

1. 다음 연립부등식  $\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$  을 만족하는 모든 정수  $x$  의  
합은?

① 6                      ② 3                      ③ 1                      ④ 0                      ⑤ -2

해설

i)  $0.3x + 1.2 > 0.5x$  의 양변에 10 을 곱하면

$$3x + 12 > 5x$$

$$x < 6$$

ii)  $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$  의 양변에 12 를 곱하면

$$8x - 6 < 9x$$

$$x > -6$$

$$\therefore -6 < x < 6$$

만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고  
이들의 합은 0 이다.

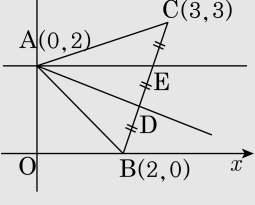
2. 점 A(0, 2), B(2, 0), C(3, 3) 으로 이루어진 삼각형ABC 가 있다.  $\triangle ABC$  가 직선  $(k+1)x + (k-1)y = 2(k-1)$  에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의  $k$  값을 구하여라. (단,  $k$  는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k(x+y-2) + x-y+2=0$  은  $k$  에 관계없이  
A(0, 2) 를 지나는 직선이므로  
 $\triangle ABC$  를 그림과 같이  
2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서  $\overline{BC}$  를 1 : 2 또는 2 : 1 로 내분하는  
점D, E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3}, 1\right)$  ,  $E\left(\frac{8}{3}, 2\right)$  이므로

( i ) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$k = -\frac{5}{2}$  이므로 부적합 ( $\because k$  는 정수)

( ii ) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$\therefore k = -1$

3. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$

▶ 답 :                        개

▷ 정답 : 0개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면  
 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$   
따라서 , 원의 중심  $(1, -2)$  에서 직선  
 $3x - 4y + 6 = 0$  까지의 거리  $d$  는  
$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$
  
이때,  $\frac{17}{5} > 2$  이므로 원과 직선은 만나지 않는다.  
∴ 교점의 개수 : 0개

4. 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$  위의 점에서 직선  $x - y + 3 = 0$  에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $\sqrt{2}$

해설

원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$  을  
표준형으로 고치면  $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$  이므로  
중심이  $(1, -2)$  이고 반지름의 길이가  $2\sqrt{2}$  인 원이다.  
원의 중심  $(1, -2)$  에서 직선  $x - y + 3 = 0$  에 이르는 거리  $d$  는  
$$\frac{|1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$
  
따라서 원 위의 점에서 직선  $x - y + 3 = 0$  에  
이르는 거리의 최솟값은  
 $d - (\text{반지름의 길이}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$



5. 두 포물선  $y = x^2 - 6x + 10$  과  $y = -x^2 + 2x - 5$  가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표는?

- ①  $\left(5, \frac{3}{2}\right)$       ②  $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$       ③  $(0, 2)$   
④  $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$       ⑤  $(2, 5)$

해설

$$y = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$y = -x^2 + 2x - 5 = -(x - 1)^2 - 4 \cdots \textcircled{2}$$

포물선 ①, ②의 꼭짓점의 좌표는

각각  $(3, 1)$ ,  $(1, -4)$  이고

두 포물선이 점 P 에 대하여 대칭이므로

점 P 는 두 포물선의 꼭짓점의 중점이다.

$$\frac{3+1}{2} = 2, \quad \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$$

따라서, 점 P 는  $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$  이다.

6. 다항식  $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$  가  $x - \alpha$  로 나누어떨어질 때,  
 $f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?
- ① 0
- ②  $a_0$
- ③  $a_1$
- ④  $a_5$
- ⑤  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해  $f(\alpha) = 0$   
 $\therefore f(f(x))$ 를  $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는  $f(f(\alpha))$   
 $f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$

7. 삼각형의 세 변의 길이  $a, b, c$ 가  $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?
- ① 정삼각형                      ② 직각삼각형  
③ 이등변삼각형                ④ 둔각삼각형  
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은  $c$ 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$   
 $-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$   
 $-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$   
 $(a+b \neq 0)$   
 $c^2 - a^2 - b^2 = 0$   
 $\therefore c^2 = a^2 + b^2$   
 $\therefore C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

8. 연립방정식 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
의 해  $x, y, z$ 가 모두 양수일 때,  $k$ 의

값의 범위는?

- ①  $-\frac{3}{2} < k < 0$       ②  $1 < k < \frac{3}{2}$       ③  $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$   
 ④  $-2 < k < -\frac{3}{2}$       ⑤  $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

i) 
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \textcircled{1} \\ x + 2y + z = k \cdots \textcircled{2} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \textcircled{3} \end{cases}$$
라 하면

$\textcircled{1} \times 3 - \textcircled{2} - \textcircled{3}$ 에서  
 $4x = -2k^2 - k + 3$   
 $= -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{4}$

$\textcircled{2} \times 3 - \textcircled{3} - \textcircled{1}$ 에서  
 $4y = -2k^2 + 3k - 1$   
 $= -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{5}$

$\textcircled{3} \times 3 - \textcircled{1} - \textcircled{2}$ 에서  
 $4z = 6k^2 - k - 1$   
 $= (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \textcircled{6}$

ii)  $\textcircled{4}$ 에서  $-\frac{3}{2} < k < 1$

$\textcircled{5}$ 에서  $\frac{1}{2} < k < 1$

$\textcircled{6}$ 에서  $k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$

이들의 공통부분은  $\frac{1}{2} < k < 1$

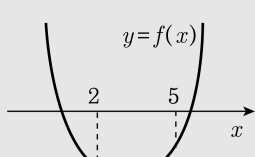


9. 이차방정식  $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근이 이차방정식  $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수  $k$ 의 최댓값은?

① 4                      ② 5                      ③ 6                      ④ 7                      ⑤ 8

해설

이차방정식  $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서  
 $(x - 2)(x - 5) = 0 \therefore x = 2$  또는  $x = 5$   
 $f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓으면 함수  $y = f(x)$ 의  
그래프는 다음 그림과 같아야 한다.  
따라서  $f(2) < 0, f(5) < 0$  이므로  
 $f(2) = -8 + k < 0$ 에서  $k < 8$   
 $f(5) = -5 + k < 0$ 에서  $k < 5$   
 $\therefore k < 5 \therefore$  정수  $k$ 의 최댓값은 4 이다.



10.  $2x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$  을 만족하는 실수  $x, y$  에 대하여  $x + y$  의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^2 + 2(y-3)x + y^2 - 4y + 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

이차방정식이 실근을 가져야 하므로

$$D/4 = (y-3)^2 - 2(y^2 - 4y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 2y - 1 \geq 0 \quad y^2 - 2y + 1 \leq 0$$

$$(y-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 1 \Rightarrow \textcircled{1} \text{에 대입}$$

$$2(x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore x + y = 2$$