

1. 다음 연립부등식
$$\begin{cases} 0.3x + 1.2 > 0.5x \\ \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x \end{cases}$$
 을 만족하는 모든 정수 x 의

합은?

① 6

② 3

③ 1

④ 0

⑤ -2

해설

i) $0.3x + 1.2 > 0.5x$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$3x + 12 > 5x$$

$$x < 6$$

ii) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < \frac{3}{4}x$ 의 양변에 12 를 곱하면

$$8x - 6 < 9x$$

$$x > -6$$

$$\therefore -6 < x < 6$$

만족하는 정수는 -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 이고
이들의 합은 0 이다.

2. 점 $A(0, 2)$, $B(2, 0)$, $C(3, 3)$ 으로 이루어진 삼각형 ABC 가 있다. $\triangle ABC$ 가 직선 $(k+1)x + (k-1)y = 2(k-1)$ 에 의해 두 개의 도형으로 나누어지며, 한 쪽의 넓이가 다른 쪽 넓이의 두 배가 될 때의 k 값을 구하여라. (단, k 는 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

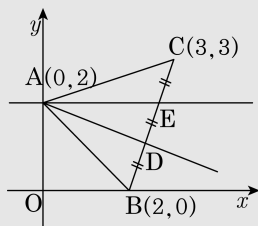
해설

$k(x+y-2) + x-y+2=0$ 은 k 에 관계없이

$A(0, 2)$ 를 지나는 직선이므로

$\triangle ABC$ 를 그림과 같이

2 개의 삼각형으로 나누게 된다



따라서 $\overline{BC}$ 를 $1:2$ 또는 $2:1$ 로 내분하는 점 D , E 를 지나게 된다.

$D\left(\frac{7}{3}, 1\right)$, $E\left(\frac{8}{3}, 2\right)$ 이므로

(i) D 를 지날 때,

$$k\left(\frac{7}{3} + 1 - 2\right) + \frac{7}{3} - 1 + 2 = 0$$

$$k = -\frac{5}{2} \text{ 이므로 부적합 } (\because k \text{ 는 정수})$$

(ii) E 를 지날 때,

$$k\left(\frac{8}{3} + 2 - 2\right) + \frac{8}{3} - 2 + 2 = 0$$

$$\therefore k = -1$$

3. 다음 원과 직선의 교점의 개수를 구하여라.

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0, \quad 3x - 4y + 6 = 0$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 0 개

해설

원의 방정식을 표준형으로 나타내면

$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

따라서, 원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선

$3x - 4y + 6 = 0$ 까지의 거리 d 는

$$d = \frac{|17|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{17}{5}$$

이때, $\frac{17}{5} > 2$ 이므로 원과 직선은 만나지 않는다.

∴ 교점의 개수 : 0 개

4. 원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2}$

해설

원 $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 3 = 0$ 을

표준형으로 고치면 $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 8$ 이므로

중심이 $(1, -2)$ 이고 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 인 원이다.

원의 중심 $(1, -2)$ 에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에 이르는 거리 d 는

$$\frac{|1 - (-2) + 3|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

따라서 원 위의 점에서 직선 $x - y + 3 = 0$ 에

이르는 거리의 최솟값은

$$d - (\text{반지름의 길이}) = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

5. 두 포물선 $y = x^2 - 6x + 10$ 과 $y = -x^2 + 2x - 5$ 가 점 P 에 대하여 대칭일 때, 점 P 의 좌표는?

① $\left(5, \frac{3}{2}\right)$

② $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$

③ $(0, 2)$

④ $\left(2, -\frac{1}{2}\right)$

⑤ $(2, 5)$

해설

$$y = x^2 - 6x + 10 = (x - 3)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$y = -x^2 + 2x - 5 = -(x - 1)^2 - 4 \cdots \textcircled{㉡}$$

포물선 ㉠, ㉡의 꼭짓점의 좌표는

각각 $(3, 1)$, $(1, -4)$ 이고

두 포물선이 점 P 에 대하여 대칭이므로

점 P 는 두 포물선의 꼭짓점의 중점이다.

$$\frac{3+1}{2} = 2, \quad \frac{1-4}{2} = -\frac{3}{2}$$

따라서, 점 P 는 $\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ 이다.

6. 다항식 $f(x) = a_5x^5 + a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$ 가 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때,
 $f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는?

① 0

② a_0

③ a_1

④ a_5

⑤ $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$

해설

나머지 정리에 의해 $f(\alpha) = 0$

$\therefore f(f(x))$ 를 $x - \alpha$ 로 나눈 나머지는 $f(f(\alpha))$

$$f(f(\alpha)) = f(0) = a_0$$

7. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형

② 직각삼각형

③ 이등변삼각형

④ 둔각삼각형

⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c 에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해한다.

$$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$$

$$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$$

$$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$$

$$(a+b \neq 0)$$

$$c^2 - a^2 - b^2 = 0$$

$$\therefore c^2 = a^2 + b^2$$

$\therefore C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

8. 연립방정식
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x + 2y + z = k \\ x + y + 2z = 2k^2 \end{cases}$$
 의 해 x, y, z 가 모두 양수일 때, k 의

값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < k < 0$

② $1 < k < \frac{3}{2}$

③ $\frac{1}{2} < k < \frac{3}{4}$

④ $-2 < k < -\frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < k < 1$

해설

i)
$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \cdots \textcircled{㉠} \\ x + 2y + z = k \cdots \textcircled{㉡} \\ x + y + 2z = 2k^2 \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$
 라 하면

$\textcircled{㉠} \times 3 - \textcircled{㉡} - \textcircled{㉢}$ 에서

$$4x = -2k^2 - k + 3$$

$$= -(2k + 3)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉤}$$

$\textcircled{㉡} \times 3 - \textcircled{㉢} - \textcircled{㉠}$ 에서

$$4y = -2k^2 + 3k - 1$$

$$= -(2k - 1)(k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉥}$$

$\textcircled{㉢} \times 3 - \textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 에서

$$4z = 6k^2 - k - 1$$

$$= (3k + 1)(2k - 1) > 0 \cdots \textcircled{㉦}$$

ii) $\textcircled{㉤}$ 에서 $-\frac{3}{2} < k < 1$

$\textcircled{㉥}$ 에서 $\frac{1}{2} < k < 1$

$\textcircled{㉦}$ 에서 $k < -\frac{1}{3}, k > \frac{1}{2}$

이들의 공통부분은 $\frac{1}{2} < k < 1$

9. 이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 의 두 근이 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 의 두 근 사이에 있기 위한 정수 k 의 최댓값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

이차방정식 $x^2 - 7x + 10 = 0$ 에서
 $(x-2)(x-5) = 0 \therefore x=2$ 또는 $x=5$

$f(x) = x^2 - 6x + k$ 로 놓으면 함수 $y = f(x)$ 의

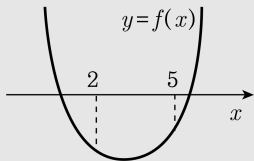
그래프는 다음 그림과 같아야 한다.

따라서 $f(2) < 0$, $f(5) < 0$ 이므로

$$f(2) = -8 + k < 0 \text{에서 } k < 8$$

$$f(5) = -5 + k < 0 \text{에서 } k < 5$$

$\therefore k < 5 \therefore$ 정수 k 의 최댓값은 4 이다.



10. $2x^2 + 2xy + y^2 - 6x - 4y + 5 = 0$ 을 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $x + y$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$2x^2 + 2(y-3)x + y^2 - 4y + 5 = 0 \cdots \textcircled{7}$$

이차방정식이 실근을 가져야 하므로

$$D/4 = (y-3)^2 - 2(y^2 - 4y + 5) \geq 0$$

$$-y^2 + 2y - 1 \geq 0 \quad y^2 - 2y + 1 \leq 0$$

$$(y-1)^2 \leq 0$$

$$\therefore y = 1 \Rightarrow \textcircled{7} \text{에 대입}$$

$$2(x-1)^2 = 0$$

$$\therefore x = 1$$

$$\therefore x + y = 2$$