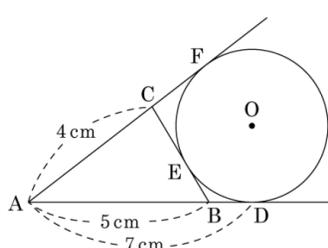


1. 다음 그림에서 반직선AD, 반직선AF, 선분 BD는 모두 원 O의 접선이다. \overline{BC} 의 길이는?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

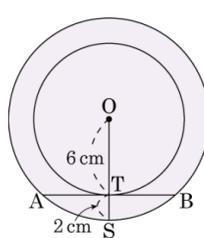
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 7 - 5 = 2 \text{ (cm)}$$

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 7 \text{ (cm)}$$

$$\overline{CE} = \overline{CF} = 7 - 4 = 3 \text{ (cm)}$$

$$\overline{BC} = 2 + 3 = 5 \text{ (cm)}$$

2. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \square\sqrt{\square}$ (cm) 라 할 때, \square 안에 알맞은 수를 차례대로 구하여라. (단, \overline{AB} 는 작은 원의 접선이다.)



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 7

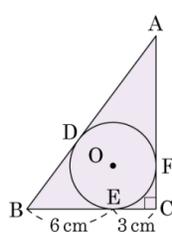
해설

$$\overline{AT} = \sqrt{8^2 - 6^2} = 2\sqrt{7} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 4\sqrt{7} \text{ cm}$$

3. 다음 그림에서 원 O는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내접원이고, 점 D, E, F는 접점이다.

$\overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{AB} 의 길이는?

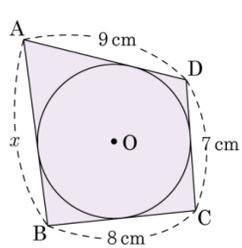


- ① 10cm ② 12cm ③ 13.5cm
 ④ 15cm ⑤ 18cm

해설

$\overline{BD} = \overline{BE} = 6\text{cm}$, $\overline{EC} = \overline{FC} = 3\text{cm}$ 이고 $\overline{AD} = \overline{AF} = x\text{cm}$ 라 하면
 직각삼각형의 피타고라스 정리에 의해서
 $\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2$
 $(x+6)^2 = 9^2 + (x+3)^2$
 $\therefore x = 9$
 따라서 $\overline{AB} = 15\text{cm}$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD 는 원 O 에 외접하고 있다. 이 때, \overline{AB} 의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

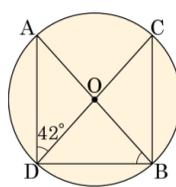
해설

$$x + 7 = 9 + 8$$

$$\therefore x = 17 - 7 = 10(\text{cm})$$

5. 다음 그림과 같은 원 O에서 $\angle ADC = 42^\circ$ 일 때, $\angle ABD$ 의 크기를 구하면?

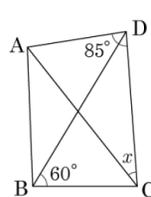
- ① 42° ② 44° ③ 46°
④ 48° ⑤ 50°



해설

5. \widehat{AC} 의 원주각
 $\angle ADC = \angle ABC = 42^\circ$
 $\angle CBD = 90^\circ$ 이므로
 $\therefore \angle ABD = 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

6. 다음 사각형 ABCD 가 원 위에 있을 때, x 의 크기를 구하여라.



▶ 답: °

▶ 정답: 35 °

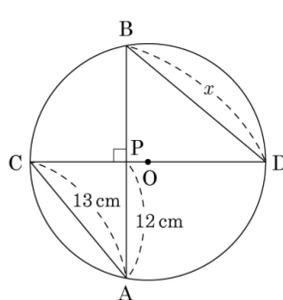
해설

원에 내접하는 사각형은 대각의 크기의 합이 180° 이므로

$$\angle DBC = \angle DAC = 60^\circ$$

$$\therefore x = 180^\circ - (60^\circ + 85^\circ) = 35^\circ$$

7. 다음 그림에서 x 의 길이는?

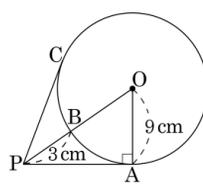


- ① 30 (cm) ② 31 (cm) ③ 31.1 (cm)
 ④ 31.2 (cm) ⑤ 31.3 (cm)

해설

$\overline{AP} = \overline{BP} = 12$ (cm)
 $\triangle CAP \cong \triangle CBP$ (SAS합동)
 $\triangle BCD$ 에서
 $\angle CBD = 90^\circ$ 이므로
 $\triangle PCA \sim \triangle PBD$ (AA닮음)
 $\overline{CP} = \sqrt{13^2 - 12^2} = \sqrt{25} = 5$ (cm)
 $\overline{PC} : \overline{PB} = \overline{CA} : \overline{BD}$ 에서
 $5 : 12 = 13 : x$
 $5x = 156$
 $\therefore x = 31.2$ (cm)

8. 다음 그림에서 $\overline{PA}, \overline{PC}$ 는 원 O 의 접선이 고, $OA = 9\text{cm}$, $PB = 3\text{cm}$ 일 때, \overline{PC} 의 값을 구하여라.



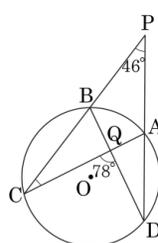
▶ 답: cm

▷ 정답: $3\sqrt{7}$ cm

해설

$\triangle OPA$ 는 직각삼각형이고 $OP = 12$ 이므로 $PA = \sqrt{12^2 - 9^2} = \sqrt{144 - 81} = \sqrt{63} = 3\sqrt{7}$ 이다.
따라서 $\overline{PC} = \overline{PA} = 3\sqrt{7}$ 이다.

9. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D는 원 O 위의 점이고, \overline{AC} 와 \overline{BD} 의 교점을 Q, \overline{BC} 의 연장선과 \overline{AD} 의 연장선의 교점을 P 라 하자. $\angle CQD = 78^\circ$, $\angle APC = 46^\circ$ 일 때, $\angle ACB$ 의 크기는?



- ① 10° ② 13° ③ 14° ④ 15° ⑤ 16°

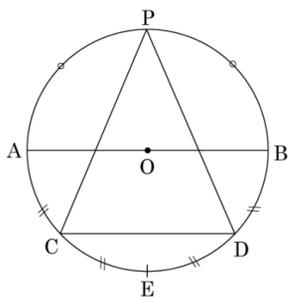
해설

$\angle BCQ = \angle BDA = \angle x$ 라고 하면 $\triangle ACP$ 에서 $\angle CAD = \angle x + 46^\circ$ 이다.

$\triangle AQD$ 에서 한 외각의 크기는 이웃하지 않는 두 내각의 합이므로 $x + (x + 46^\circ) = 78^\circ$ 이다.

$\therefore \angle x = 16^\circ$

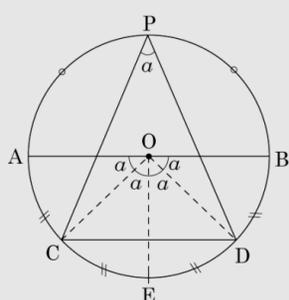
10. 다음 그림에서 \overline{AB} 는 원 O의 지름이고 $5.0\text{pt}\widehat{AC} = 5.0\text{pt}\widehat{CE} = 5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DB}$, $\overline{PC} = \overline{PD}$ 일 때, $\angle PCD + \angle PDC$ 의 크기는?



- ① 130° ② 135° ③ 140° ④ 145° ⑤ 150°

해설

세 개의 반지름을 그으면 호의 길이가 같으면 중심각의 크기도 같으므로



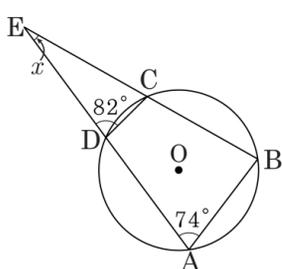
$$\angle AOC = \angle COE = \angle EOD = \angle DOB = a = 45^\circ$$

$\angle CPD$ 는 $5.0\text{pt}\widehat{CD}$ 에 대한 원주각이므로

$$\angle CPD = \frac{1}{2} \times \angle COD = a = 45^\circ$$

$$\therefore \angle PCD + \angle PDC = 180^\circ - \angle CPD = 180^\circ - 45^\circ = 135^\circ$$

11. 다음 그림에서 $\angle x$ 의 크기로 적절한 것은?

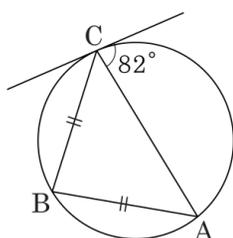


- ① 20° ② 22° ③ 23° ④ 24° ⑤ 25°

해설

$$\begin{aligned}\angle DCE &= 74^\circ \\ \angle x &= 180^\circ - 74^\circ - 82^\circ = 24^\circ\end{aligned}$$

12. 다음 그림에서 현 AC 와 점 C 를 지나는 접선이 이루는 각의 크기가 82° 이고 $AB = BC$ 일 때, $\angle BCA$ 의 크기로 옳은 것은?



- ① 49° ② 50° ③ 52° ④ 53° ⑤ 55°

해설

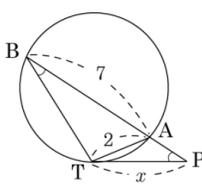
$$\angle ABC = 82^\circ$$

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로 두 밑각의 크기가 같다.

$$\therefore \angle BCA = (180^\circ - 82^\circ) \div 2 = 49^\circ$$

13. 다음 그림에서 \overline{PT} 는 원의 접선이고, $\angle APT = \angle ABT$ 라고 할 때, PT 의 길이는 얼마인가?

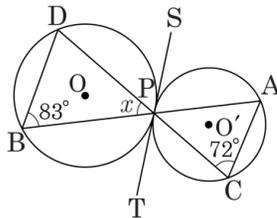
- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$
 ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$



해설

$\angle PTA = \angle ABT$ 이므로 $\triangle PAT$ 는 이등변삼각형이다.
 $\overline{PA} = \overline{AT} = 2$, $x^2 = 2 \times 9$
 $x^2 = 18$
 $\therefore x = 3\sqrt{2} (\because x > 0)$

14. 직선 ST가 두 원 O와 O'의 접선이고 접점 P를 지나는 두 직선이 원과 점 A, B, C, D에서 만날 때, $\angle x$ 의 크기로 옳은 것은?

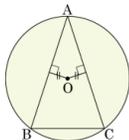


- ① 25° ② 26° ③ 27° ④ 28° ⑤ 29°

해설

$$\begin{aligned} \angle APS &= \angle ACP = 72^\circ \\ \angle SPD &= \angle DBP = 83^\circ \\ \therefore \angle x &= 180^\circ - (72^\circ + 83^\circ) = 25^\circ \end{aligned}$$

15. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi, \angle BAC = 20^\circ$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{ABC}$ 의 길이는?



- ① 18π ② 22π ③ 25π ④ 30π ⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 20^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$$

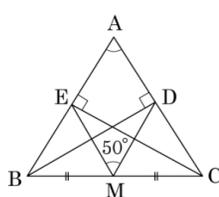
$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AB} = 20\pi$$

$$5.0\text{pt}\widehat{ABC} = 5.0\text{pt}\widehat{AB} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{ABC} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

16. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 점 M 은 \overline{BC} 의 중점이고, $\overline{AB} \perp \overline{CE}$, $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다. $\angle EMD = 50^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하면?



- ① 25° ② 30° ③ 45° ④ 50° ⑤ 65°

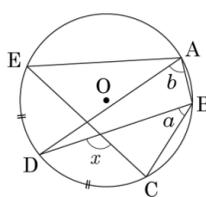
해설

$\angle BEC = \angle BDC$ 이므로 네 점 B, C, D, E 는 한 원 위에 있고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 M 은 원의 중심이다. $\angle EMD = 2\angle EBD = 50^\circ$ 이므로 $\angle EBD = 25^\circ$ 이다.

따라서 $\triangle ABD$ 에서 $\angle BAD = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$ 이다.

17. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이고, $\angle DBC = a^\circ$, $\angle DAB = b^\circ$ 일 때, x 의 값은?

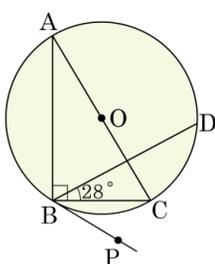
- ① $a^\circ + b^\circ$ ② $180 - a^\circ$
 ③ $180 - b^\circ$ ④ $90 + a^\circ$
 ⑤ $90 + b^\circ$



해설

$5.0\text{pt}\widehat{ED} = 5.0\text{pt}\widehat{DC}$ 이므로 $\angle EAD = \angle DBC = a^\circ$ 이고
 내접사각형 ABCE 에서 $\angle EAB = a^\circ + b^\circ$
 한편, $\angle EAB$ 의 대각 $\angle BCE = 180^\circ - (a^\circ + b^\circ)$ 이다.
 따라서 $\angle x = \angle DBC + \angle BCE = a^\circ + 180^\circ - (a^\circ + b^\circ) = 180^\circ - b^\circ$
 $\therefore x = 180 - b^\circ$

18. 다음 그림에서 \overline{AC} 는 원 O의 지름이고 \overrightarrow{BP} 는 원 O의 접선이다. $\overline{BD} = \overline{AB}$ 이고, $\angle DBC = 28^\circ$ 일 때, $\angle CBP$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답:

▶ 정답: 31 $^\circ$

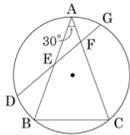
해설

$$\angle ABD = 90^\circ - 28^\circ = 62^\circ$$

$$\angle BAD = \angle BDA = \frac{1}{2}(180^\circ - 62^\circ) = 59^\circ$$

$$\angle CBP = \angle DBP - 28^\circ = \angle BAD - 28^\circ = 31^\circ$$

19. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 $\triangle ABC$ 가 있다. $\angle A = 30^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AC} = \overline{DG} = 1$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 와 $5.0\text{pt}\widehat{AG}$ 의 길이는 각각 원주의 $\frac{1}{12}$ 이다. \overline{DG} 가 \overline{AB} , \overline{AC} 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, \overline{AE} 의 길이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $-3 + 2\sqrt{3}$

해설

$5.0\text{pt}\widehat{AG}$ 가 원주의 $\frac{1}{12}$ 이므로

$\angle ACG = 15^\circ$, $\angle GCB = 90^\circ$ 이다.

즉, \overline{GB} 는 원의 지름이다.

또 $\overline{DB} = \overline{AG}$ 이고, $\angle BAG = \angle GDB = 90^\circ$ 이므로 $\triangle EAG = \triangle EBD$ 이다.

$\angle AEG = 30^\circ$, $\angle AGE = 60^\circ$ 이므로 $\overline{DE} = x$ 라 놓으면, $\overline{AE} = x$

이고 $\overline{AE} : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$ 이므로

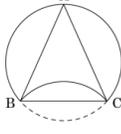
$x : \overline{EG} = \sqrt{3} : 2$

$\therefore \overline{EG} = \frac{2\sqrt{3}}{3}x$

이때, $\overline{DE} + \overline{EG} = \overline{DG} = 1$ 이므로 $x + \frac{2\sqrt{3}}{3}x = 1$

$\therefore x = -3 + 2\sqrt{3}$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외접원을 \overline{BC} 를 접는 선으로 하여 접었더니 $5.0pt\widehat{BC}$ 가 \overline{AB} , \overline{AC} 에 접할 때, $\angle BAC$ 의 크기를 구하여라.

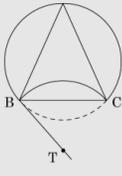


▶ 답:

◡

▷ 정답: 60°

해설



접기 전의 $5.0pt\widehat{BC}$ 에 대하여 점 B에서의 접선 BT를 그어서 \overrightarrow{BT} 를 $5.0pt\widehat{BC}$ 와 같이 접으면 \overrightarrow{BT} 는 \overline{BA} 와 겹친다.
 $\therefore \angle CBT = \angle ABC$
 \overline{AB} , \overline{AC} 가 접은 $5.0pt\widehat{BC}$ 에 접하므로
 $\overline{AB} = \overline{AC} \quad \therefore \angle ABC = \angle ACB$
또 접선과 현이 이루는 성질에 의하여
 $\angle CBT = \angle BAC$
따라서 삼각형 ABC는 세 각의 크기가 모두 같은 정삼각형이므로 $\angle BAC = 60^\circ$ 이다.