

1. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것은?

① $(x-3)(x+3) = 9x(x-2) \rightarrow x = \frac{3}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{4}$

② $3(4-x) = x^2 + 12 \rightarrow x = 0$ 또는 $x = -3$

③ $(x-3)^2 = 4x \rightarrow x = 1$ 또는 $x = 9$

④ $(x+1)(x+2) = 6 \rightarrow x = -4$ 또는 $x = 2$

⑤ $(x-2)^2 = 1 \rightarrow x = 1$ 또는 $x = 3$

해설

④ $ax^2 + bx + c = 0$ 의 꼴로 고치면

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$(x-1)(x+4) = 0$$

따라서 $x = -4$ 또는 $x = 1$ 이다.

2. 두 다항식 $x^2 + 3x + 2$ 와 $x^2 - 2x - 8$ 의 공통인 인수는?

- ① $x + 1$ ② $x + 2$ ③ $x + 4$ ④ $x - 4$ ⑤ $x - 2$

해설

$$x^2 + 3x + 2 = (x + 1)(x + 2)$$

$$x^2 - 2x - 8 = (x - 4)(x + 2)$$

따라서 공통인 인수는 $(x + 2)$ 이다.

3. $(x+4)^2 - 3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$ ② $(x-4)(x+1)$ ③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$ ⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2 - 3(x+4) &= (x+4)(x+4-3) \\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

4. $ab - b - a + 1$ 을 바르게 인수분해한 것은?

- ① $(a-b)(b+1)$ ② $(a+b)(b-1)$ ③ $(a-1)(b-1)$
④ $(a+1)(b-1)$ ⑤ $(a-1)(b+1)$

해설

$$ab - b - a + 1 = b(a-1) - (a-1) = (a-1)(b-1)$$

5. 이차방정식 $(x-4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$$\therefore a+b = (4+2\sqrt{2}) + (4-2\sqrt{2}) = 8$$

6. 반지름이 r 인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π 가 되었다. 처음 원의 넓이는?

- ① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$$\begin{aligned}\pi(r-2)^2 &= 9\pi \\ r^2 - 4r - 5 &= 0 \\ (r+1)(r-5) &= 0 \\ r &= 5 \quad (\because r > 0) \\ (\text{처음 원의 넓이}) &= \pi r^2 = 25\pi\end{aligned}$$

7. 다음 보기에서 $a - b - c + d$ 의 값을 구하여라.

보기

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + a)$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + b)$

㉢ $(x + c)(x - c) = x^2 - 9$ ($c > 0$)

㉣ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + d)^2$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

㉠ $x^2 + 2x - 15 = (x - 3)(x + 5) \therefore a = 5$

㉡ $2x^2 + 10x + 12 = 2(x + 3)(x + 2) \therefore b = 2$

㉢ $(x + 3)(x - 3) = x^2 - 9 \therefore c = 3$

㉣ $-2x^2 - 16x - 32 = -2(x + 4)^2 \therefore d = 4$

따라서 $a = 5$, $b = 2$, $c = 3$, $d = 4$ 이므로 $a - b - c + d = 4$ 이다.

8. $(a+b+2)^2 - (-a+b-2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a+b+2)$ ② $4(a-b-2)$ ③ $4a(b+1)$

④ $4a(b+2)$ ⑤ $4b(a+2)$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+2)^2 - (-a+b-2)^2 \\ &= \{(a+b+2) + (-a+b-2)\} \\ & \quad \{(a+b+2) - (-a+b-2)\} \\ &= 2b(2a+4) \\ &= 4b(a+2) \end{aligned}$$

9. $a^2 + 36b^2 - 12ab - 25$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $a - 12b$

② $2a - 12b$

③ $3a - 12b$

④ $4a - 12b$

⑤ $5a - 12b$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2 - 12ab + 36b^2 - 25 \\ &= (a - 6b)^2 - 25 \\ &= (a - 6b + 5)(a - 6b - 5) \\ \therefore (a - 6b + 5) + (a - 6b - 5) &= 2a - 12b\end{aligned}$$

10. $ax + by = 3\sqrt{2} - 4$, $bx - ay = 3\sqrt{2} + 4$ 일 때, $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \\ &= a^2x^2 + a^2y^2 + b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2) + (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax + by)^2 + (ay - bx)^2 \\ &= (3\sqrt{2} - 4)^2 + (-3\sqrt{2} - 4)^2 \\ &= 68 \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3 을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$$6x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$$

$$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$$

12. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$ 의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$$

$$x^2 - 10x + k + 7 = 0$$

근이 1개이므로 증근을 갖는다.

$$k + 7 = 25$$

$$\therefore k = 18$$

13. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $k = 2$

▷ 정답: $x = \frac{3}{2}$

해설

$$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$$

$$k^2 - 2k = 0$$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

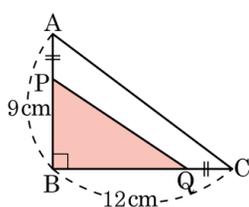
$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2} \text{ (중근)}$$

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 \overline{AB} 위의 점 P, \overline{BC} 위의 점 Q에 대하여 $AP = CQ$ 이다.



$\triangle PBQ = 27 \text{ cm}^2$ 일 때, \overline{CQ} 의 길이는?

- ① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$$\begin{aligned} \overline{CQ} &= x \text{ cm 라 하면} \\ \frac{1}{2}(12-x)(9-x) &= 27 \\ x^2 - 21x + 108 &= 54 \\ x^2 - 21x + 54 &= 0 \\ (x-3)(x-18) &= 0 \\ x &= 3 (\because x < 9) \end{aligned}$$

15. $(x+y+4)(x-y+4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

- ① $(x-y+4)$ ② $(x+y-4)^2$
③ $(x-y-2)(x+y+8)$ ④ $(x+y-4)(x-y-4)$
⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$$\begin{aligned}x+4 &= t \text{ 라 하면} \\(t+y)(t-y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x+4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x-4)^2 - y^2 \\&= (x+y-4)(x-y-4)\end{aligned}$$

16. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

17. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ㉠ 4 ㉡ 8 ㉢ 14 ㉣ $4\sqrt{3}$ ㉤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2 + \sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1 (\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y + xy^3 = xy(x^2 + y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

18. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$\begin{aligned}(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) &= \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right) \\ &= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}\end{aligned}$$

19. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2 + (m^2+3m-4)x - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=29$

해설

한 근이 2이므로 $x=2$ 를 대입하면

$$4(m+1) + 2(m^2+3m-4) - 8 = 0$$

$$2m^2 + 10m - 12 = 0$$

$$m^2 + 5m - 6 = 0$$

$$(m+6)(m-1) = 0$$

$$m = -6 \text{ 또는 } m = 1$$

i) $m=1$ 일 때,

$$2x^2 - 8 = 0$$

$$x^2 = 4$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = -2 \text{ } (-2 < 0 \text{ 이므로 부적합)}$$

ii) $m=-6$ 일 때,

$$-5x^2 + 14x - 8 = 0$$

$$5x^2 - 14x + 8 = 0$$

$$(x-2)(5x-4) = 0$$

$$x = 2 \text{ 또는 } x = \frac{4}{5} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m=-6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6 \times \frac{4}{5} = -\frac{24}{5}$

$$\therefore a=24, b=5$$

$$\therefore a+b=24+5=29$$

20. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서
 $x^2 + 4ax = -b$
 $x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$
 $(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$
 $x + 2a = \pm \sqrt{4a^2 - b}$
 $\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$
따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면
 $\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$
 $\therefore b = -8$
따라서 $a - b = 7$ 이다.