 라 하면 $\overline{AO} = 8\,\text{cm}$

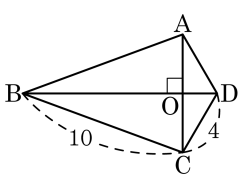
$\overline{AB} = 8\,\text{cm}$ 이므로 $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$

$\overline{DO} = \sqrt{8^2-4^2} = 4\sqrt{3}(\,\text{cm})$

$\therefore \overline{CD} = (8-4\sqrt{3})\,\text{cm}$



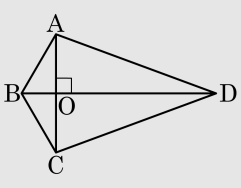
18. 다음 그림의 □ABCD에서 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 일 때, $\overline{AB}^2 - \overline{AD}^2$ 의 값은?



① 6 ② 36 ③ 54

④ 64 ⑤ 84

해설

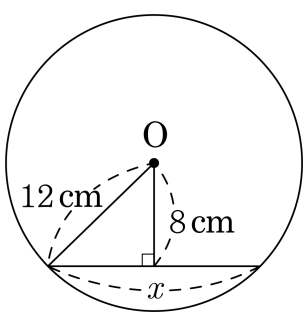


대각선이 직교하는 사각형에서는 다음 관계가 성립한다. $\overline{AB}^2 + \overline{CD}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{DA}^2$

$\therefore \overline{AB}^2 + 4^2 = 10^2 + \overline{AD}^2$

$\therefore \overline{AB}^2 - \overline{AD}^2 = 100 - 16 = 84$

19. 다음 그림의 원 O 에서 x 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

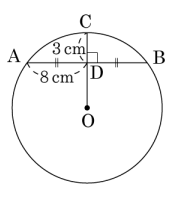
▷ 정답 : $8\sqrt{5}$ cm

해설

$\frac{1}{2}x = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

$\therefore\ x = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5}\ (\text{cm})$

20. 다음 그림에서 $\overline{AD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 3\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?

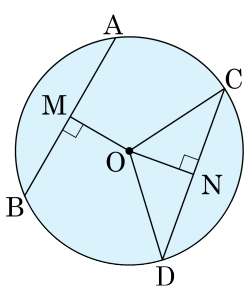


① $\frac{71}{6}\text{cm}$ ② 12cm ③ $\frac{73}{6}\text{cm}$
④ $\frac{37}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{25}{2}\text{cm}$

해설

$\overline{OA} = x$ 라고 하면 $\triangle OAD$ 에서
$x^2 = 8^2 + (x-3)^2$
$x^2 = 64 + x^2 - 6x + 9$
$6x = 73$
따라서 $x = \frac{73}{6}(\text{cm})$ 이다.

21. 다음 그림의 원 O 에서 $\overline{AB} \perp \overline{OM}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이다. $\overline{AM} = 6\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 넓이는?



① $41\pi\text{cm}^2$ ② $49\pi\text{cm}^2$ ③ $56\pi\text{cm}^2$

④ $60\pi\text{cm}^2$ ⑤ $64\pi\text{cm}^2$

해설

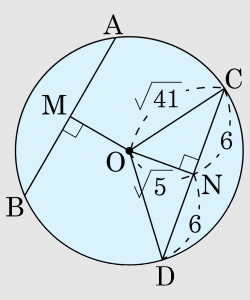
$\overline{AB} = \overline{CD}$ 이므로 $\overline{OM} = \overline{ON} = \sqrt{5}\text{cm}$ 이다.

피타고라스 정리에 의해

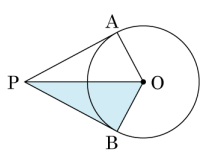
$\overline{OC} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 6^2} = \sqrt{41}\,\text{cm}$

따라서 원의 넓이는

$\pi(\sqrt{41})^2 = 41\pi(\text{cm}^2)$ 이다.



22. 다음 그림에서 $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선이고 $\overline{OP} = 9cm$, $\overline{OA} = 5cm$ 일 때, $\triangle OPB$ 의 넓이는?



① $5\sqrt{7}cm^2$ ② $5\sqrt{14}cm^2$ ③ $\frac{5\sqrt{14}}{2}cm^2$

④ $2\sqrt{14}cm^2$ ⑤ $10\sqrt{7}cm^2$

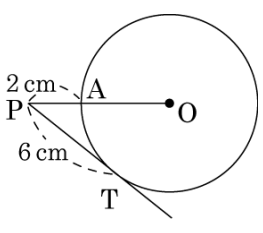
해설

$\overline{OA} = \overline{OB} = 5cm$ 이고, $\overline{OB} \perp \overline{PB}$ 이므로 $\triangle OPB$ 는 직각삼각형이다.

$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14}(cm)$

$\overline{PA} = \overline{PB}$이므로 $\triangle OPB = 2\sqrt{14} \times 5 \times \frac{1}{2} = 5\sqrt{14}(cm^2)$

23. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O 의 접선이고 점 T 는 접점이다. $\overline{PT}=6\,\text{cm}, \overline{PA}=2\,\text{cm}$ 일 때, 원 O 의 반지름의 길이는?



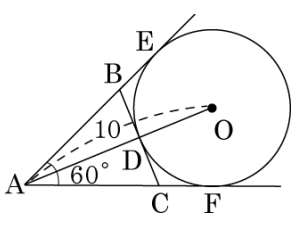
① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm

④ 8 cm ⑤ 12 cm

해설

$\overline{AO}=\overline{TO}=r$ 이라 하면,
$\overline{OP^2}=\overline{PT^2}+\overline{OT^2}$ 에 의하여
$(r+2)^2=36+r^2 \therefore r=8$

24. 다음 그림에서 점 D, E, F 는 각각 원 O 와 △ABC 의 $\overline{BC}$, 그리고 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 연장선과의 교점이다. △ABC 의 둘레의 길이는?



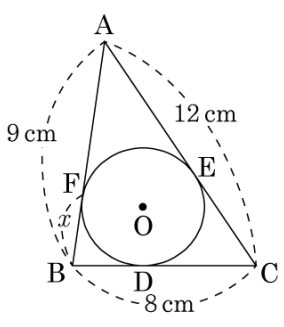
① $2\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ 10 ④ $10\sqrt{2}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

$\overline{AF} : 10 = \sqrt{3} : 2$, $\overline{AF} = 5\sqrt{3}$

(△ABC 의 둘레)$= \overline{AF} + \overline{AE} = 2\overline{AF} = 10\sqrt{3}$

25. 다음 그림에서 원 O 는 △ABC 의 내접원일 때, $\overline{BF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $\frac{5}{2}$ cm

해설

$$\begin{aligned}\overline{AC} &= \overline{AE} + \overline{EC} \\ &= (9 - x) + (8 - x) \\ &= 17 - 2x \\ &= 12\end{aligned}$$

$\therefore \overline{BF} = x = \frac{5}{2}(\text{cm})$