

1. 이차방정식 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 $(x - p)^2 = q$ 의 꼴로 고쳤을 때, pq 의 값을 고르면? (단, p, q 는 상수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x = 2, \quad (x - 1)^2 = 2 + 1 = 3$$

$$p = 1, q = 3$$

$$\therefore pq = 3$$

2. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $4x^2 + 12x + 9$ 일 때, 한 변의 길이는?

① $2x + 1$

② $2x + 3$

③ $3x + 1$

④ $3x - 2$

⑤ $3x + 5$

해설

$4x^2 + 12x + 9 = (2x + 3)^2$ 이므로
따라서 한 변의 길이는 $2x + 3$ 이다.

3. 다음 보기의 이차방정식 중에서 $x = 2$ 를 해로 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x^2 + 2x = 0$

㉡ $(x + 2)(x - 2) = 0$

㉢ $x^2 - 4x + 4 = 0$

㉣ $x^2 + 6x - 3 = 0$

㉤ $(x - 1)^2 = 1$

① ㉠, ㉢, ㉤

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

$x = 2$ 를 각 방정식에 대입해서 성립하는 것을 찾으면 ㉡, ㉢, ㉤이다.

4. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

- ① $x = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$
④ $x = \frac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \frac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식 (꺾수 공식) 으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$$\therefore 3 < \sqrt{15} \text{ 이므로 양의 해는 } \frac{3 + \sqrt{15}}{3}$$

5. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하면?

$$0.3x^2 + 0.2x = 0.5$$

- ① -3 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{7}{8}$ ④ 2 ⑤ 5

해설

$$3x^2 + 2x = 5$$

$$3x^2 + 2x - 5 = 0$$

$$3(x-1)\left(x+\frac{5}{3}\right) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } -\frac{5}{3}$$

따라서 두 근의 곱은 $-\frac{5}{3}$ 이다.

6. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 54 개인 다각형의 변의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \text{ 이므로}$$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$\therefore n = 12 \text{ 또는 } n = -9$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } 12 \text{ 각형}$$

따라서 변의 수는 12 개이다.

7. 다음 유리화의 계산 과정이 옳지 않은 것을 구하여라.

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{12}} \times 4\sqrt{6} \div \sqrt{3} \\ = & \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} \\ = & 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} \\ = & 4\sqrt{\frac{2}{3}} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned} & = \frac{2}{2\sqrt{3}} \times 4\sqrt{6} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉠} (\text{O}) \\ & = 4\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{3}} \cdots \textcircled{㉡} (\text{O}) \\ & = \frac{4\sqrt{6}}{3} \cdots \textcircled{㉢} \end{aligned}$$

8. 두 식 $a^2b + ab - a - 1$, $a^2 - ab + a - b$ 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + 1$

해설

$$\begin{aligned} a^2b + ab - a - 1 &= ab(a + 1) - (a + 1) \\ &= (a + 1)(ab - 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a^2 - ab + a - b &= a(a - b) + (a - b) \\ &= (a - b)(a + 1) \end{aligned}$$

9. $(x+3)(x-a)-2$ 가 계수가 정수인 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 가 될 수 있는 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(x+3)(x-a)-2=(x+\alpha)(x+\beta)$$

$$x^2-(a-3)x-3a-2=x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$$

$$\begin{cases} -a+3=\alpha+\beta & \cdots\cdots\cdots\textcircled{A} \\ -3a-2=\alpha\beta & \cdots\cdots\cdots\textcircled{B} \end{cases}$$

$\textcircled{A}$ 의 $a=3-\alpha-\beta$ 를 $\textcircled{B}$ 에 대입하면 $3\alpha+3\beta-9-2=\alpha\beta$

$$\alpha\beta-3\alpha-3\beta+9=-2$$

$$(\alpha-3)(\beta-3)=-2$$

$\alpha-3=\pm 1$ 일 때, $\beta-3=\mp 2$ 이므로

$$(\alpha,\beta)=(4,1),(2,5)$$

$$a=3-\alpha-\beta \text{ 이므로}$$

$$a=-2 \text{ 또는 } -4$$

$$\therefore -2-4=-6$$

10. 이차방정식 $x^2 + 4x + 4 = 0$ 의 근이 이차방정식 $3x^2 + ax - 4 = 0$ 의 한 근일 때, a 의 값과 다른 한 근을 차례로 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

▷ 정답 : $x = \frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + 4x + 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = -2$$

$$x = -2 \text{ 을 } 12 - 2a - 4 = 0 \text{ 에 대입하면 } a = 4$$

$$\text{즉, } 3x^2 + 4x - 4 = 0 \text{ 에서 } (x + 2)(3x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = \frac{2}{3}$$

따라서 다른 한 근은 $x = \frac{2}{3}$ 이다.

11. 이차방정식 $4(x+a)^2 = b$ 의 근이 $5 \pm \sqrt{2}$ 일 때, 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -\frac{2}{5}$ 또는 -0.4

▷ 정답 : $x = 2$

해설

$$\begin{aligned} 4(x+a)^2 &= b, \quad x = -a \pm \sqrt{\frac{b}{4}} = 5 \pm \sqrt{2} \\ \therefore a &= -5, \quad b = 8 \\ -5x^2 + 8x + 4 &= 0 \\ 5x^2 - 8x - 4 &= 0 \\ (5x+2)(x-2) &= 0 \\ \therefore x &= -\frac{2}{5} \text{ 또는 } x = 2 \end{aligned}$$

12. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때, 상수 k 의 값이 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 8x + k = 0 : k = 16$ ② $x^2 + 12x + k = 0 : k = 36$

③ $x^2 + kx + 1 = 0 : k = \pm 2$ ④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = -3$

⑤ $4x^2 + 8x + k = 0 : k = 4$

해설

④ $x^2 - kx + 9 = 0 : k = \pm 6$

13. 이차방정식 $x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m - 6)x^2 - 6x - 10 = 0$, $x^2 - (m - 5)x - 6 = 0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -1$

해설

$x^2 - 8x + m + 6 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$m + 6 = \left(\frac{-8}{2}\right)^2 = 16$$

$\therefore m = 10$

$4x^2 - 6x - 10 = 0$ 에서 $2(2x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로

$$x = \frac{5}{2} \text{ 또는 } x = -1$$

$x^2 - 5x - 6 = 0$ 에서 $(x + 1)(x - 6) = 0$ 이므로

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 6$$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x = -1$ 이다.

14. 다음 중 이차방정식과 그 근이 알맞게 짝지어진 것은?

① $2 - 3x^2 = 0 \rightarrow x = \pm \frac{2}{3}$

② $2(x - 3)^2 = 6 \rightarrow x = 3 \pm \sqrt{3}$

③ $3(x - 1)(x - 3) = 0 \rightarrow x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 1$

④ $x^2 - 2x - 15 = 0 \rightarrow x = -5$ 또는 $x = 3$

⑤ $3(x - 1)^2 = 12 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 1$

해설

① $3x^2 = 2, x^2 = \frac{2}{3}, x = \pm \frac{\sqrt{6}}{3}$

③ $3(x - 1)(x - 3) = 0, x = 1$ 또는 $x = 3$

④ $x^2 - 2x = 15, (x - 1)^2 = 16, x - 1 = \pm 4, x = 5$ 또는 $x = -3$

⑤ $3(x - 1)^2 = 12, (x - 1)^2 = 4, x - 1 = \pm 2, x = 3$ 또는 $x = -1$

15. $x^4 - 13x^2 + 36$ 을 인수분해했을 때, 일차식으로 이루어진 인수들의 합을 구하면?

① $4x + 13$

② $4x$

③ $4x - 13$

④ $2x^2 - 13$

⑤ $2x^2 + 5$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 13x^2 + 36 &= (x^2 - 9)(x^2 - 4) \\&= (x + 3)(x - 3)(x + 2)(x - 2) \\&\therefore (\text{일차식 인수들의 합}) \\&= x + 3 + x - 3 + x + 2 + x - 2 = 4x\end{aligned}$$

16. $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ 임을 활용하여, $1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2$ 을 계산하면?

① -100 ② -200 ③ -300 ④ -450 ⑤ -540

해설

$$\begin{aligned} & 1^2 - 3^2 + 5^2 - 7^2 + 9^2 - 11^2 + 13^2 - 15^2 + 17^2 - 19^2 \\ &= (1 - 3)(1 + 3) + (5 - 7)(5 + 7) + \cdots + (17 - 19)(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3) - 2(5 + 7) - 2(9 + 11) - 2(13 + 15) - 2(17 + 19) \\ &= -2(1 + 3 + 5 + \cdots + 17 + 19) \\ &= -2 \times 5 \times 20 \\ &= -200 \end{aligned}$$

17. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

18. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m=1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합})$$

ii) $m=-6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m=-6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{5}{4} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a=24, b=5$$

$$\therefore a+b=24+5=29$$

19. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k+a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2 ② 2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 0

해설

$$D/4 = (k+a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

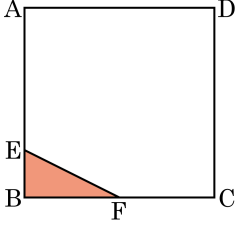
k 에 대해서 정리하면

$$(2a+1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{에 관한 항등식이므로 } 2a+1 = 0, \quad a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

20. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 20 cm 인 정사각형 ABCD 가 있다. 점 F 는 변 BC 위를 점 C 로부터 B 까지 매초 2 cm 의 속력으로 움직이고, 점 E 는 변 AB 위를 점 B 로부터 A 까지 매초 1 cm 의 속력으로 움직이고 있다. 두 점 E, F 가 동시에 출발하였다면 몇 초 후에 $\triangle BEF$ 의 넓이가 정사각형 넓이의 $\frac{1}{16}$ 배가 되는지 구하여라.



▶ 답 : 5 초

▷ 정답 : 5 초

해설

x 초 후에 $\overline{BF} = (20 - 2x) \text{ cm}$, $\overline{BE} = x \text{ cm}$
 $\triangle BEF$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \overline{BF} \times \overline{BE}$ 이고,
 정사각형 넓이인 $20 \times 20 = 400 \text{ cm}^2$ 의 $\frac{1}{16}$ 배 인 25 cm^2 이므로
 $\frac{1}{2} (20 - 2x)x = 25$
 $x^2 - 10x + 25 = 0$
 $(x - 5)^2 = 0$
 $\therefore x = 5$ (초)(단, $0 < x < 10$)