1. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $(x-3)(x+3)=9x(x-2) \rightarrow x=\frac{3}{2}$ 또는 $x=\frac{3}{4}$

② $3(4-x)=x^2+12 \rightarrow x=0$ 또는 $x=-3$

③ $(x-3)^2=4x \rightarrow x=1$ 또는 $x=9$

④ $(x+1)(x+2)=6 \rightarrow x=-4$ 또는 $x=2$

⑤ $(x-2)^2=1 \rightarrow x=1$ 또는 $x=3$

해설

④ $ax^2+bx+c=0$ 의 꼴로 고치면

$x^2+3x-4=0$

$(x-1)(x+4)=0$

따라서 $x=-4$ 또는 $x=1$ 이다.

2. 두 다항식 x^2+3x+2 와 x^2-2x-8 의 공통인 인수는?

① $x+1$ ② $x+2$ ③ $x+4$ ④ $x-4$ ⑤ $x-2$

해설

$x^2+3x+2=(x+1)(x+2)$
$x^2-2x-8=(x-4)(x+2)$
따라서 공통인 인수는 $(x+2)$ 이다.

3. $(x+4)^2-3(x+4)$ 를 인수분해하면?

① $(x+4)(x-1)$ ② $(x-4)(x+1)$ ③ $(x-7)(x+4)$

④ $(x+4)(x+1)$ ⑤ $(x-7)(x+1)$

해설

$$\begin{aligned}(x+4)^2-3(x+4) &= (x+4)(x+4-3)\\ &= (x+4)(x+1)\end{aligned}$$

4. $ab-b-a+1$을 바르게 인수분해한 것은?

① $(a-b)(b+1)$ ② $(a+b)(b-1)$ ③ $(a-1)(b-1)$

④ $(a+1)(b-1)$ ⑤ $(a-1)(b+1)$

해설

$ab-b-a+1=b(a-1)-(a-1)=(a-1)(b-1)$

5. 이차방정식 $(x-4)^2 = 8$ 의 두 근을 a, b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$(x-4)^2 = 8$

$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$

$\therefore a+b = (4+2\sqrt{2}) + (4-2\sqrt{2}) = 8$

6. 반지름이 r인 원이 있다. 이 원의 반지름을 2만큼 줄였더니 넓이가 9π가 되었다. 처음 원의 넓이는?

① 15π ② 20π ③ 25π ④ 30π ⑤ 35π

해설

$\pi(r-2)^2 = 9\pi$

$r^2 - 4r - 5 = 0$

$(r+1)(r-5) = 0$

$r = 5\ (\because r > 0)$

(처음 원의 넓이)$= \pi r^2 = 25\pi$

7. 다음 보기에서 $a-b-c+d$ 의 값을 구하여라.

보기

㉠ $x^2+2x-15=(x-3)(x+a)$

㉡ $2x^2+10x+12=2(x+3)(x+b)$

㉢ $(x+c)(x-c)=x^2-9\ (c>0)$

㉣ $-2x^2-16x-32=-2(x+d)^2$

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

㉠ $x^2+2x-15=(x-3)(x+5)\ \therefore a=5$
㉡ $2x^2+10x+12=2(x+3)(x+2)\ \therefore b=2$
㉢ $(x+3)(x-3)=x^2-9\ \therefore c=3$
㉣ $-2x^2-16x-32=-2(x+4)^2\ \therefore d=4$
따라서 $a=5,\ b=2,\ c=3,\ d=4$ 이므로 $a-b-c+d=4$ 이다.

8. $(a+b+2)^2-(-a+b-2)^2$ 을 인수분해하면?

① $2(a+b+2)$ ② $4(a-b-2)$ ③ $4a(b+1)$

④ $4a(b+2)$ ⑤ $4b(a+2)$

해설

$(a+b+2)^2-(-a+b-2)^2$

$=\{(a+b+2)+(-a+b-2)\}$

$\{(a+b+2)-(-a+b-2)\}$

$=2b(2a+4)$

$=4b(a+2)$

9. $a^2+36b^2-12ab-25$ 를 두 일차식의 곱으로 인수분해할 때, 두 일차식의 합을 구하면?

① $a-12b$ ② $2a-12b$ ③ $3a-12b$

④ $4a-12b$ ⑤ $5a-12b$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2-12ab+36b^2-25\\ &= (a-6b)^2-25\\ &= (a-6b+5)(a-6b-5)\end{aligned}$$

$\therefore\ (a-6b+5)+(a-6b-5)=2a-12b$

10. $ax+by=3\sqrt{2}-4,\ bx-ay=3\sqrt{2}+4$ 일 때, $(a^2+b^2)(x^2+y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 68

해설

$$
\begin{aligned}
&(a^2+b^2)(x^2+y^2)\\
&=a^2x^2+a^2y^2+b^2x^2+b^2y^2\\
&=(a^2x^2+2abxy+b^2y^2)+(a^2y^2-2abxy+b^2x^2)\\
&=(ax+by)^2+(ay-bx)^2\\
&=(3\sqrt{2}-4)^2+(-3\sqrt{2}-4)^2\\
&=68
\end{aligned}
$$

11. 이차방정식 $-2x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 2$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{6}$

③ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{6}$

④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

⑤ $x = \frac{-1 \pm \sqrt{10}}{3}$

해설

양변에 -3을 곱한 후 근의 공식을 이용한다.

$6x^2 - 4x - 6 = 0$

$\therefore x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4 \cdot 6 \cdot (-6)}}{12}$

$= \frac{4 \pm \sqrt{16 + 144}}{12} = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{3}$

12. 이차방정식 $x^2 - 9x + k = x - 7$의 근의 개수가 1개일 때, 상수 k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$x^2 - 9x + k - x + 7 = 0$

$x^2 - 10x + k + 7 = 0$

근이 1개이므로 중근을 갖는다.

$k + 7 = 25$

$\therefore k = 18$

13. 이차방정식 $x^2 - (k+1)x + k + \frac{1}{4} = 0$ 이 중근을 갖도록 k 의 값을 정하고, 그 중근을 구하여라. (단, $k \neq 0$)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 2$

▷ 정답 : $x = \frac{3}{2}$

해설

$D = \{-(k+1)\}^2 - 4\left(k + \frac{1}{4}\right) = 0$

$k^2 - 2k = 0$

$k \neq 0$ 이므로 $k = 2$ 이다.

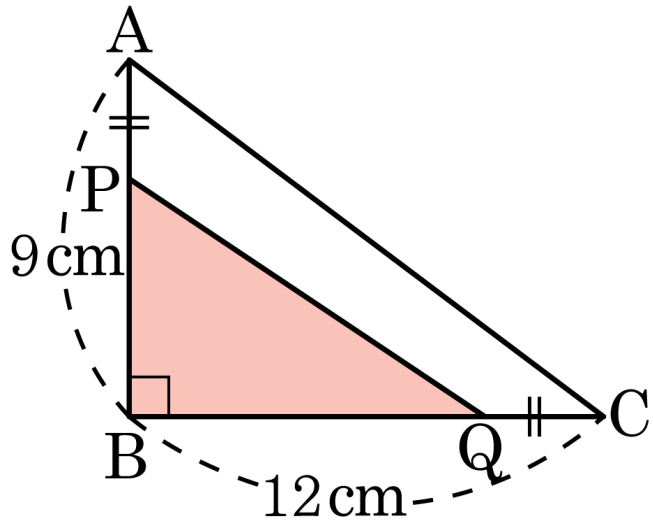
$k = 2$ 를 주어진 식에 대입하면

$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = 0$

$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = 0$

$\therefore\ x = \frac{3}{2}$ (중근)

14. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$ 위의 점 P, $\overline{BC}$ 위의 점 Q에 대하여 $\overline{AP} = \overline{CQ}$이다.



$\triangle PBQ = 27\,\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{CQ}$의 길이는?

① 2 cm ② 3 cm ③ 4 cm ④ 5 cm ⑤ 6 cm

해설

$\overline{CQ} = x\,\text{cm}$라 하면

$$\frac{1}{2}(12-x)(9-x) = 27$$

$$x^2 - 21x + 108 = 54$$

$$x^2 - 21x + 54 = 0$$

$$(x-3)(x-18) = 0$$

$$x = 3 (\because x < 9)$$

15. $(x+y+4)(x-y+4)-16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x-y+4)$

② $(x+y-4)^2$

③ $(x-y-2)(x+y+8)$

④ $(x+y-4)(x-y-4)$

⑤ $(-x-y+4)(x-y+4)$

해설

$x+4=t$ 라 하면

$(t+y)(t-y)-16x$

$=t^2-y^2-16x$

$=(x+4)^2-16x-y^2$

$=(x^2+8x+16-16x)-y^2$

$=(x^2-8x+16)-y^2$

$=(x-4)^2-y^2$

$=(x+y-4)(x-y-4)$

16. $A = -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 - 7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2$, $B = 9945$ 라 할 때, $B^2 - A^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 98900000

해설

$$\begin{aligned} A &= -1^2 + 2^2 - 3^2 + 4^2 - 5^2 + 6^2 \\ &\quad -7^2 + 8^2 - 9^2 + 10^2 \\ &= (2^2 - 1^2) + (4^2 - 3^2) + \\ &\quad (6^2 - 5^2) + (8^2 - 7^2) + (10^2 - 9^2) \\ &= (2-1)(2+1) + (4-3)(4+3) + (6-5) \\ &\quad (6+5) + (8-7)(8+7) + (10-9)(10+9) \\ &= 3 + 7 + 11 + 15 + 19 \\ &= 55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore\ B^2 - A^2 &= (B+A)(B-A) \\ &= (9945 + 55)(9945 - 55) \\ &= 10000 \times 9890 \\ &= 98900000 \end{aligned}$$

17. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, $x^3y + xy^3$ 의 값을 구하면?

① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}$, $y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$

$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$

$xy = 1 (\because\ x > 0, y > 0)$

따라서, $x^3y + xy^3 = xy(x^2+y^2) = 1 \times 4 = 4$ 이다.

18. 이차방정식 $2x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때, $(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{4}$

해설

$x = p$ 를 대입하면 $2p^2 - 2p - 1 = 0$, $2p^2 - 2p = 1$ 이므로

$p^2 - p = \frac{1}{2}$ 이다.

$x = q$ 를 대입하면 $2q^2 - 2q - 1 = 0$, $2q^2 - 2q = 1$ 이므로

$q^2 - q = \frac{1}{2}$ 이다.

따라서

$$(p^2 - p - 1)(q^2 - q + 1) = \left(\frac{1}{2} - 1\right) \times \left(\frac{1}{2} + 1\right)$$

$$= \left(-\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{3}{2}\right)$$

$$= -\frac{3}{4} \text{ 이다.}$$

19. x 에 대한 이차방정식 $(m+1)x^2+(m^2+3m-4)x-8=0$ 의 한 근이 2 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 곱이 $-\frac{a}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소인 자연수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=29$

해설

한 근이 2 이므로 $x=2$ 를 대입하면

$4(m+1)+2(m^2+3m-4)-8=0$

$2m^2+10m-12=0$

$m^2+5m-6=0$

$(m+6)(m-1)=0$

$m=-6$ 또는 $m=1$

i) $m=1$ 일 때,

$2x^2-8=0$

$x^2=4$

$x=2$ 또는 $x=-2$ ($-2<0$ 이므로 부적합)

ii) $m=-6$ 일 때,

$-5x^2+14x-8=0$

$5x^2-14x+8=0$

$(x-2)(5x-4)=0$

$x=2$ 또는 $x=\frac{4}{5}$ (두 근이 모두 양수이므로 적합)

따라서 $m=-6$ 이고, 다른 한 근은 $\frac{4}{5}$ 이므로 $-6\times\frac{5}{4}=-\frac{24}{5}$

$\therefore\ a=24,\ b=5$

$\therefore\ a+b=15+2=29$

20. 이차방정식 $x^2 + 4ax + b = 0$ 의 근이 $x = 2 \pm 2\sqrt{3}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a - b = 7$

해설

$x^2 + 4ax + b = 0$ 에서

$x^2 + 4ax = -b$

$x^2 + 4ax + 4a^2 = -b + 4a^2$

$(x + 2a)^2 = -b + 4a^2$

$x + 2a = \pm\sqrt{4a^2 - b}$

$\therefore x = -2a \pm \sqrt{4a^2 - b} = 2 \pm 2\sqrt{3}$

따라서 $a = -1$, a 값을 대입하면

$\sqrt{4 - b} = \sqrt{12}$

$\therefore b = -8$

따라서 $a - b = 7$ 이다.