

1.  $x$ 에 대한 다항식  $x^3 + kx^2 + kx - 1$ 을  $x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_1(x)$ ,  $R_1$ ,  $x + 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를  $Q_2(x)$ ,  $R_2$ 라 할 때,  $R_1 = R_2$ 를 만족하는 실수  $k$ 의 값을 구하면?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}x^3 + kx^2 + kx - 1 &= (x - 2)Q_1(x) + R_1 \\ &= (x + 2)Q_2(x) + R_2\end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } R_1 = 8 + 4k + 2k - 1 = 6k + 7$$

$$x = -2 \text{ 대입, } R_2 = -8 + 4k - 2k - 1 = 2k - 9$$

$$R_1 = R_2 \text{ 이므로 } 6k + 7 = 2k - 9$$

$$\therefore k = -4$$

2.  $a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$  을 인수분해하면?

①  $-(a-b)(b-c)(c-a)$

②  $(a-b)(b-c)(a-c)$

③  $-(b-a)(b-c)(c-a)$

④  $(a-b)(b-c)(c-a)$

⑤  $(a-b)(b-c)(c+a)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (c-b)a^2 + (b^2 - c^2)a + bc(c-b) \\&= (c-b)\{a^2 - (c+b)a + bc\} \\&= (c-b)(a-b)(a-c) \\&= (a-b)(b-c)(c-a)\end{aligned}$$

3.  $z = (1 + i)x^2 + (2 - i)x - 8 - 2i$ 에 대하여  $z^2 < 0$ 을 만족하는 실수  $x$ 의 값을 구하면?(단,  $i = \sqrt{-1}$ )

- ① -4      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 6

해설

$$z = (x^2 + 2x - 8) + (x^2 - x - 2)i$$

$$= (x - 2)(x + 4) + (x + 1)(x - 2)i$$

그런데,  $z^2 < 0$ 에서  $z$ 는 순허수이므로

$$\therefore x = -4$$

4. 복소수  $z = 1 + 4i$  일 때,  $\overline{x(2-i) + y(1-i)} = \bar{z}$ 가 성립하도록 하는 실수  $x, y$ 에 대하여  $x + y$ 의 값은? (단,  $\bar{z}$ 는 복소수  $z$ 의 켤레복소수이고,  $i = \sqrt{-1}$ )

① 0

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 6

### 해설

$z = 1 + 4i$ 이므로  $\bar{z} = 1 - 4i$ 이다.

주어진 등식의 좌변을 정리하면

$$\begin{aligned}\overline{x(2-i) + y(1-i)} &= \overline{x(2-i)} + \overline{y(1-i)} \\ &= x(2+i) + y(1-i)\end{aligned}$$

$$\therefore x(2+i) + y(1-i) = 1 - 4i$$

$$(2x + y) + (x - y)i = 1 - 4i$$

복소수가 서로 같을 조건에서

$$2x + y = 1, x - y = -4$$

위 두 식을 연립하여 풀면  $x = -1, y = 3$

$$\therefore x + y = 2$$

5.  $z = \frac{1-i}{1+i}$  일 때,  $z^{100} + \frac{1}{z^{100}}$  의 값을 구하여라. ( $i = \sqrt{-1}$ )

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$z = \frac{1-i}{1+i} = -i$$

$$z^{100} + \frac{1}{z^{100}} = (-i)^{100} + \frac{1}{(-i)^{100}} = 1 + 1 = 2$$

6. 복소수  $z$ 의 켤레복소수를  $\bar{z}$ 라 할 때,  $(1 + 2i)z + 5(1 - \bar{z}i) = 0$  을 만족시키는 복소수  $z$ 는?

①  $1 + 3i$

②  $1 - 3i$

③  $\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$

④  $\frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$

⑤  $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}i$

### 해설

$z = a + bi$  ( $a, b$  는 실수)라 놓으면  $\bar{z} = a - bi$

따라서, 준식은  $(1 + 2i)(a + bi) + 5\{1 - (a - bi)i\} = 0$

$$\therefore a - 7b + 5 + (b - 3a)i = 0$$

그런데,  $a, b$ 가 실수이므로

$$a - 7b + 5 = 0, b - 3a = 0$$

$$\text{이들을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{4}, b = \frac{3}{4}$$

$$\therefore z = \frac{1}{4} + \frac{3}{4}i$$

7. 이차방정식  $x^2 - 2kx + 9 = 0$ 의 두 근의 비가  $1 : 3$ 이 되도록 상수  $k$ 의 값을 구하면?

①  $\pm 2\sqrt{2}$

②  $\pm 2\sqrt{3}$

③  $\pm 2\sqrt{5}$

④  $\pm 2\sqrt{6}$

⑤  $\pm 2$

해설

한 근을  $\alpha$ 라 하면 다른 한 근은  $3\alpha$

$$\therefore \text{두 근의 곱은 } 3\alpha^2 = 9 \quad \therefore \alpha = \pm\sqrt{3}$$

$$\text{두 근의 합은 } \alpha + 3\alpha = \pm 4\sqrt{3} = 2k$$

$$\therefore k = \pm 2\sqrt{3}$$

8.  $a + b + c = 7$ ,  $a^2 + b^2 + c^2 = 21$ ,  $abc = 8$  일 때,  $a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2$ 의 값은?

① 26

② 48

③ 84

④ 96

⑤ 112

해설

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$$

$$49 = 21 + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = 14$$

$$a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2 = (ab + bc + ca)^2 - 2abc(a + b + c)$$

$$= (14)^2 - 2(8 \times 7)$$

$$= 84$$

9.  $x + y = 2$ ,  $x^3 + y^3 = 14$  일 때,  $x^5 + y^5$  의 값을 구하면?

① 12

② 32

③ 52

④ 82

⑤ 102

해설

$$x^5 + y^5 = (x^2 + y^2)(x^3 + y^3) - x^2y^2(x + y) \cdots (*)$$

$$x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$\therefore 14 = 8 - 6xy$$

$$\therefore xy = -1 \cdots \cdots ①$$

$$x^3 + y^3 = 14 \cdots \cdots ②$$

$$x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy = 4 - 2(-1) = 6 \cdots \cdots ③$$

①, ②, ③을 (\*)에 대입하면

$$x^5 + y^5 = 6 \times 14 - 2 = 82$$

10. 함수  $f(x) = x^2 + px + q$ 와  $g(x)$ 는 유리수를 계수로 갖는 다항식이고,  $f(\sqrt{2}+1) = 0$ ,  $g(\sqrt{2}+1) = 2 + \sqrt{2}$ 이다. 이 때,  $g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 나머지는?



①  $x + 1$

②  $x - 1$

③  $-x + 1$

④  $-x - 1$

⑤  $2x + 1$

### 해설

$g(x)$ 를  $f(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$

나머지를  $ax + b$ 라 하면

$$g(x) = f(x)Q(x) + ax + b$$

$$\begin{aligned} g(\sqrt{2}+1) &= f(\sqrt{2}+1)Q(\sqrt{2}+1) + a(\sqrt{2}+1) + b \\ &= a(\sqrt{2}+1) + b \quad (\because f(\sqrt{2}+1) = 0) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + a\sqrt{2} = 2 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a = 1, b = 1$$

따라서 구하는 나머지는  $x + 1$

11. 다음 식을 인수분해 하면  $(x+py)(x+qy+r)^2$  이다. 이 때,  $p^2+q^2+r^2$  의 값을 구하여라.

$$[x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y]$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} & x^3 - y^3 + x^2y - xy^2 + 2x^2 - 2y^2 + x - y \\ &= (x-y)(x^2 + xy + y^2) + xy(x-y) + 2(x+y)(x-y) + (x-y) \\ &= (x-y)\{(x+y)^2 + 2(x+y) + 1\} \\ &= (x-y)(x+y+1)^2 \\ & p = -1, q = 1, r = 1 \\ & \therefore p^2 + q^2 + r^2 = 3 \end{aligned}$$

12.  $a + b + c = 0$  일 때,  $\frac{a^2 + 1}{bc} + \frac{b^2 + 1}{ac} + \frac{c^2 + 1}{ab}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{a(a^2 + 1) + b(b^2 + 1) + c(c^2 + 1)}{abc} \\ &= \frac{a^3 + b^3 + c^3 + a + b + c}{abc}\end{aligned}$$

그런데,  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$  이므로

$$\therefore \frac{a^3 + b^3 + c^3 + a + b + c}{abc} = \frac{3abc}{abc} = 3$$

13. 두 다항식  $x^2 + 4x + 2k$ 와  $x^2 + 3x + k$ 의 최대공약수가  $x$ 에 대한 일차식일 때, 상수  $k$ 값들의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

#### 해설

$A = x^2 + 4x + 2k$ ,  $B = x^2 + 3x + k$ 라고 하면  $A - B = x + k$

$A - B$ 는 최대공약수  $G$ 를 인수로 갖고,

주어진 조건에서 두 식의 최대공약수가 일차식이므로

두 식의 최대공약수는  $x + k$ 이다.

$A$ ,  $B$ 는 최대공약수  $x + k$ 를 인수로 가지므로

$A$ 에  $x = -k$ 를 대입하면

$$k^2 - 2k = 0, k(k - 2) = 0$$

$$\therefore k = 0 \text{ 또는 } k = 2$$

따라서,  $k$ 값들의 합은 2이다.

14.  $\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}}$ 가 성립할 때,

$\sqrt{(y-x+1)^2} + {}^3\sqrt{x^3 - y^3 - 3xy(x-y)} + |x|$ 를 간단히 하면?

①  $x - 1$

②  $-x + 1$

③  $2y - 3x + 1$

④  $3x - 2y - 1$

⑤  $-3x - 2y - 1$

해설

$$\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}} = -\sqrt{\frac{y}{x}} \text{ 일 때, } y \geq 0, x < 0$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= |y - x + 1| + {}^3\sqrt{(x - y)^3} + |x| \\ &= y - x + 1 + x - y - x = -x + 1 \end{aligned}$$

15.  $m$ 은 양의 정수이고,  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + m\sqrt{2} - 4 = 0$ 의 한 근은 정수이다. 이 때,  $m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

정수근을  $\alpha$ 라 하자

$$\alpha^2 - (3 + \sqrt{2})\alpha + m\sqrt{2} - 4 = 0$$

$$(m - \alpha)\sqrt{2} + \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

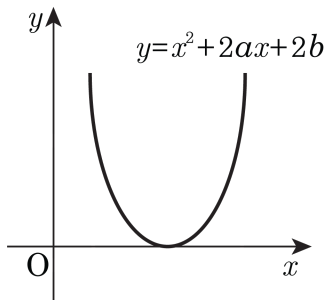
$$m = \alpha \text{ 그리고 } \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$(\alpha + 1)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -1 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

$m$ 이 양의 정수이므로  $\alpha = 4$ 에서  $m = 4$

16. 이차함수  $y = x^2 + 2ax + 2b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 방정식  $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$ 의 근에 대한 설명으로 옳은 것은?



- ① 서로 다른 양의 실근을 갖는다.
- ② 서로 다른 음의 실근을 갖는다.
- ③ 중근을 갖는다.
- ④ 서로 다른 부호의 실근을 갖는다.
- ⑤ 서로 다른 두 허근을 갖는다.

해설

㉠ 그래프에서 중근이므로  $a^2 - 2b = 0$

㉡  $x^2 - 2ax + b^2 + 2 = 0$

판별식  $\frac{D}{4} = a^2 - b^2 - 2 \leftarrow a^2 = 2b$

$= 2b - b^2 - 2$

$= -(b^2 - 2b + 2)$

$= -(b-1)^2 - 1 < 0$

$\therefore$  서로 다른 두 허근을 갖는다.

17. 방정식  $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때  $a^3 + b^3 - 3ab$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b$ 는 실수)

① 1

② -1

③ 2

④ -2

⑤ 0

### 해설

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - \{1 + (a + b)^2\} \cdot 2 \geq 0$$

$$-(a + b)^2 - 2(a + b) - 1 \geq 0$$

양변에  $-1$ 을 곱하면

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\{(a + b) + 1\}^2 \leq 0$$

그런데  $a, b$ 가 실수이므로  $a + b + 1 = 0$

$$\therefore a + b = -1$$

$$\begin{aligned}\therefore a^3 + b^3 - 3ab &= (a + b)^3 - 3ab(a + b) - 3ab \\ &= (-1)^3 - 3ab(-1) - 3ab \\ &= -1\end{aligned}$$

18. 자연수  $n$ 에 대하여 다항식  $f(x) = x^n(x^2 + ax + b)$ 를  $(x-2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $2^n(x-2)$ 일 때,  $f(x)$ 를  $x-3$ 으로 나눈 나머지는?

①  $2 \cdot 3^n$

②  $3^n$

③  $3^{n+1}$

④  $4 \cdot 3^n$

⑤  $3^2n$

해설

$$x^n(x^2 + ax + b) = (x-2)^2 Q(x) + 2^n(x-2)$$

$$x^n(x^2 + ax + b) = x^n(x-2)(x+\alpha) \text{ 이라 하면}$$

$$x^n(x-2)(x+\alpha)$$

$$= (x-2) \{ (x-2)Q(x) + 2^n \}$$

$$\therefore x^n(x+\alpha) = (x-2)Q(x) + 2^n$$

양변에  $x=2$ 를 대입하면

$$2^n(2+\alpha) = 2^n$$

$$2+\alpha = 1$$

$$\therefore \alpha = -1$$

$$x^2 + ax + b = (x-1)(x-2)$$

$$\therefore a = -3, b = 2$$

$$f(x) = x^n(x^2 - 3x + 2) \text{ 이므로}$$

$$f(3) = 3^n(9 - 9 + 2)$$

$$= 2 \times 3^n$$

19.  $x$ 에 대한 항등식  $x^{1997} + x + 1$ 을  $x^2 - 1$ 로 나누었을 때의 몫을  $Q(x)$ 라 할 때,  $Q(x)$ 의 모든 계수와 상수항의 합을 구하면?

- ① 997      ② 998      ③ 1997      ④  $\frac{1997}{2}$       ⑤  $\frac{1997}{3}$

해설

$$x^{1997} + x + 1 = (x^2 - 1)Q(x) + ax + b \text{라 하면}$$

$$x = 1 \text{ 일 때, } 3 = a + b$$

$$x = -1 \text{ 일 때, } -1 = -a + b$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

$$\therefore x^{1997} + x + 1 = (x^2 - 1)Q(x) + 2x + 1$$

$$x^{1997} - x = (x^2 - 1)Q(x)$$

$$x(x-1)(x^{1995} + x^{1994} + \cdots + x + 1)$$

$$= (x-1)(x+1)Q(x)$$

$$\therefore x(x^{1995} + x^{1994} + \cdots + x + 1) = (x+1)Q(x)$$

$Q(1)$ 이  $Q(x)$ 의 모든 계수의 합이므로  $x = 1$ 을 대입하면

$$2Q(1) = 1996 \quad \therefore Q(1) = \frac{1996}{2} = 998$$

20. 다항식  $f(x)$ 는 다항식  $g(x)$ 로 나누어떨어진다.  $f(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫을  $Q(x)$ 라 하고,  $Q(x)$ 를  $g(x)$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각  $h(x), r(x)$ 라고 할 때,  $f(x)$ 를  $\{g(x)\}^2$ 으로 나눈 몫과 나머지는?

- ① 몫  $Q(x)$ , 나머지  $r(x)$
- ② 몫  $h(x)$ , 나머지  $g(x)r(x)$
- ③ 몫  $Q(x)h(x)$ , 나머지  $h(x)r(x)$
- ④ 몫  $h(x)$ , 나머지  $r(x)$
- ⑤ 몫  $g(x)h(x)$ , 나머지  $g(x)r(x)$

### 해설

$$f(x) = g(x)Q(x) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$Q(x) = g(x)h(x) + r(x) \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡을 ㉠에 대입하면

$$f(x) = \{g(x)\}^2 h(x) + g(x)r(x)$$

$r(x)$ 가  $g(x)$ 보다 낮은 차수이므로  $g(x)r(x)$ 는  $\{g(x)\}^2$ 보다 낮은 차수이다.

따라서, 나머지는  $g(x)r(x)$ 이고 몫은  $h(x)$ 이다.

21. 이차함수  $y = ax^2 + bx + c$  는  $x = 2$  일 때, 최솟값이  $-2$  이다. 이 함수의 그래프가 제 3 사분면을 지나지 않을 때,  $a$  의 값이 될 수 있는 가장 작은 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

### 해설

$x = 2$  일 때 최솟값  $-2$  를 가진다.  $y = a(x - 2)^2 - 2$ . 또한 최솟값이 존재하므로,  $a > 0$  이다. 그래프가 제3 사분면을 지나지 않는다는 조건을 만족해야 하므로,  $y$  절편이 음이 아닌 실수이어야 한다.

따라서  $y$  절편  $= 4a - 2 \geq 0$ ,  $a \geq \frac{1}{2}$  이므로  $a$  의 값이 될 수 있는 가장 작은 정수는 1이다.

22.  $x$  가 실수일 때,  $f(x) = (x^2 + 4x + 6)(x^2 + 4x + 2) + 2x^2 + 8x + 10$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-2$

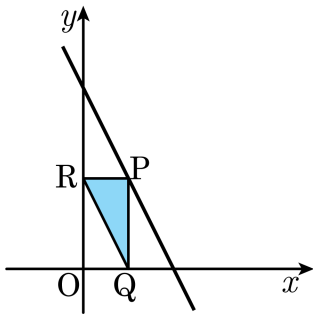
해설

$$t = x^2 + 4x + 2 = (x + 2)^2 - 2 \geq -2$$

$$\begin{aligned}\therefore f(x) &= g(t) = (t + 4)t + 2t + 6 \\ &= t^2 + 6t + 6 = (t + 3)^2 - 3\end{aligned}$$

$\therefore g(t)$  는  $t = -2$  일 때, 최솟값  $-2$  ( $\because t \geq -2$ )

23. 다음 그림과 같이 직선  $y = -2x + 6$  위의 점 P 에서  $x$  축,  $y$  축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때,  $\triangle PRQ$  의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



①  $\frac{9}{4}$

②  $\frac{7}{4}$

③  $\frac{5}{4}$

④  $\frac{9}{2}$

⑤  $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의  $x$  좌표를  $a$  라 하면

$$P(a, -2a + 6), Q(a, 0), R(0, -2a + 6)$$

$\triangle PRQ$  의 넓이를  $y$  라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$$

$$= -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{9}{4}$$

24. 연립방정식  $\begin{cases} xy + x + y = -5 \cdots \cdots \textcircled{1} \\ x^2 + xy + y^2 = 7 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대해

$x+y$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M+m$ 의 값을 구하면?

① 0

② 1

③ -1

④ 2

⑤ -2

### 해설

$x + y = u$ ,  $xy = v$ 로 놓으면

①은  $u + v = -5 \cdots \cdots \textcircled{3}$

②는  $u^2 - v = 7 \cdots \cdots \textcircled{4}$

③, ④에서  $v$ 를 소거하면

$$u^2 + u - 2 = 0$$

$$\therefore (u - 1)(u + 2) = 0$$

$u = 1$ 일 때,  $v = -6$ 이므로

$$t^2 - t - 6 = 0 \text{ 에서 } t = -2, 3$$

$u = -2$ 일 때,  $v = -3$ 이므로

$$t^2 + 2t - 3 = 0 \text{ 에서 } t = 1, -3$$

따라서, 구하는 근은

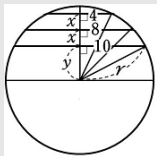
$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

$$\therefore M = 1, m = -2 \therefore M + m = -1$$

25. 같은 반원에 평행인 현  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  가 있다. 길이가 각각 20, 16, 8 이고,  $C_1$  과  $C_2$  의 거리와  $C_2$  와  $C_3$  의 거리가 같을 때, 이 원의 반지름은?

- ① 12  
 ②  $4\sqrt{7}$   
 ③  $\frac{5\sqrt{65}}{3}$   
 ④  $\frac{5\sqrt{22}}{2}$   
 ⑤ 주어진 조건만으로는 알 수 없다.

해설



그림과 같이 3 개의 직각삼각형에서

$$r^2 = y^2 + 10^2 \dots\dots ①$$

$$r^2 = (x + y)^2 + 8^2 \dots\dots ②$$

$$r^2 = (2x + y)^2 + 4^2 \dots\dots ③$$

$$② - ① : 0 = 2xy + x^2 - 36 \dots\dots ④$$

$$③ - ② : 0 = 2xy + 3x^2 - 48 \dots\dots ⑤$$

$$⑤ - ④ : 0 = 2x^2 - 12 \quad \therefore x = \sqrt{6}$$

이것을 ④ 또는 ⑤에 대입하면  $y = \frac{15}{\sqrt{6}}$

$$\therefore r = \sqrt{y^2 + 10^2} = \frac{5\sqrt{22}}{2}$$